Algorithmen für Ad-hoc- und Sensornetze

VL 11 – Kapazität und Scheduling

Dr. rer. nat. Bastian Katz

Lehrstuhl für Algorithmik I
Institut für theoretische Informatik
Universität Karlsruhe (TH)
Karlsruher Institut für Technologie

8. Juli 2009

(Version 2 vom 13. Juli 2009)

Motivation

Wenn man Übertragungen optimal zeitlich plant, kann man den Kanal besser nutzen! Was kann man noch erreichen, wenn man beachtet, dass man nicht beliebige Übertragungen parallel ausführen kann?

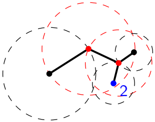
- Wie schnell kann man eine Aufgabe bestenfalls lösen?
- Was für Datenraten kann man maximal erreichen?
- Was sind realistischere Modelle für Interferenz?

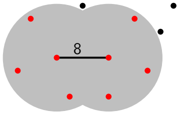
Wir werden nur einen ganz, ganz kurzen Blick auf einen riesigen Komplex von Fragen werfen..

Bisherige Sichtweisen auf Interferenz

Wir haben Interferenz schon völlig unterschiedlich modelliert...

- Bei der Topologiekontrolle:
  - Knoten stören alle Knoten, die ihnen näher sind als der am weitesten entfernte Kommunikationspartner
  - Übertragungen stören Knoten

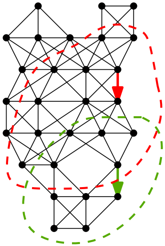




Bisherige Sichtweisen auf Interferenz

Wir haben Interferenz schon völlig unterschiedlich modelliert...

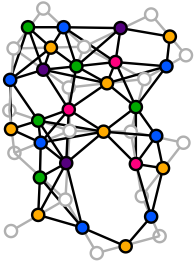
- Bei der Topologiekontrolle:
  - Knoten stören alle Knoten, die ihnen näher sind als der am weitesten entfernte Kommunikationspartner
  - Übertragungen stören Knoten
- Data Gathering: Empfänger dürfen keinen störenden Sender in k-Hop-Nachbarschaft haben



Bisherige Sichtweisen auf Interferenz

Wir haben Interferenz schon völlig unterschiedlich modelliert...

- Bei der Topologiekontrolle:
  - Knoten stören alle Knoten, die ihnen näher sind als der am weitesten entfernte Kommunikationspartner
  - Übertragungen stören Knoten
- Data Gathering: Empfänger dürfen keinen störenden Sender in k-Hop-Nachbarschaft haben
- Färbungen: Übertragungen schließen sich „irgendwie“ gegenseitig aus (ist das allgemein genug?)



Einfache Modelle helfen, verteilte Algorithmen zu betrachten, aber wo wollen wir eigentlich hin?

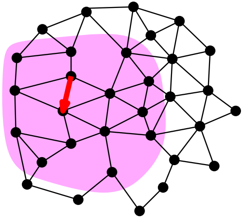
Kommunikationsmodelle

- Verbindungsmodelle: UDG, QUDG, BIG
  - Annahmen darüber, welche Struktur der Verbindungsgraph hat
  - setzt voraus, dass Knoten kommunizieren können oder eben nicht (keine Empfangswahrscheinlichkeiten)
  - Grundlage für angepasste verteilte Algorithmen
  - viele Lösungen ignorieren Interferenz völlig!
- Interferenzmodelle: ... (ein paar kommen gleich!)
  - formalisieren, unter welchen Voraussetzungen parallele Übertragungen erfolgreich sind
  - oft sehr stark vereinfacht & binär (?)
  - Kombination von komplexen Modellen und komplexen Problemen bisher noch selten (da wollen wir hin!)

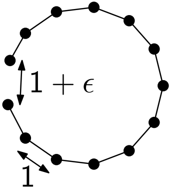
Erinnerung: Hop-Interferenz

Hop-Interferenzmodell

Im *Hop-Interferenzmodell* kann ein Empfänger r eine Nachricht eines Senders s empfangen, wenn er im Verbindungsgraphen mit s verbunden ist und es keinen anderen Sender s' in der k-Hop-Nachbarschaft von r gibt.



- ≫ Typischerweise kombiniert mit UDG
- \+ schön einfach
- \+ verteilte Algorithmen möglich
- \- dafür ist nicht alle Interferenz zwischen dichten Knoten abgedeckt!

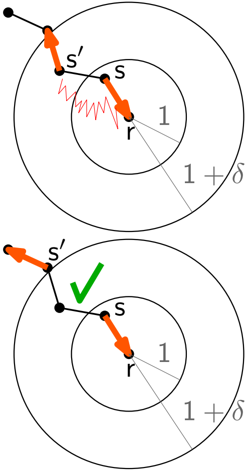


Protokollmodel (einfach)

Protokollmodell (einfach)

Im vereinfachten *Protokollmodell* kann ein Empfänger r eine Nachricht eines Senders s empfangen, wenn $|r - s| \leq 1$ und es keinen anderen Sender s' mit $|r - s'| \leq (1 + \delta)$ gibt.

- oft einfach $\delta = 1$

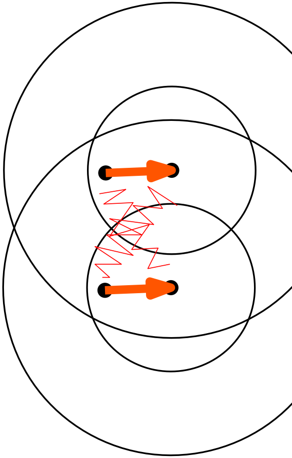


Protokollmodel (einfach)

Protokollmodell (einfach)

Im vereinfachten *Protokollmodell* kann ein Empfänger r eine Nachricht eines Senders s empfangen, wenn $|r - s| \leq 1$ und es keinen anderen Sender s' mit $|r - s'| \leq (1 + \delta)$ gibt.

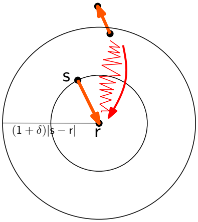
- oft einfach $\delta = 1$
- auch Knoten, die nicht dicht (oder sogar unverbunden) im Kommunikationsgraphen sind, interferieren miteinander
  - verteilte Algorithmen unmöglich?!

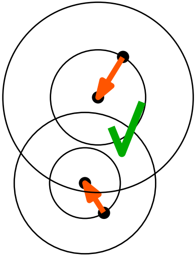


Protokollmodell (erweitert)

Protokollmodell

Im *Protokollmodell* kann ein Empfänger r eine Nachricht eines Senders s empfangen, keinen anderen Sender s' mit $|r - s'| \leq (1 + \delta)|r - s|$ gibt.





- „berücksichtigt“ Sendeleistungen
- auch nur schwach motiviert...
- sonst gleiche Nach- und Vorteile wie vereinfachte Variante

Durchsatzkapazität und Transportkapazität

Durchsatzkapazität

Die Durchsatzkapazität bezeichnet die Anzahl erfolgreich abgelieferter (Multi-Hop-)Pakete pro Zeit.

Transportkapazität

Die Transportkapazität ist die Anzahl der Bit-Meter, die pro Zeiteinheit transportiert werden kann.

- Abhängig von Knotenverteilung und Kommunikationsmuster
- Frage etwa: „Was ist, unabhängig vom Protokoll, die maximale X-kapazität, wenn zufällig verteilte Knoten jeweils zufällig untereinander Pakete austauschen?"
- (da gibt es hunderte von theoretischen Resultaten, und noch viel mehr Simulationen)

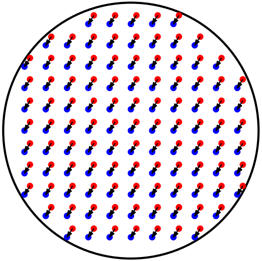
Eine einfache Schranke für das Protokollmodell

Satz

Sind n Knoten in einer Scheibe mit Radius 1 plaziert, ist die maximal erreichbare Transportkapazität $\Theta(W\sqrt{n})$ [bit-meter/s] bei einer Datenrate von W [bits/s].

Teil 1: Das ist erreichbar:

- Plaziere $n/2$ Sender auf Gitter mit entsprechender Breite; Empfänger dicht so weit wie möglich verschoben!



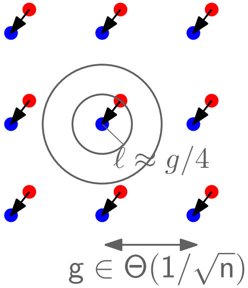
Eine einfache Schranke für das Protokollmodell

Satz

Sind n Knoten in einer Scheibe mit Radius 1 plaziert, ist die maximal erreichbare Transportkapazität $\Theta(W\sqrt{n})$ [bit-meter/s] bei einer Datenrate von W [bits/s].

Teil 1: Das ist erreichbar:

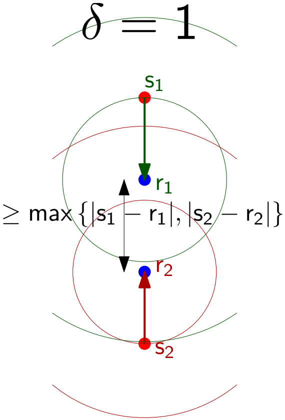
- Plaziere $n/2$ Sender auf Gitter mit entsprechender Breite; Empfänger dicht so weit wie möglich verschoben!
- Jede Übertragung überwindet Entfernung $\Theta(1/\sqrt{n})$
- es gibt $\Theta(n)$ Übertragungen
- $\Rightarrow$ Gesamtlänge gleichzeitiger Übertragungen $\Theta(\sqrt{n})$



Das ist optimal!

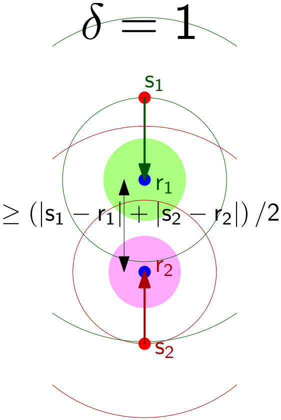
- zwei Übertragungen (s_1, r_1) und (s_2, r_2) können nur gleichzeitig ausgeführt werden, wenn (o. B.)

$$|r_1 - r_2| \geq \frac{\delta}{2}(|s_1 - r_1| + |s_2 - r_2|)$$



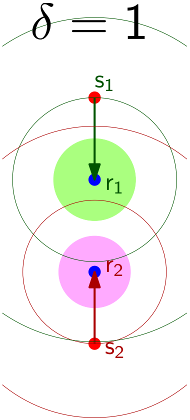
Das ist optimal!

- zwei Übertragungen (s_1, r_1) und (s_2, r_2) können nur gleichzeitig ausgeführt werden, wenn (o. B.)
$$|r_1 - r_2| \geq \frac{\delta}{2}(|s_1 - r_1| + |s_2 - r_2|)$$



Das ist optimal!

- zwei Übertragungen (s_1, r_1) und (s_2, r_2) können nur gleichzeitig ausgeführt werden, wenn (o. B.)
$$|r_1 - r_2| \geq \frac{\delta}{2}(|s_1 - r_1| + |s_2 - r_2|)$$
- Wir können um jedem Empfänger r_i einen exklusiven Kreis von $\frac{\delta}{2}|s_i - r_i|$ ziehen
  - von so einem Kreis liegt mindestens ein drittel in unserem Einheitskreis
  - eine Übertragung mit Länge ℓ deckt auf diese Art einen Kreis mit Durchmesser ℓ exklusiv ab.
  - bei gleicher Summe der Durchmesser haben gleich große Kreise die kleinste Gesamtfläche!
  - bei $n/2$ gleich großen Kreisen kann jeder Kreis nur Fläche $O(1/n)$ haben, und jeder Durchmesser $O(1/\sqrt{n})$
  - $\Rightarrow$ Gesamtlänge der Übertragungen $O(n/\sqrt{n}) = O(\sqrt{n})$



Physikalisches Modell: SINR

Bisher war Interferenz immer nur Ausschluss zwischen zwei Übertragungen. Keines der betrachteten Modelle hat berücksichtigt, dass sich störende Signale aufsummieren.

SINR-Modell

Im *Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio-Modell* kann ein Empfänger r eine Nachricht eines Senders s dekodieren, wenn

$$\frac{S}{I + N} \geq \beta$$

- S: Signalstärke von s's Signal bei r
- I: Interferenz, Summe der fremden Signalstärken bei r
- N: Noise, Hintergrundrauschen
- β: zum Dekodieren notwendiges Verhältnis

Physikalisches Modell: SINR

SINR-Modell, allgemein

Im *Signal-to-Interference-plus-Noise-Modell* kann ein Empfänger r eine Nachricht eines Senders s dekodieren, wenn

$$\frac{P_s G_{sr}}{\sum_{s' \neq s} P_{s'} G_{s'r} + N} \geq \beta$$

- P_s: Signalstärke, mit der s sendet
- G_{sr}: Leistungsabfall zwischen s und r

- manchmal nur mit festen Sendeleitungen $P_s \equiv P$
- oft für *geometrischen* Signalabfall

$$G_{sr} := d(s,r)^{-\alpha}$$

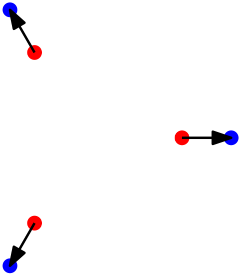
  definiert (α: Path loss exponent)

Zwei Beispiele (1)

Beobachtung 1

Im (geometrischen) SINR-Modell kann es drei Übertragungen geben, die paarweise ausgeführt werden können, aber nicht alle gleichzeitig!

- rücke Übertragungen so dicht, dass sie gerade noch paarweise ausgeführt werden können
- werden alle gleichzeitig ausgeführt, empfängt jeder die doppelte Interferenz!
- so etwas modelliert *keines* der anderen Modelle (binärer Ausschluss!)

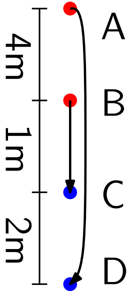


Zwei Beispiele (2)

Beobachtung 1

Im (geometrischen) SINR-Modell kann eine Übertragung *über eine andere hinwegsenden!*

- Bsp: $\alpha = 3$, $\beta = 3$, $N = 10\text{nW}$,
  Signalstärken in einem Meter Entfernung:
  $P'_A = 1.26\text{mW}$, $P'_B = 31.6\mu\text{W}$
- SINR von A bei D:
  $$\frac{1.26\text{mW} \cdot 7^{-3}}{0.01\mu\text{W} + 31.6\mu\text{W} \cdot 3^{-3}} \approx 3.11 \geq \beta$$
- SINR von B bei C:
  $$\frac{31.6\mu\text{W} \cdot 1^{-3}}{0.01\mu\text{W} + 1.26\text{mW} \cdot 5^{-3}} \approx 3.13 \geq \beta$$



Beispiel: Roger Wattenhofer

Diskussion SINR

SINR-Modell ist sehr viel realistischer, aber gleichzeitig viel komplexer zu analysieren. Unterscheiden sich die Ergebnisse?

- Für zufällige und bestmögliche Knotenpositionen gibt es bei den Schranken keinen nennenswerten Unterschied zum Protokollmodell!
- aber im worst-case!
- Dafür gibt es ein Beispiel, das eng mit *Data Gathering* und *Topology Control* zusammenhängt
  - außerdem ist das das am besten untersuchte Beispiel

Scheduling+Aggregation

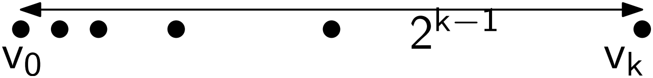
Problem: Maximale Datenrate bei Aggregation

Gegeben n Sensorknoten und eine Senke in der Ebene. Was ist die beste Datenrate für vollständige Aggregat, die man auch bei schlechten Knotenpositionen erreichen kann?

- Knotenpositionen beliebig (worst-case, nicht zufällig)!
- Zwischenknoten können empfangene Daten vollständig aggregieren
- Übertragungen können frei gewählt werden
- Wie viele Abfragen (z.B. Durchschnittstemperatur) können pro Zeit bedient werden?

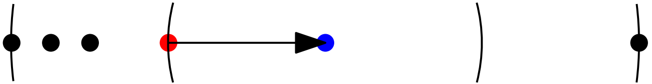
Datenrate für Aggregation

- Wir betrachten exponentielle Knotenkette



Datenrate für Aggregation

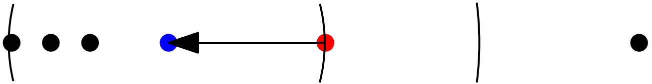
- Wir betrachten exponentielle Knotenkette



- Protokollmodell
  - wenn ein Knoten sendet (egal wohin), kann kein Knoten links davon senden!

Datenrate für Aggregation

- Wir betrachten exponentielle Knotenkette



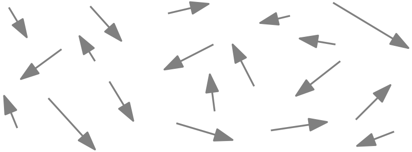
- Protokollmodell
  - wenn ein Knoten sendet (egal wohin), kann kein Knoten links davon senden!
  - immer nur ein Knoten sendet!
  - ⇒ beste Lösung: jeder sendet direkt zur Senke!
  - ⇒ Durchsatz immer in $O(1/n)$!
- SINR-Modell
  - genauso schlecht für Sendeleistung $\sim d^\alpha$!
  - aber: Durchsatz $\Omega(1/\log^2 n)$ möglich (o.B.)
  - zentral, sehr kompliziert, aber überraschend!

Scheduling beliebiger Übertragungen

Problem: Scheduling

Gegeben Menge von Sender-Empfänger-Paaren $(s_1, s_2), \ldots, (s_n, r_n) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ und Parameter α, β, N.

Gesucht Aufteilung der Paare auf möglichst wenige Zeitslots, so dass alle Übertragungen eines Zeitslots im entsprenden SINR-Modell gleichzeitig erfolgreich stattfinden können.



Scheduling beliebiger Übertragungen

Problem: Scheduling

Gegeben Menge von Sender-Empfänger-Paaren $(s_1, s_2), \dots, (s_n, r_n) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ und Parameter α, β, N.

Gesucht Aufteilung der Paare auf möglichst wenige Zeitslots, so dass alle Übertragungen eines Zeitslots im entsprenden SINR-Modell gleichzeitig erfolgreich stattfinden können.

- für einheitliche Sendeleistungen NP-schwer
  - ganz neu: bis auf konstanten Faktor approximierbar!

Zum Mitnehmen

- Kapazität
  - wie viel Durchsatz kann man in Paketen/Bitmetern erreichen?
  - hängt stark ab vom Interferenzmodell und der Knotenverteilung
- Interferenzmodelle
  - klassische Interferenzmodelle sind binäre Ausschlüsse
  - physikalisches Interferenzmodell sehr viel genauer
    - bei worst-case-Betrachtung macht das einen *exponentiellen* Unterschied!
    - leider auch sehr viel komplexer
    - viele offene Fragen!

Literatur

1. S. Schmid, R. Wattenhofer: *Algorithmic Models for Sensor Networks*. In: *14th International Workshop on Parallel adn Distributed Real-Time Systems (WPDRTS), 2006*
2. P. Gupta, P. R. Kumar: *The Capacity of Wireless Networks*, Technical report, University of Illinois, Urbana-Champaign, 1999
3. T. Moscibroda: *The Worst-Case Capacity of Wireless Sensor Networks*. In: *International Conference on Information Processing in Sensor Networks*, 2007