Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

Flussmethoden – Knickminimierung in orthogonalen Layouts

Vorlesung im Sommersemester 2009

Martin Nöllenburg

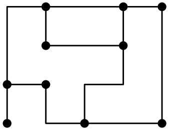
07.05.2009

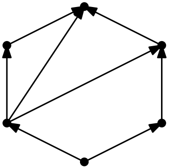
Inhalt Kapitel 3

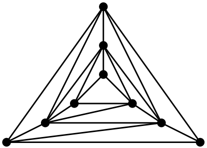
Layoutprobleme für *planare* Graphen

- orthogonale Layouts
- aufwärtsgerichtete Layouts für gerichtete azyklische Graphen
- Winkelauflösung in geradlinigen Layouts

$\longrightarrow$ Modellierung der Probleme durch Flussnetzwerke







Planarität

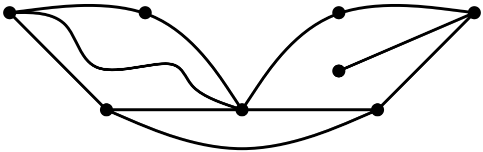
Definition

Ein Graph $G = (V, E)$ heißt planar, wenn es eine Zeichnung Γ von G (in Standardrepräsentation) gibt, in der sich keine zwei Kanten schneiden.
Eine solche Zeichnung Γ heißt planare Einbettung von G.

Planarität

Definition

Ein Graph $G = (V, E)$ heißt planar, wenn es eine Zeichnung Γ von G (in Standardrepräsentation) gibt, in der sich keine zwei Kanten schneiden.
Eine solche Zeichnung Γ heißt planare Einbettung von G.



s-t Flussnetzwerk

Definition

Geg: *Flussnetzwerk* $(D = (V, A); s, t; c)$ mit

- gerichtetem Graph $D = (V, A)$
- *Kantenkapazitäten* $c : A \to \mathbb{R}_0^+$
- *Quelle* $s \in V$, *Senke* $t \in V$

Eine Abbildung $X : A \to \mathbb{R}_0^+$ heißt s-t-Fluss, falls gilt:

$$\forall (i,j) \in A \qquad 0 \le X(i,j) \le c(i,j) \tag{1}$$

$$\forall i \in V \setminus \{s,t\} \qquad \sum_{(i,j)\in A} X(i,j) - \sum_{(j,i)\in A} X(j,i) = 0 \tag{2}$$

Allgemeines Flussnetzwerk

Definition

Geg: *Flussnetzwerk* $(D = (V, A); l; u; b)$ mit

- gerichtetem Graph $D = (V, A)$
- untere Kantenkapazitäten $l : A \rightarrow \mathbb{R}_0^+$
- obere Kantenkapazitäten $u : A \rightarrow \mathbb{R}_0^+$
- Knotenbewertung $b : V \rightarrow \mathbb{R}$ mit $\sum_{i \in V} b(i) = 0$

Eine Abbildung $X : A \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ heißt Fluss, falls gilt:

$$\forall (i,j) \in A \qquad l(i,j) \leq X(i,j) \leq u(i,j) \tag{3}$$

$$\forall i \in V \qquad \sum_{(i,j) \in A} X(i,j) - \sum_{(j,i) \in A} X(j,i) = b(i) \tag{4}$$

(Planare) Orthogonale Zeichnungen

Dreistufiger Ansatz: *Topology – Shape – Metrics*

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$
$$E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_3\}, \{v_2, v_4\}\}$$

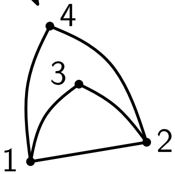
(Planare) Orthogonale Zeichnungen

Dreistufiger Ansatz: *Topology – Shape – Metrics*

$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$
$E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_3\}, \{v_2, v_4\}\}$

Kreuzungsminimierung

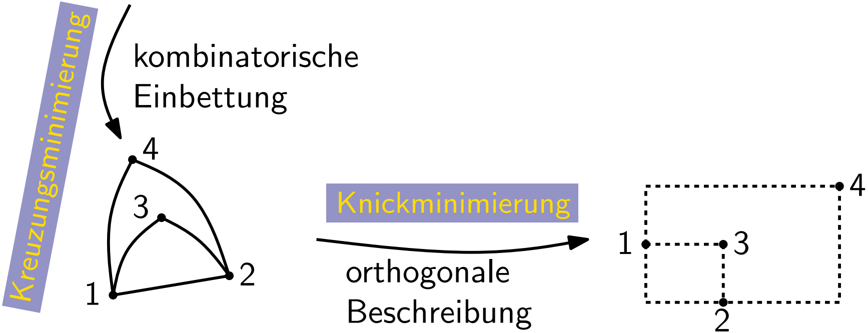
kombinatorische Einbettung



(Planare) Orthogonale Zeichnungen

Dreistufiger Ansatz: *Topology – Shape – Metrics*

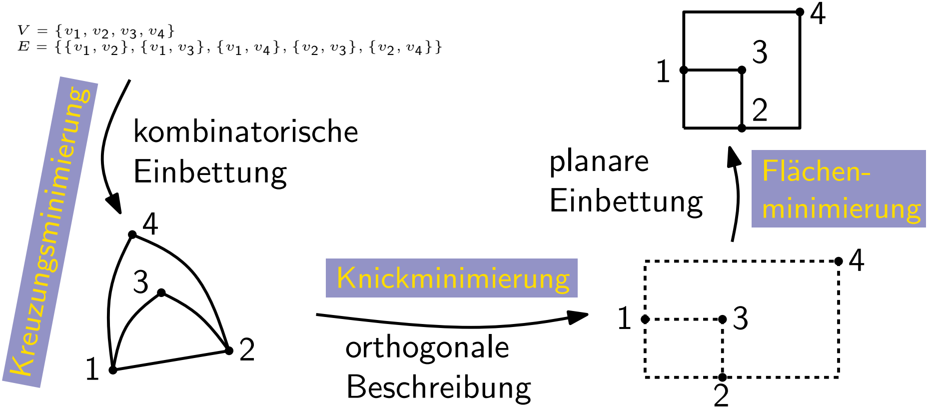
$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$
$$E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_3\}, \{v_2, v_4\}\}$$



(Planare) Orthogonale Zeichnungen

Dreistufiger Ansatz: *Topology – Shape – Metrics*

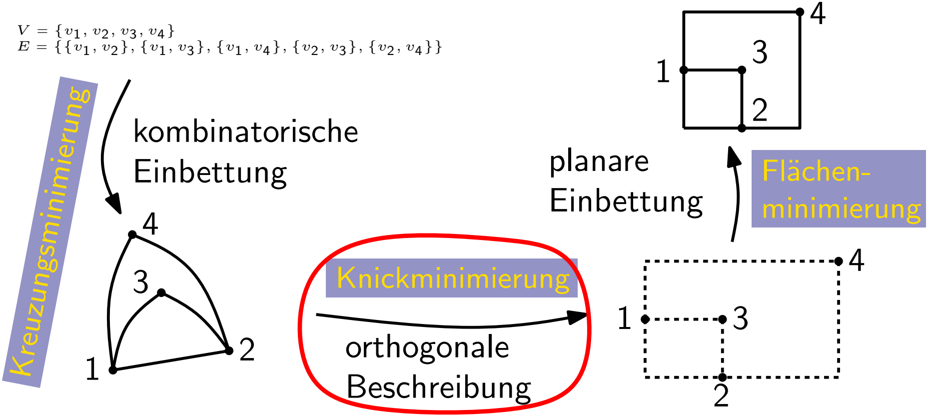
$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$
$E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_3\}, \{v_2, v_4\}\}$



(Planare) Orthogonale Zeichnungen

Dreistufiger Ansatz: *Topology – Shape – Metrics*

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$$
$$E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_3\}, \{v_1, v_4\}, \{v_2, v_3\}, \{v_2, v_4\}\}$$



Problem: Orthogonale Beschreibung

Problem 2: Knickminimierung mit fester Einbettung

Gegeben ein Graph $G = (V, E)$ mit Maximalgrad $\deg_{\max} \leq 4$, kombinatorischer Einbettung $\mathcal{F}$ und äußerer Facette f_0, finde eine orthogonale Gitterzeichnung, die $(\mathcal{F},\ f_0)$ erhält und minimale Anzahl von Knicken hat.

Problem: Orthogonale Beschreibung

Problem 2': Orthogonale Beschreibung

Gegeben ein Graph $G = (V, E)$ mit Maximalgrad $\deg_{\max} \leq 4$, kombinatorischer Einbettung $\mathcal{F}$ und äußerer Facette f_0, finde eine orthogonale Beschreibung $H(G)$ die $(\mathcal{F},\ f_0)$ erhält und minimale Anzahl von Knicken hat.