UNIVERSITÄT KARLSRUHE
FAKULTÄT FÜR INFORMATIK
INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK

3. Übungsblatt

Ausgabe: 25. Mai 2009

Besprechung: 2. Juni 2009, Raum 131, 9:45 Uhr

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass es in jeder kreuzungsfreien orthogonalen Zeichnung eines Oktaeder mindestens eine Kante gibt, die mehr als zwei Knicke hat.

Aufgabe 2

Gegeben sei ein zweifach-zusammenhängender planarer Graph mit Maximalgrad 4. Modifizieren Sie das Flussmodell zur Knickminimierung in orthogonalen Layouts, so dass

(a) keine Kante e mehr als $k(e)$ Knicke hat;

(b) keine innere Facette f mehr als $k(f)$ konkave Ecken (Innenwinkel von $3\pi/2$) auf ihrem Rand hat;

(c) statt der Anzahl der Knicke die Anzahl der konkaven Ecken in den inneren Facetten der Zeichnung minimiert wird.

Aufgabe 3

Eine orthogonale Zeichnung eines planaren Graphen G mit Maximalgrad 4 heißt k-knickregulär, falls jede Kante mit genau k Knicken gezeichnet ist, und keine Kante Knicke in unterschiedliche Richtungen besitzt.

Zeigen Sie:

(a) Ein bipartiter Graph, der eine knickfreie orthogonale Gitterzeichnung besitzt, besitzt eine k-knickreguläre orthogonale Gitterzeichnung für jedes $k \in \mathbb{N}$.

(b) Für jeden nicht-bipartiten zweifach-zusammenhängenden Graphen G gibt es ein $k_0 \in \mathbb{N}$, so dass G für alle $k \geq k_0$ keine k-knickreguläre orthogonale Gitterzeichnung besitzt.

Hinweis zu (b): Betrachten Sie eine Facette mit ungeradem Grad.

bitte umblättern

Aufgabe 4

Orthogonale Gitterzeichnungen, in denen es Gitterspalten oder Gitterzeilen gibt, die keinen Knoten oder Knick enthalten, lassen sich an dieser Stelle problemlos zusammenstauchen, ohne dass die zugehörige orthogonale Beschreibung dadurch verändert wird. Man fordert daher oft, dass in einer Gitterzeichnung Γ innerhalb der *bounding box*[1] $[x_{\min}, x_{\max}] \times [y_{\min}, y_{\max}]$ jede Gitterspalte $x_i \in [x_{\min}, x_{\max}] \cap \mathbb{Z}$ und jede Gitterzeile $y_i \in [y_{\min}, y_{\max}] \cap \mathbb{Z}$ mindestens einen Knick oder Knoten enthält, also nicht unbenutzt ist.

In diesem Fall kann der Flächenbedarf einer Zeichnung für einen Graphen G mit orthogonaler Beschreibung H nicht beliebig groß werden.

Zeigen Sie:

(a) Für eine Zeichnung Γ eines Graphen G mit n Knoten, Minimalgrad 2 und einer orthogonalen Beschreibung H mit b Knicken ist die Zeichenfläche höchstens $\lfloor (n+b)/2 \rfloor \cdot \lceil (n+b)/2 \rceil$.

(b) Geben Sie eine Familie von Graphen an, die einerseits zeigt, dass die obige Schranke scharf ist, die aber andererseits auch jeweils eine Zeichnung mit linear beschränkter Fläche von $O(n+b)$ erlaubt.

Hinweis zu (a): Ersetzen Sie zunächst alle Knicke durch Dummyknoten und entfernen Sie anschließend vorübergehend alle Zeilen und Spalten, in denen nur ein einziger Knoten liegt.

[1] das kleinste achsenparallele Rechteck R mit $\Gamma \subseteq R$