Universität Karlsruhe
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Algorithmik I

4. Übungsblatt

Ausgabe: 22. Juni 2007
Besprechung: 26. Juni 2007

1. Aufgabe: Vorlesungsnachträgchen

(a) In der Vorlesung wurde zum Testen auf Aufwärtsplanarität ein Flussnetzwerk $N_{\mathcal{F},f_0}(D)$ definiert mit Knotensaldi:

$$b(q) = \begin{cases} 1 & \text{falls } q \text{ Quelle oder Senke} \\ -(A(q)-1) & \text{falls } q \in \mathcal{F} \setminus \{f_0\} \\ -(A(q)+1) & \text{falls } q = f_0 \ . \end{cases} \tag{1}$$

Zeigen Sie $N_{\mathcal{F},f_0}(D)$ ein Flussnetzwerk ist, also dass $\sum_q b(q) = 0$.

(b) Beim Algorithmus zur Konstruktion eines s-t-Graphen wurde ein Verfeinerungsverfahren angegeben. Zeigen Sie, dass das Verfahren Folgendes erhält:

1. Planarität
2. Azyklizität
3. Bimodalität

2. Aufgabe: "The Berge Mystery Story"

Sechs Besucher waren in der Ausstellung an dem Tag, an dem das Buch gestolen wurde. Jeder von ihnen ist einmal hineingegangen, blieb dort eine Weile und ging wieder hinaus. Waren zwei gleichzeitig in der Ausstellung, so hat mindestens einer von den beiden den anderen gesehen. Polizisten befragten die Besucher und erhielten folgende Aussagen:

Anja sagte, sie habe Boris und Emil gesehen; Boris sagte, er habe Anja und Franz gesehen; Charlotte behauptete, Doris und Franz gesehen zu haben; Doris sagte, sie habe Anja und Franz gesehen; Emil bezeugte, Boris und Carlotte gesehen zu haben; Franz sagte, daß er Charlotte und Emil gesehen habe.

Ein Besucher hat gelogen, warum?

3. Aufgabe: Intervall Graphen und Chordale Graphen

Ein Graph ist *chordal*, wenn jeder Kreis der Länge größer 3 eine Sehne hat. Ein Graph ist *transitiv orientierbar*, wenn man jeder Kante eine Richtung zuordnen kann, so daß der entsprechende gerichtete Graph (V, F) die Eigenschaft

$$(a,b) \in F \ \wedge (b,c) \in F \implies (a,c) \in F$$

für $a, b, c \in F$ erfüllt.

(a) Zeigen Sie, daß Intervallgraphen chordal sind.

(b) Ist jeder chordale Graph auch ein Intervallgraph?

(c) Zeigen Sie, daß das Komplement eines Intervallgraphen transitiv orientierbar ist.

(d) Ist jeder transitiv orientierbare Graph das Komplement eines Intervallgraphen?

4. Aufgabe: Inversionen Zählen

Sei $A[1 \dots n]$ ein Feld mit n paarweise verschiedenen Zahlen. Ein Paar (i, j) mit $1 \leq i < j \leq n$ heiss *Inversion*, wenn $A[i] > A[j]$. Schreiben Sie einen Algorithmus, der die Anzahl der Inversionen fr n Zahlen mit einer Laufzeit in $O(n \log n)$ bestimmt.

5. Aufgabe: Kreuzungen Zählen und Ausgeben

Gegeben sei ein einfacher, bipartiter Graph $G = (V, E)$, dessen Knoten gemäss der Bipartition auf zwei parallele Geraden verteilt sind. Die Knoten seien disjunkt und die Kanten geradlinig gezeichnet. Schreiben Sie einen Algorithmus, der die Anzahl der Kreuzungen in einer Laufzeit $O(|E| \log |V|)$ bestimmt. Begrnden Sie, warum es nicht möglich ist, mit dieser Worst-Case-Laufzeit die Kreuzungen (als Paare von Kanten, die sich kreuzen) *auszugeben*.