Fünftes Übungsblatt

Ausgabe: 20. Juni 2006
Abgabe: 27. Juni 2006, in der Vorlesung oder in Raum 306

Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Problem 1:

Im Folgenden sei der Algorithmus aus Lemma 6.6 noch einmal präzisiert: In einem 3-regulären planaren Graphen G, der keinen positiven Kreis enthält, kann ein negativer einfacher Kreis maximalen Gewichts in $\mathcal{O}(n^{3/2} \log n)$ bestimmt werden.

Schritt 1: —

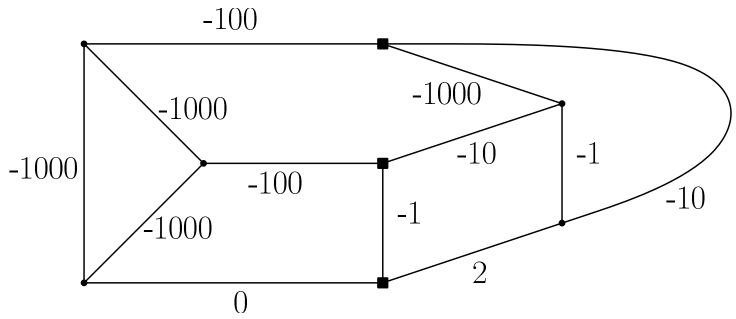
Schritt 2: Berechne eine Partition S, V_1, V_2 in G, die die Bedingungen des Planar-Separator-Theorems erfüllt.

Schritt 3: Berechne rekursiv negative einfache Kreise maximalen Gewichts in den durch V_1 und V_2 induzierten Subgraphen von G. Für jedes $v_i \in S$ berechne den negativen einfachen Kreis maximalen Gewichts *in G, der v_i enthält, wie folgt:*
Konstruiere zu G den Graphen G' gemäß Schritt 3 des Mixed-Max-Cut-Algorithmus. Für jeden Knoten $v_i \in S$ erweitere G' zu G'_{v_i}, indem v_i durch den durch $\{u', u'', v', v'', w', w''\}$ induzierten Subgraphen (vgl. Abb. 6.4, rechts) ersetzt wird (jeder dieser Graphen enthält also die Knoten w' und w'' genau einmal), und bestimme in $\mathcal{O}(n \log n)$ ein perfektes Matching minimalen Gewichts von G'_{v_i}; berechne den dazu korrespondierenden negativen einfachen Kreis maximalen Gewichts in G.

Schritt 4: Gib den Kreis maximalen Gewichts unter allen konstruierten Kreisen aus. Dieser ist der gewünschte Kreis in G, da jeder einfache Kreis in G entweder ganz in G_1 oder ganz in G_2 liegt *oder (mindestens) ein $v_i \in S$ enthält.*

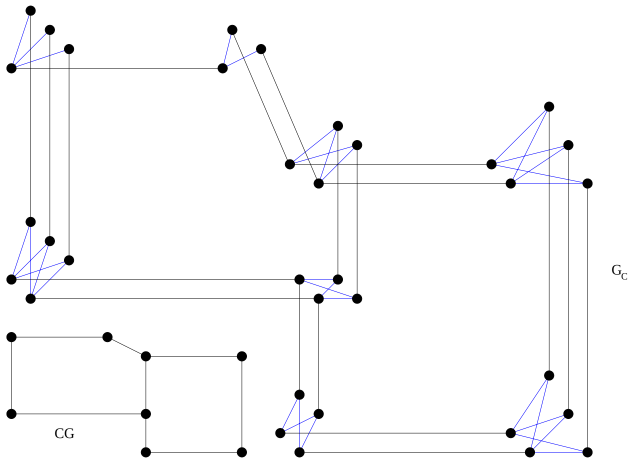
Aufgabe: Wenden Sie diesen Algorithmus schrittweise auf den nachfolgenden Graphen an.

Hinweise: Wählen Sie dabei für die Separatormenge S in Schritt 2 die durch fettere Quadrate bezeichneten Knoten. Subroutinen wie das Finden eines Matchings brauchen nicht detailliert nachvollzogen, sondern können ‚einfach angegeben' werden.



Problem 2:

Betrachten Sie den Beispiel-Konfliktgraphen sowie den zugehörigen Clustergraphen aus Abb. 6.9 des Skriptes:



Aufgabe: Berechnen Sie an Hand einer Zweifärbung des Clustergraphen (z. B. der in Abb. 6.12 angegebenen) eine Zweifärbung des Konfliktgraphen (nach Festlegung der Repräsentanten).

Bestimmen Sie die sich daraus ergebende Viareduktionsfunktion v_{red}, und lösen Sie die resultierende Instanz von MAX-VIA-REDUKTION. Welche Realisierung des Layouts ergibt sich dadurch?

Hinweis: Das dabei auftretende MIXED-MAX-CUT-Problem kann durch ‚scharfes Hinsehen' gelöst werden.

Problem 3:

Definition: Gegeben sei ein Layout L für das Via-Minimierungsproblem. Unter einem *Knock-knee* in L verstehen wir zwei in einem Gitterpunkt gegeneinander abknickende Kanten (Drähte).

Aufgabe: Geben Sie ein Layout mit Knock-knee an, das nicht in zwei Lagen realisierbar ist, und begründen sie dies kurz.