

Erstes Übungsblatt

Ausgabe: 25. April 2006

Abgabe: 2. Mai, in der Vorlesung oder in Raum 307 (Informatik-Hauptgebäude, 3. Stock)

Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

Problem 1: Hyperkubus

*-**

Definition: Der n -dimensionale Würfel Q_n ist ein Graph mit folgenden Knoten und Kanten: Die Knotenmenge besteht aus den Wörtern der Länge n über dem Alphabet $\{0, 1\}$. D.h. $V(Q_n) = \{0, 1\}^n$. Zwei Knoten sind genau dann adjazent, wenn die zugehörigen Wörter sich in genau einer Stelle unterscheiden.

- Wieviele Knoten hat Q_n ? Wieviele Kanten hat Q_n ?
- Beschreiben Sie die Knotengrade der Knoten im Q_n .
- Betten Sie Q_1 , Q_2 , Q_3 und Q_4 (wenn möglich kreuzungsfrei) in die Ebene ein.
- Betten Sie Q_4 kreuzungsfrei auf der Oberfläche eines Torus ein.

Problem 2: Facettengradfolge

*

Gegeben ein planarer Graph G mit einer kreuzungsfreien Einbettung in die Ebene, die f Facetten enthält. Sei a_i , $1 \leq i \leq f$, die Anzahl der zur Facette i inzidenten Kanten von G . Nummeriere die Facetten so, dass die Folge (a_1, a_2, \dots, a_f) nichtabsteigend sortiert ist.

Kann es zu einem planaren Graph G zwei Einbettungen in die Ebene geben, so dass die zugehörigen Zahlenfolgen unterschiedlich sind ?

Problem 3: Die Schiefe

***-*

Die *Skewness* eines Graphen G ist die minimale Anzahl von Kanten, die aus G gelöscht werden müssen, damit der resultierende Graph planar ist. D.h. die Skewness eines Graphen ist Null genau dann, wenn der Graph planar ist.

- Zeigen Sie, dass für einen einfachen Graphen G mit $n \geq 3$ Knoten und m Kanten gilt:

$$\text{skewness}(G) \geq m - 3n + 6.$$

- Berechnen Sie die *Skewness* von K_3 , K_5 , $K_{3,3}$ und K_6 ?