Universität Karlsruhe
Fakultät für Informatik
Lehrstuhl für Algorithmik I

Algorithmen zur Visualisierung von Graphen
Sommer 2006

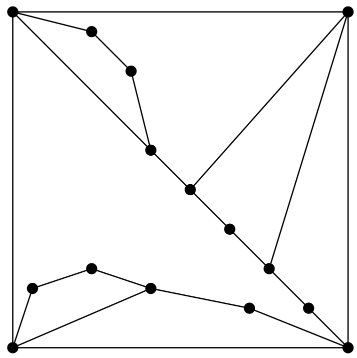
3. Übungsblatt

Ausgabe: 2. Juni 2006
Besprechung: 13. Juni 2006

1. Aufgabe

Zeigen Sie, dass es in jeder kreuzungsfreien orthogonalen Zeichnung eines Oktaeder mindestens eine Kante gibt, die mehr als zwei Knicke hat. Bestimmen Sie dazu, wieviele Knicke die Kanten, die zur äußeren Facette inzident sind, insgesamt mindestens haben.

2. Aufgabe



(a) Geben Sie für nebenstehenden Graphen ein einbettungserhaltendes orthogonales Layout an. Bestimmen Sie dazu analog zur Vorlesung das entsprechende Flußnetzwerk, finden Sie einen zulässigen Fluss darin und bersetzen Sie diesen in die zugehöige orthogonale Einbettung. Wieviele Knicke erzeugt Ihre Einbettung?
(b) Überlegen Sie sich eine planare Einbettung des Graphen, in der die Anzahl der Knicke einer orthogonalen Einbettung minimal ist (bzgl. aller möglichen planaren Einbettungen).

3. Aufgabe

Konstruieren Sie eine Familie von eingebetteten planaren Graphen mit Maximalgrad 4 und mit $\mathcal{O}(n)$ Knoten, für die es in jeder knickminimalen einbettungserhaltenden orthogonalen Zeichnung eine Kante mit $\Omega(n)$ Knicken gibt. (Etwa einen Graphen mit $9n + 6$ Knoten und einer Kante mit $n + 4$ Knicken; denken Sie dabei an etwas spiralförmiges.)

4. Aufgabe

Zeigen Sie: Gegeben sei eine orthogonale Einbettung $\mathcal{E}$ eines planaren Graphen. Falls f eine innere Facette von $\mathcal{E}$ ist, dann ist die Summe aller innerhalb von f auftretenden Winkel gleich $\pi(p-2)$, wobei p die Anzahl der auftretenden Winkel ist. Ist f die äußere Facette, so ist die entsprechende Summe gleich $\pi(p+2)$.

Bitte wenden.

5. Aufgabe

a) Zu einem planaren Graphen seien nun noch zusätzlich folgende Einschränkungen gegeben:
- Die Anzahl von Knicken in bestimmten, festgelegten Kanten ist beschränkt.
- Der Winkel, der innerhalb einer Facette an einem Knoten anfällt, ist beschränkt.

Geben Sie an, wie man dies jeweils in die Modellierung als Flussproblem mit einbeziehen kann.

b) In einem modifizierte Maximalflussproblem ist zusätzlich zu den Kapazitäten auf den Kanten für jeden Knoten $v \in V \setminus \{s, t\}$ eine obere Schranke für den Fluss, der durch den Knoten fließen darf, gegeben.

Formalisieren Sie dieses Problem und zeigen Sie, wie sich die Bestimmung eines maximalen Flusses hier auf das allg. Maximalflussproblem zurückführen lässt. Der dafür konstruierte neue Graph D' soll dabei höchstens $\mathcal{O}(|V|)$ Knoten enthalten.