

5. Übungsblatt

Ausgabe: 14. Juni 2005
Abgabe: 21. Juni in der Vorlesung

Die Bearbeitung in Zweiergruppen ist ausdrücklich erwünscht.

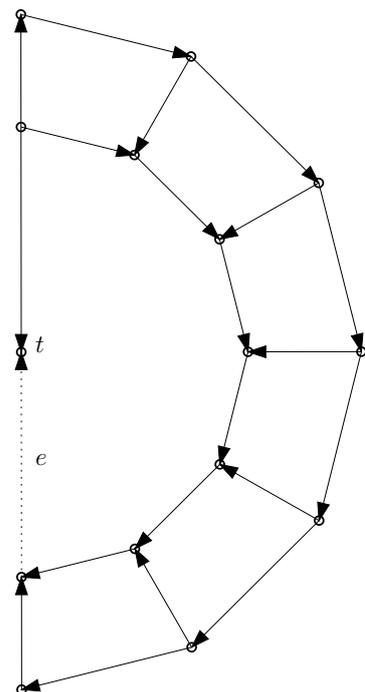
Problem 1: Link Reversal Routing

//**/**/**/**/???

Betrachten Sie folgendes Netz D_7 , ein Doppelrad der Größe 7. Vor dem Ausfallen der Verbindung e ist D ein t -zielorientierter DAG.

- (a) Geben Sie zulässige Höhenwerte vor dem Ausfallen der Verbindung e an.
- (b) Wie sind die Höhenwerte nach der Wiederherstellung der Zielorientierung?
- (c) Wie viele Richtungsumkehrungen von Kanten gibt es bei „Full Reversal“, bis der Graph wieder ein t -zielorientierter DAG ist?
- (d) Wieviele sind es (asymptotisch) bei einem Rad der Größe n ?

Bei „Partial Reversal“ hält jeder Knoten v eine Liste aller Kanten (w, v) vor, deren Richtung der Knoten w bereits umgekehrt hat. Anfangs sind diese Listen leer. Falls v keine ausgehenden Kanten mehr hat, werden nur diejenigen Kanten umgedreht, die nicht in der Liste von v sind. Falls es keine Kante mehr gibt, die nicht auf der Liste steht, werden alle eingehenden Kanten umgedreht. In beiden Fällen wird die Liste von v anschließend geleert.



- (e) Ergibt sich mit dieser Methode in obigem Beispiel wieder ein zielorientierter DAG?
- (f) Wie viele Kantenumkehrungen gibt es?
- (g) Ist „Partial Reversal“ grundsätzlich schneller als „Full Reversal“?

Problem 2: DAGs

Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit $\Theta(V + E)$ an für die Lösung des Single-Source-Shortest-Path-Problems auf gerichteten, azyklischen Graphen. Funktioniert Ihr Algorithmus auch bei negativen Kantengewichten?

Problem 3: Kürzeste Wege (dynamisch)

**

Gegeben ein Graph $G = (V, E)$ mit Kantenlängen $l : V \rightarrow \mathbb{R}_{>0}$ und ein Kürzeste-Wege-Baum. Falls sich die Länge einer einzigen Kante $e \in E$ ändert, wie groß kann der Anteil der Kanten von T , die dadurch ungültig werden (d.h., nicht mehr Kanten des neuen Kürzeste-Wege-Baums sind), höchstens sein?

Problem 4: $\Omega(1)$ -Modell

//**

Sei $GG = (V, E_G)$ ein Gabrielgraph, d.h. $V \subset \mathbb{R}^2$ und

$$\{v, w\} \in E_G \text{ gdw. } |v, w|^2 < |v, x|^2 + |x, w|^2 \text{ für alle } x \in V, v \neq x \neq w.$$

- (a) Im $\Omega(1)$ -Modell hat ein Pfad p in einem Unit-Disc-Graphen in der Linkmetrik (konstante Kostenfunktion), der euklidischen Metrik und der Energiemetrik bis auf einen konstanten Faktor c die gleichen Kosten. Diese Konstante c ist also nur von der unteren Schranke d_0 des $\Omega(1)$ -Modells abhängig (vgl. Lemma 10 aus der Vorlesung).
- (b) Im $\Omega(1)$ -Modell ist der kürzeste Pfad im Unit-Disc-Graphen geschnitten mit dem Gabrielgraph nur um einen konstanten Faktor länger als im Unit-Disc-Graphen (vgl. Lemma 11 aus der Vorlesung).
- (c) Optional: Der Gabrielgraph ist im Allgemeinen kein (euklidischer) Spanner.