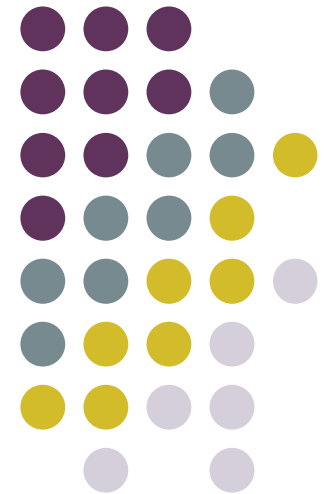


# The Rectilinear Steiner Tree Problem is NP-complete

Seminarvortrag  
Lothar Kunz



# Übersicht



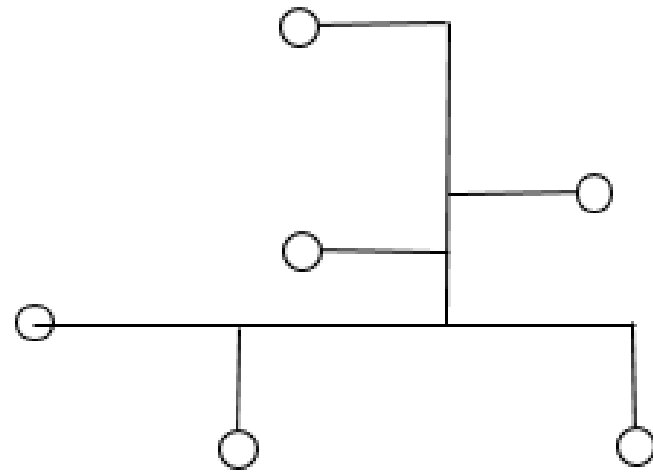
- Einleitung
- Grundlagen Komplexität
- Grundlagen Graphentheorie
- Beweisstrategie
- Problemreduktionsschritt 1
- Problemreduktionsschritt 2
- Zentraler Beweis
- Schluss

# Motivation



- Leiterplattenlayout
- Für einige eingeschränkte Probleme wurden bereits effiziente Lösungen gefunden

# Rectilinear Steiner Baum (RST)



# RST Problem



- Konstruiere RST mit minimaler totalen Länge

# Die Klasse P



- Probleme mit deterministischen Algorithmen in polynomialer Zeit lösbar

# Die Klasse NP

Probleme, mit nichtdeterministischen  
Algorithmen in polynomialer Zeit lösbar



# NP-vollständig



- Element von NP
- Jedes NP-Problem läßt sich mit polynomialem Aufwand in ein NP-vollständiges Problem umwandeln

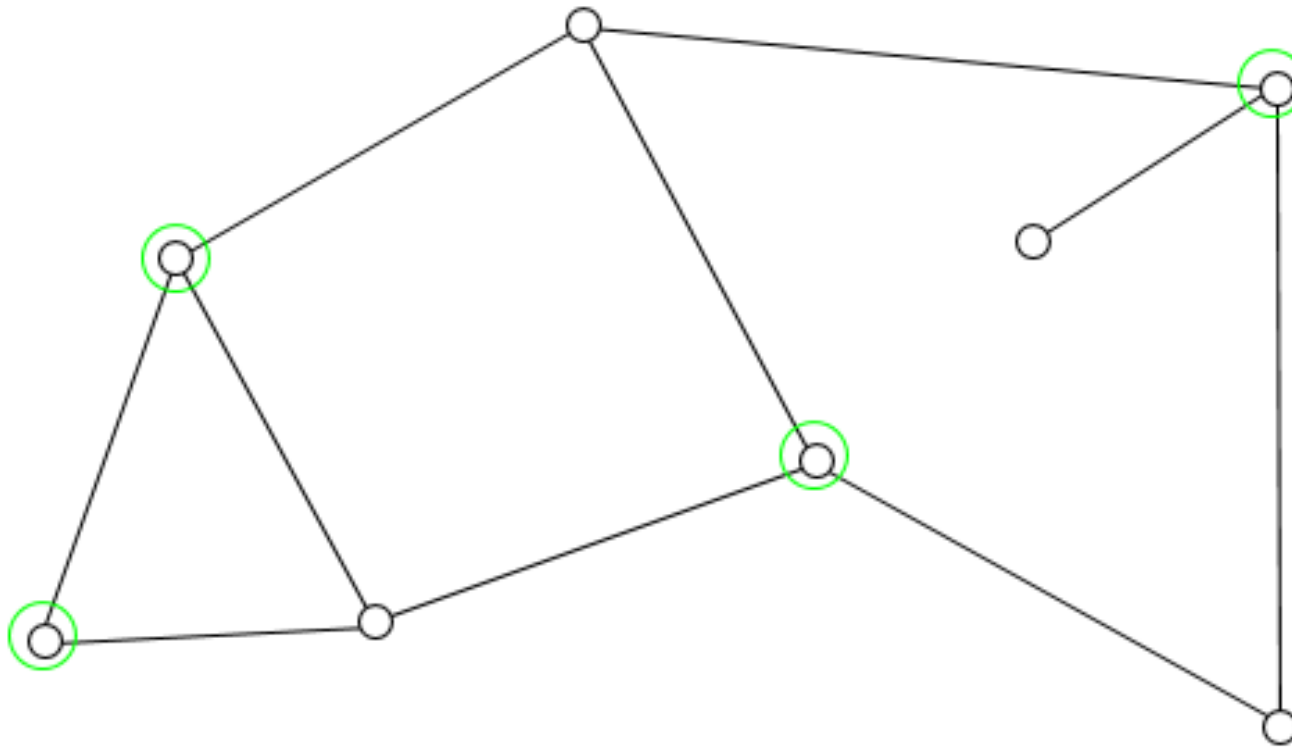


# Problemreduktion

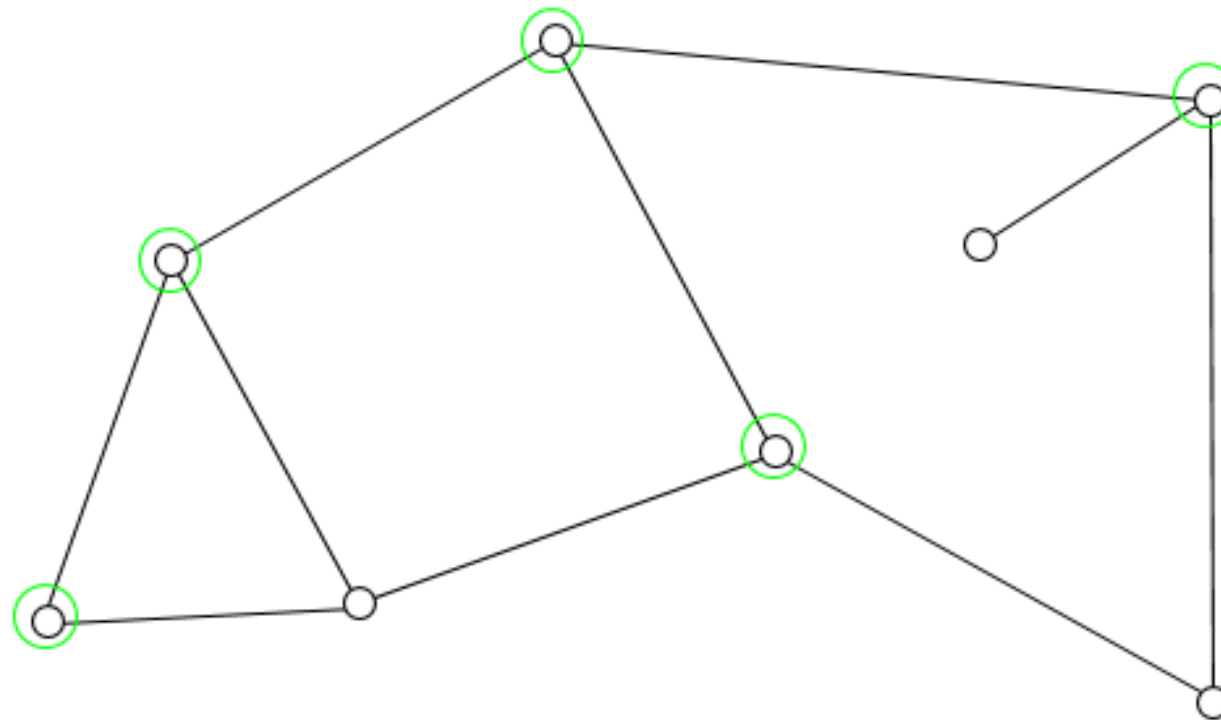


- $A \rightarrow B$
- Wenn A NP-vollständig ist und sich polynomiell auf B reduzieren läßt, dann ist B auch NP-vollständig

# Knotenüberdeckung



# Zusammenhängende Knotenüberdeckung





# Beweisstrategie

Abfolge von drei Problemreduktionen

Ausgehend von :

- Knotenüberdeckung in planaren Graphen ist NP-vollständig.
- Gegeben :
  - planarer Graph  $G = (V, E)$
  - $k$  aus  $\mathbb{N}$
- Gibt es Knotenüberdeckung  $V'$  mit  $|V'| \leq k$  ?

# Nächstes Problem



- Knotenüberdeckung in planaren Graphen mit maximalem Grad 3

# Nächstes Problem



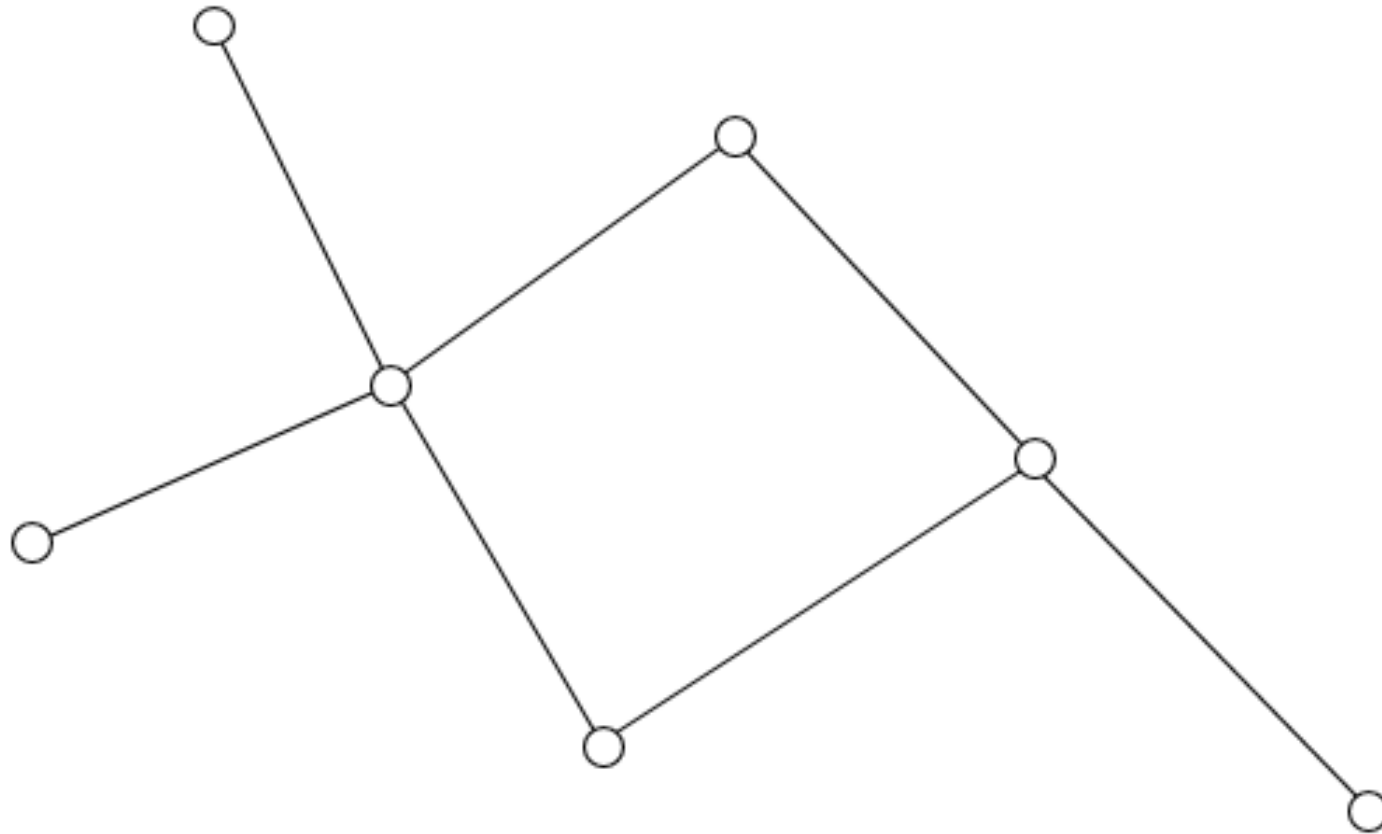
- Zusammenhängende Knotenüberdeckung in einem planaren Graphen mit maximalen Grad 4.

# Behauptung Lemma 1



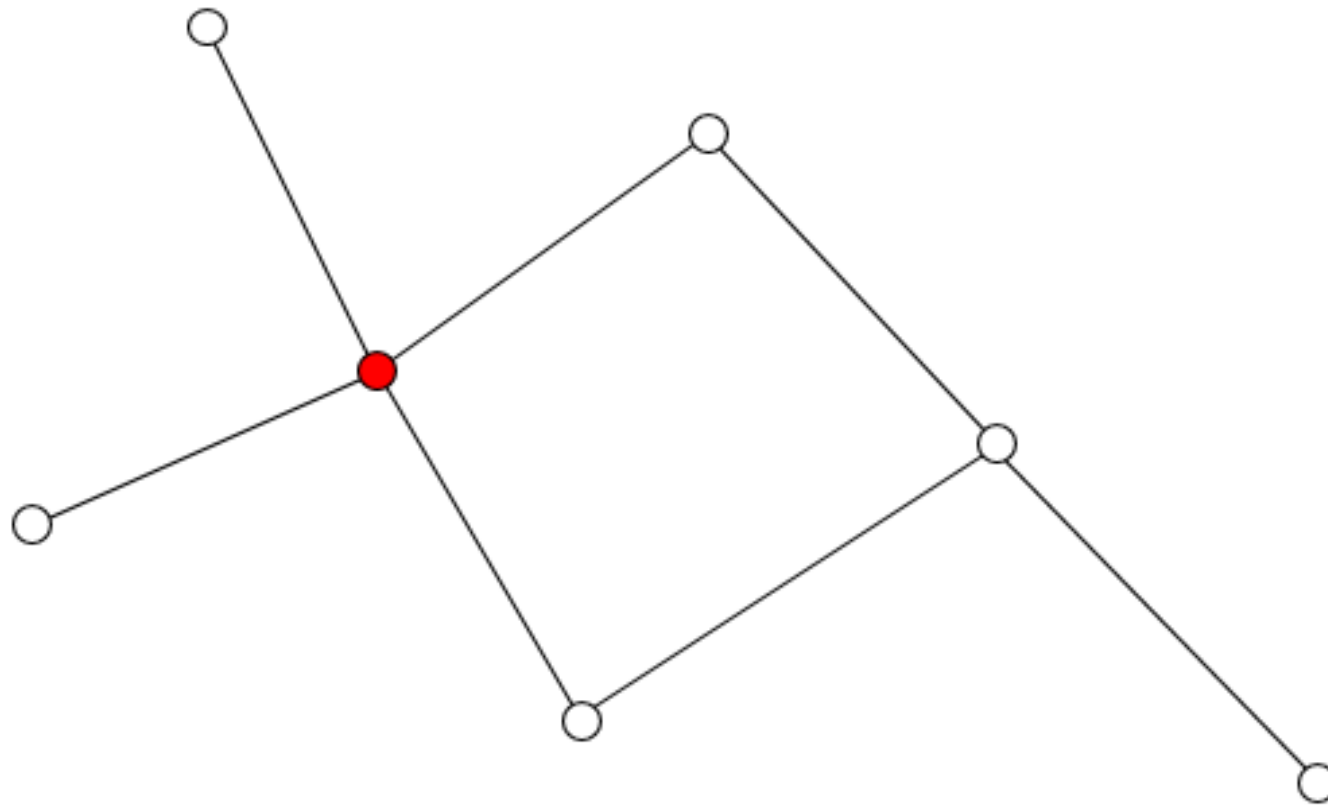
Knotenüberdeckung in planaren Graphen mit maximalem Grad 3 ist NP-vollständig.

# Problemreduktion 1

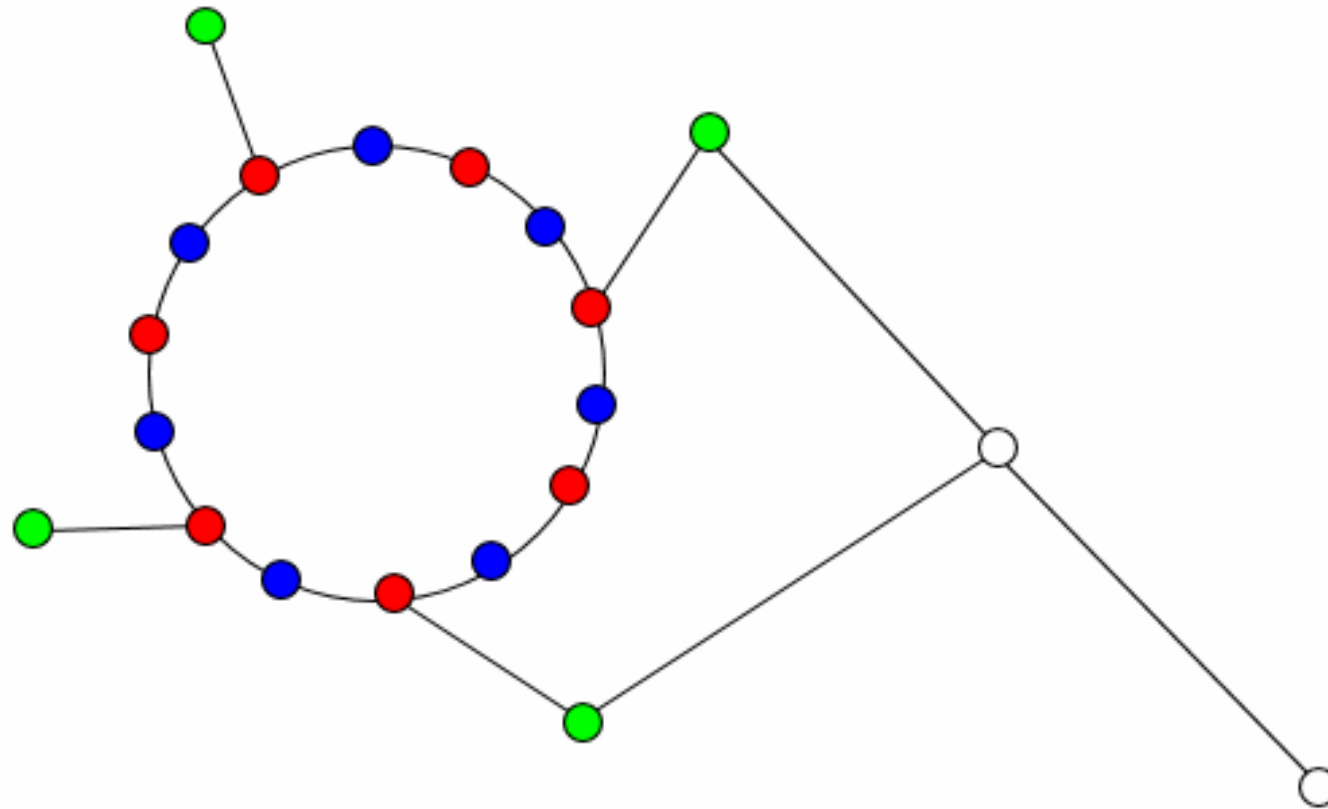




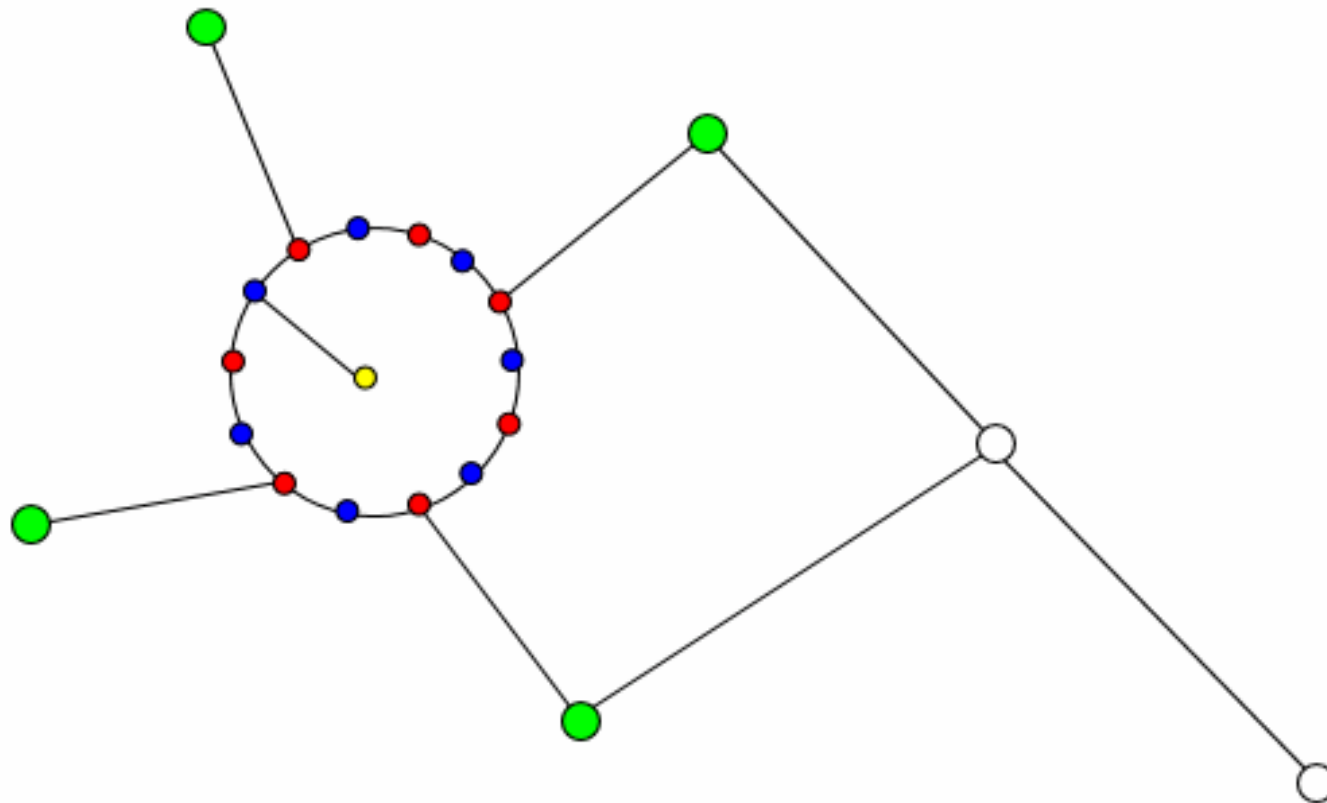
# Problemreduktion 1



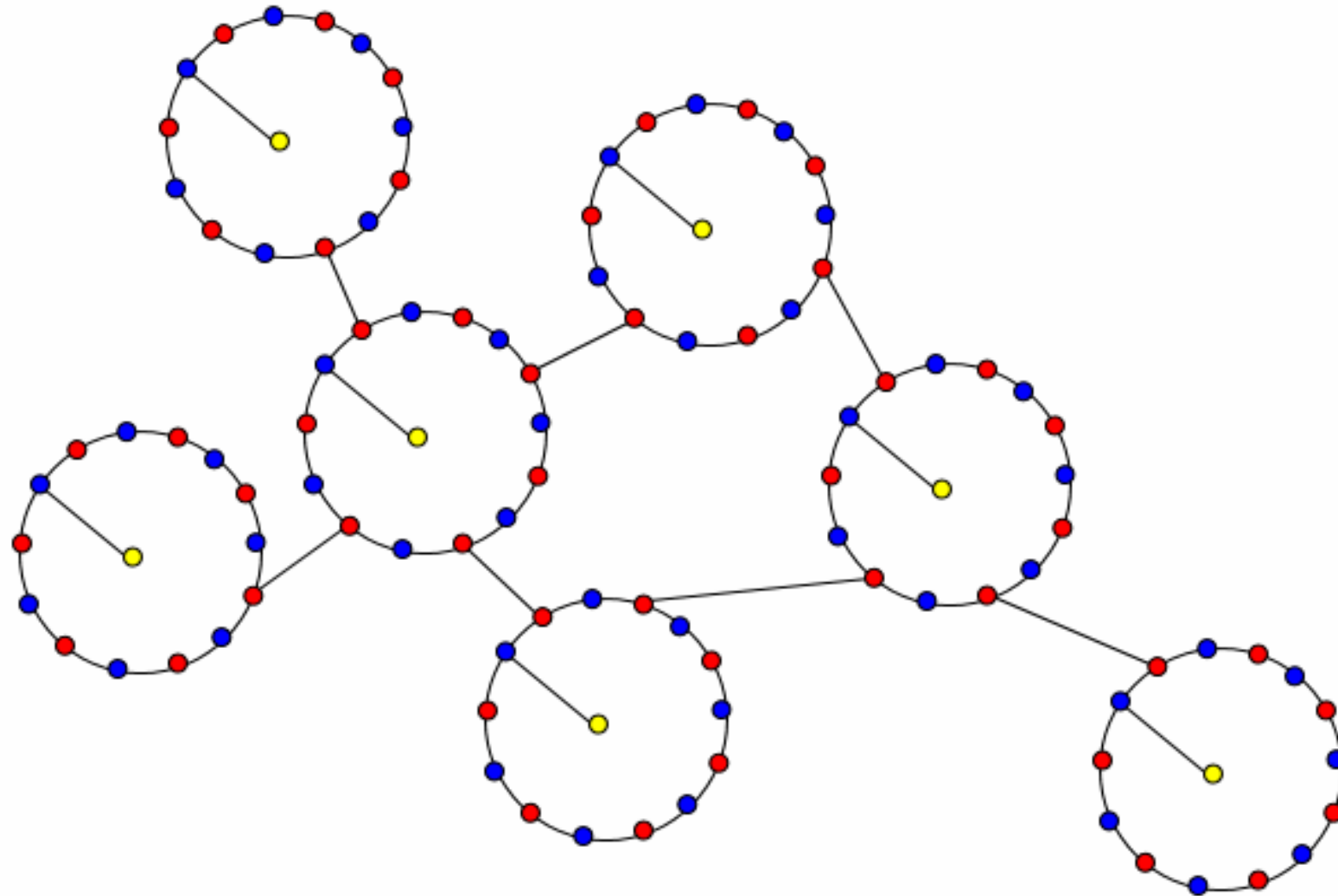
# Problemreduktion 1



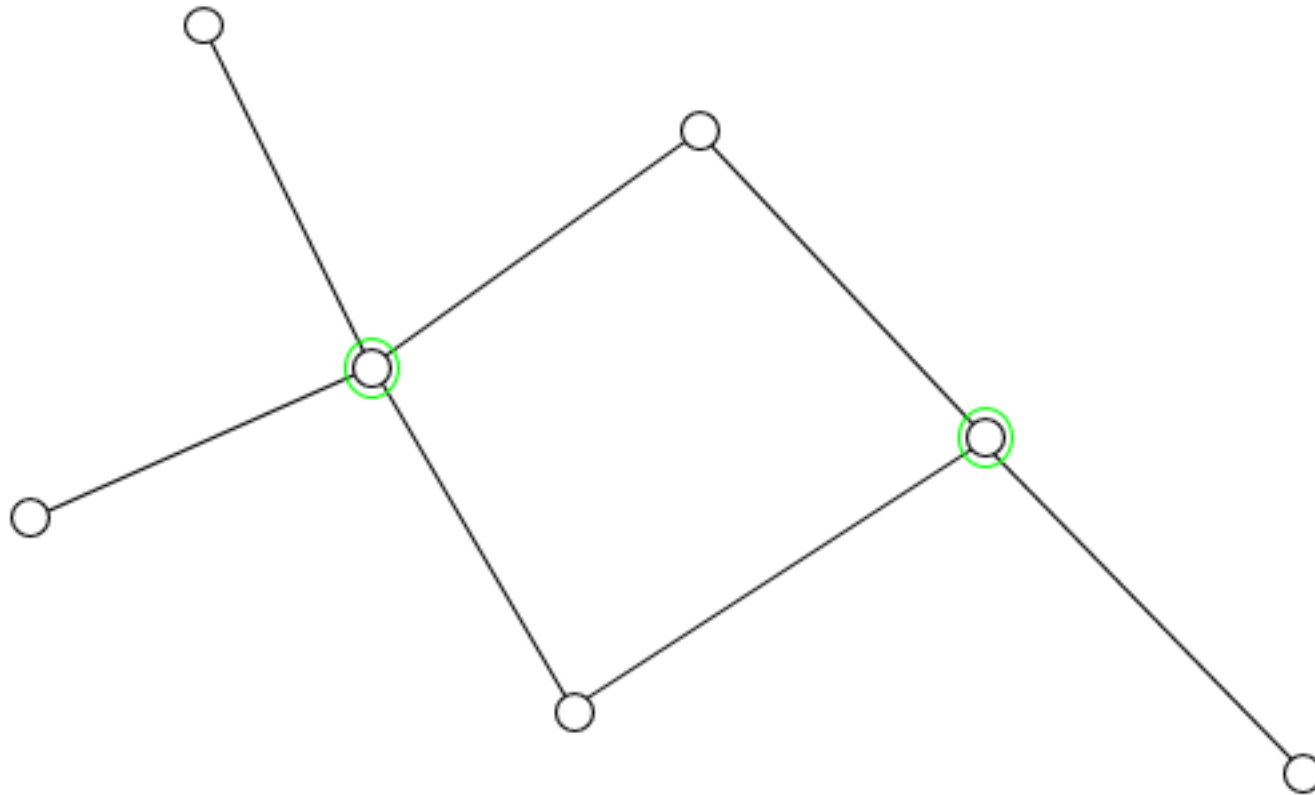
# Problemreduktion 1



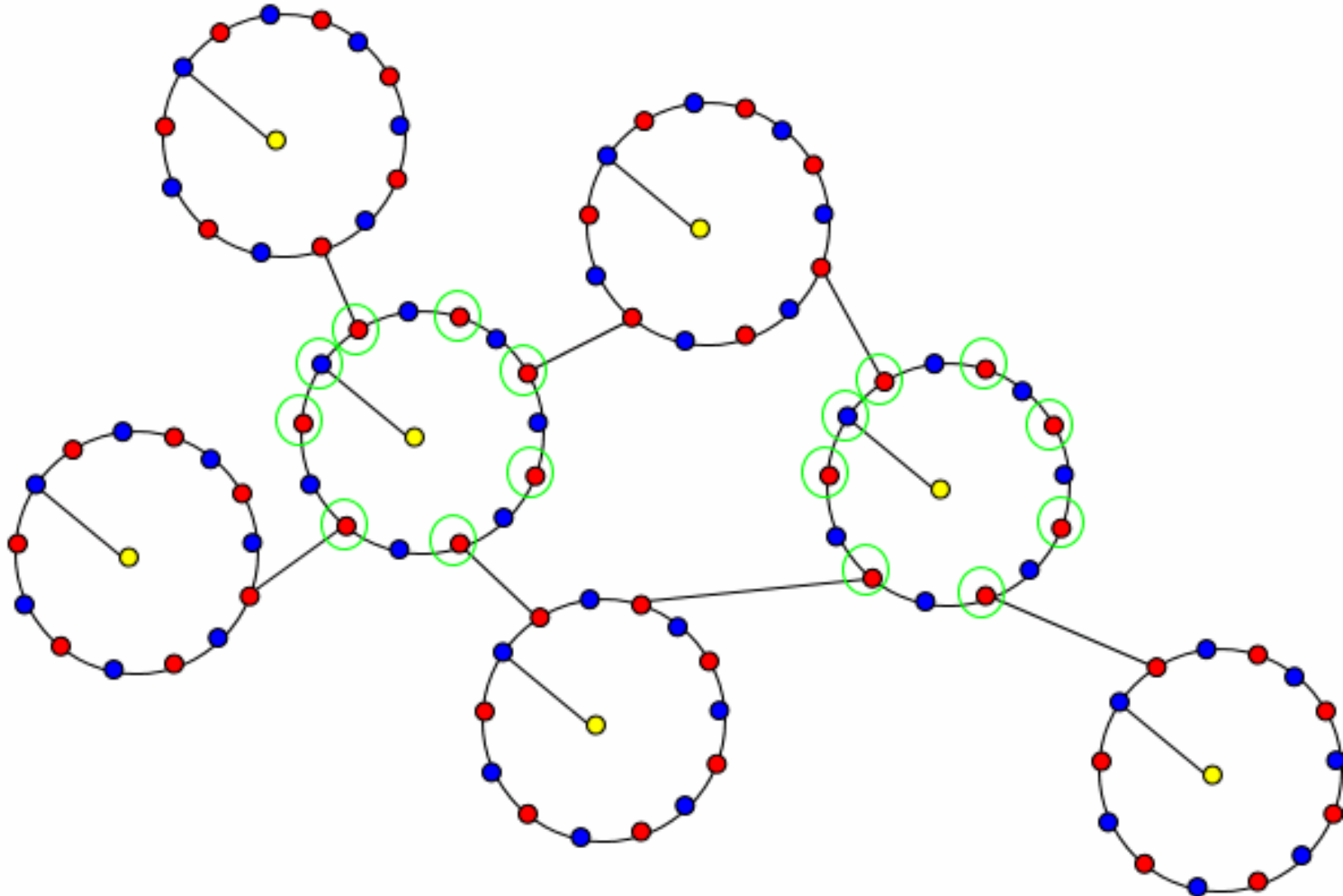
# Problemreduktion 1



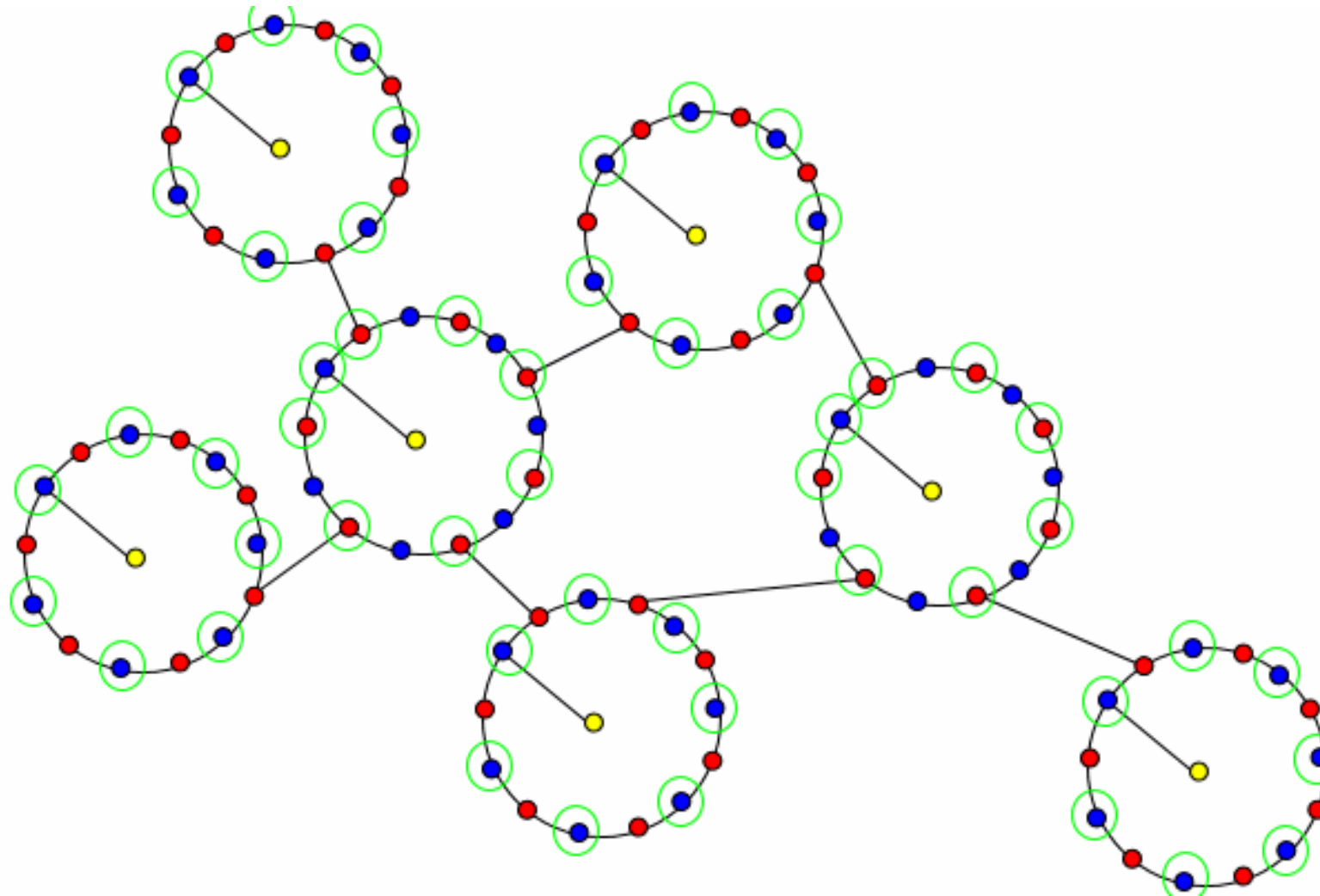
# Knotenüberdeckung



# Knotenüberdeckung



# Knotenüberdeckung



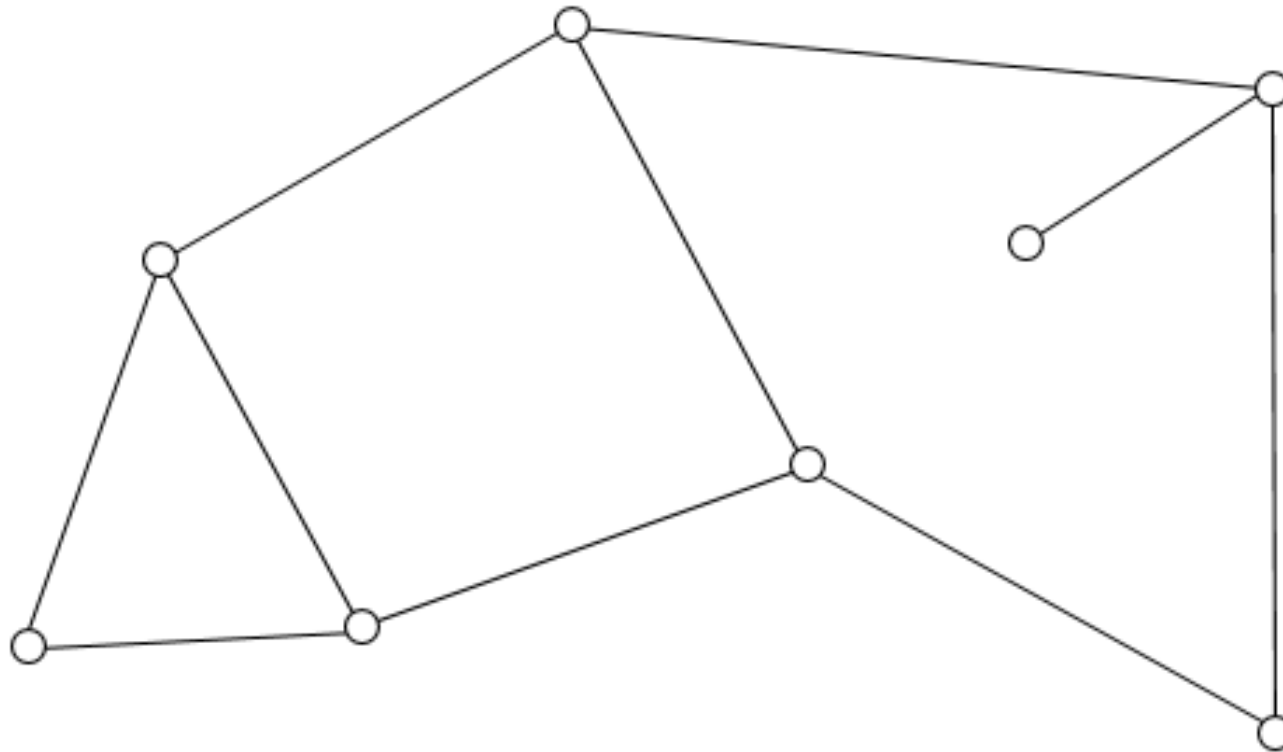
## Lemma 2

Zusammenhängende Knotenüberdeckung in planaren Graphen mit maximalem Grad 4 ist NP-vollständig.

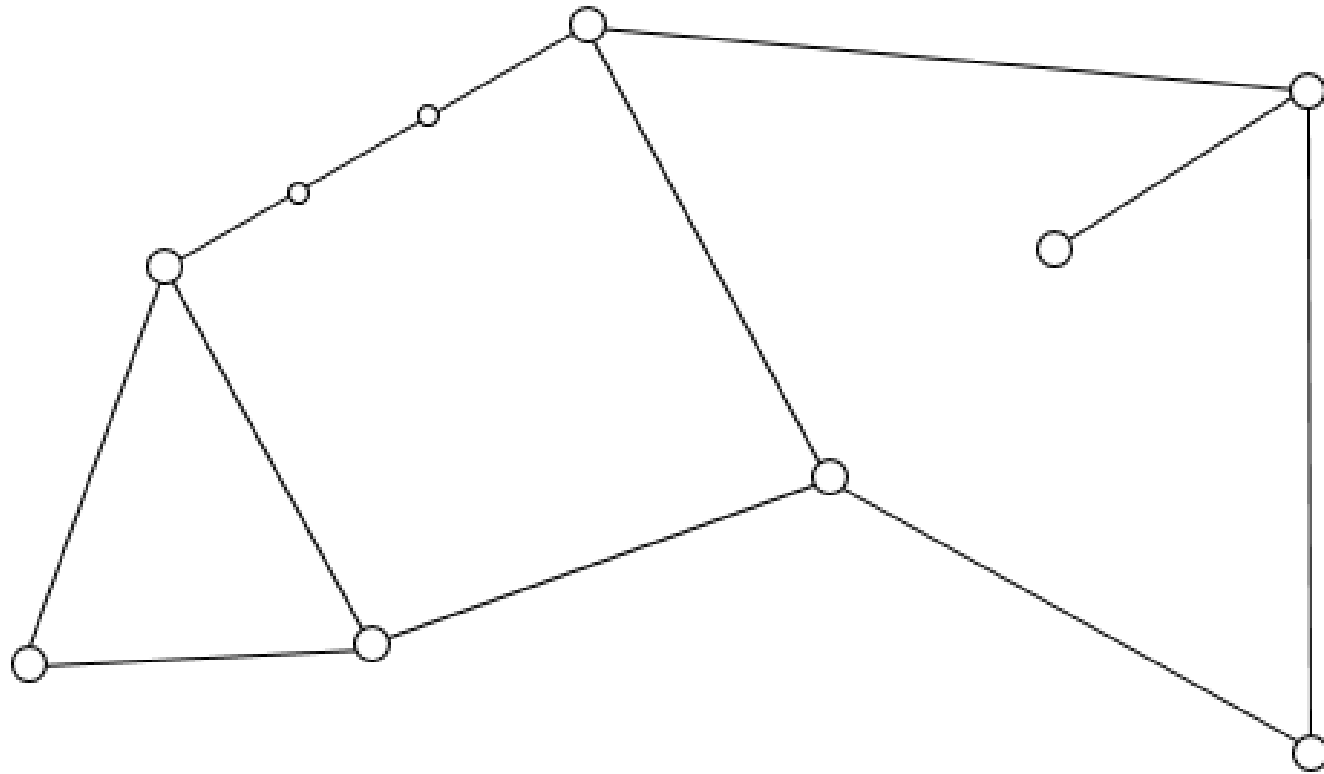




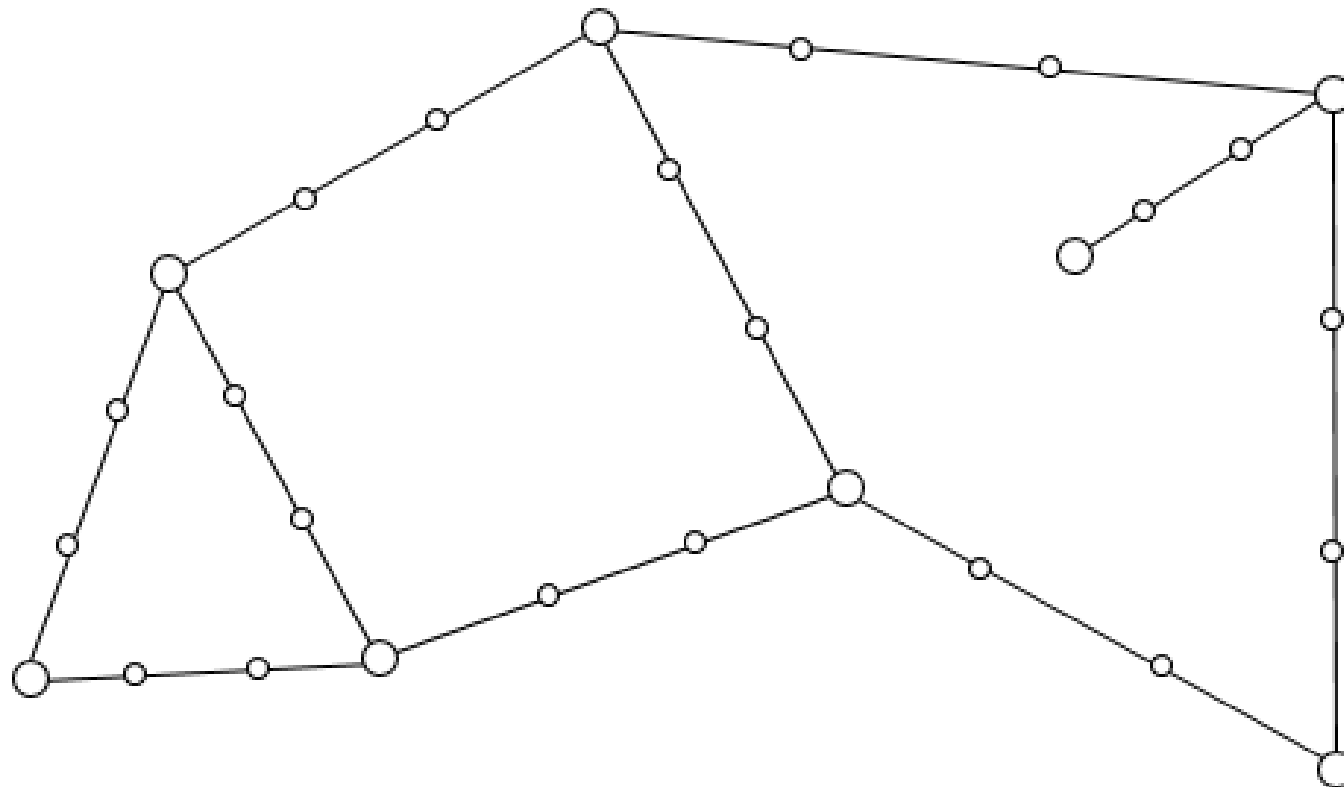
# Problemreduktion 2



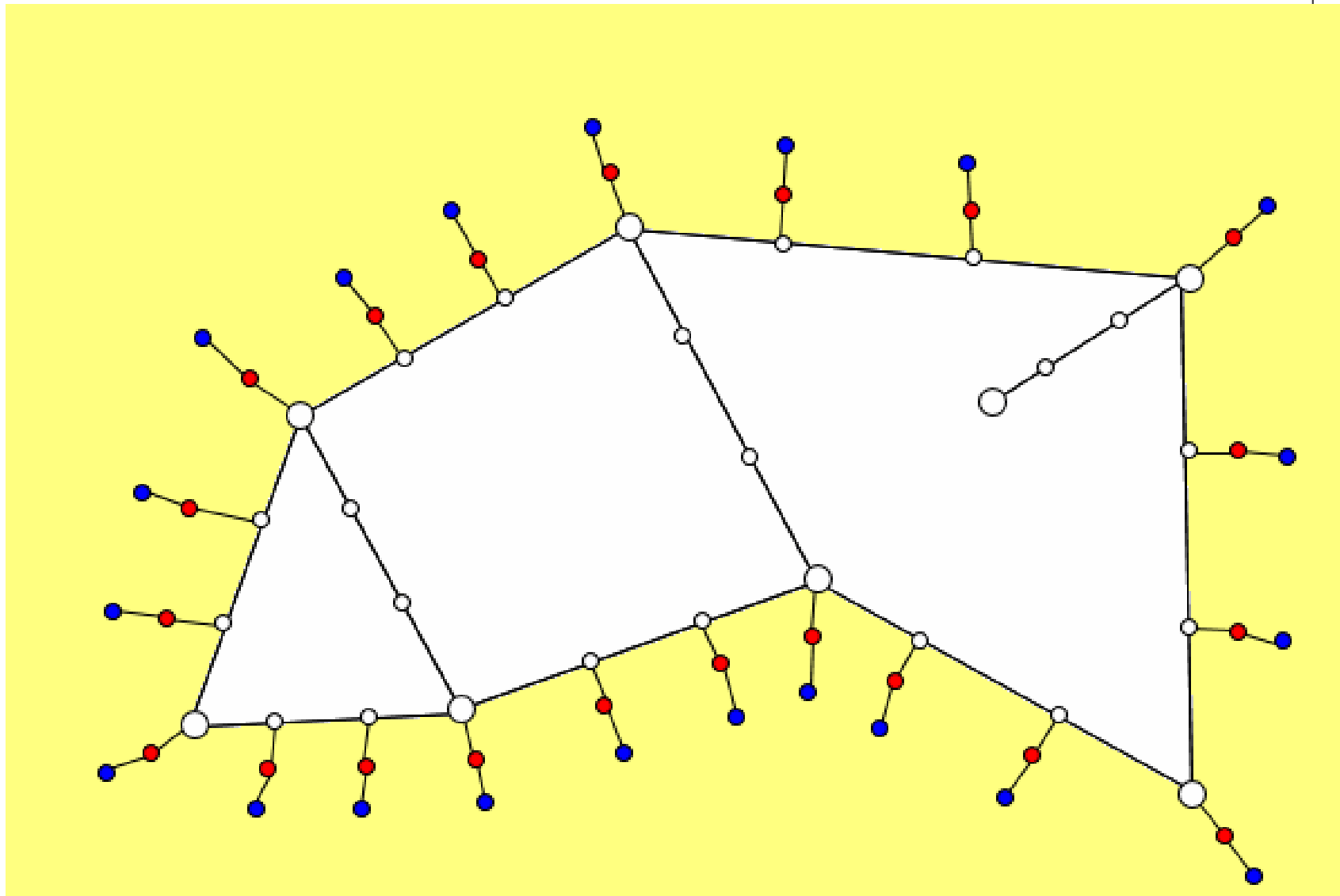
# Problemreduktion 2



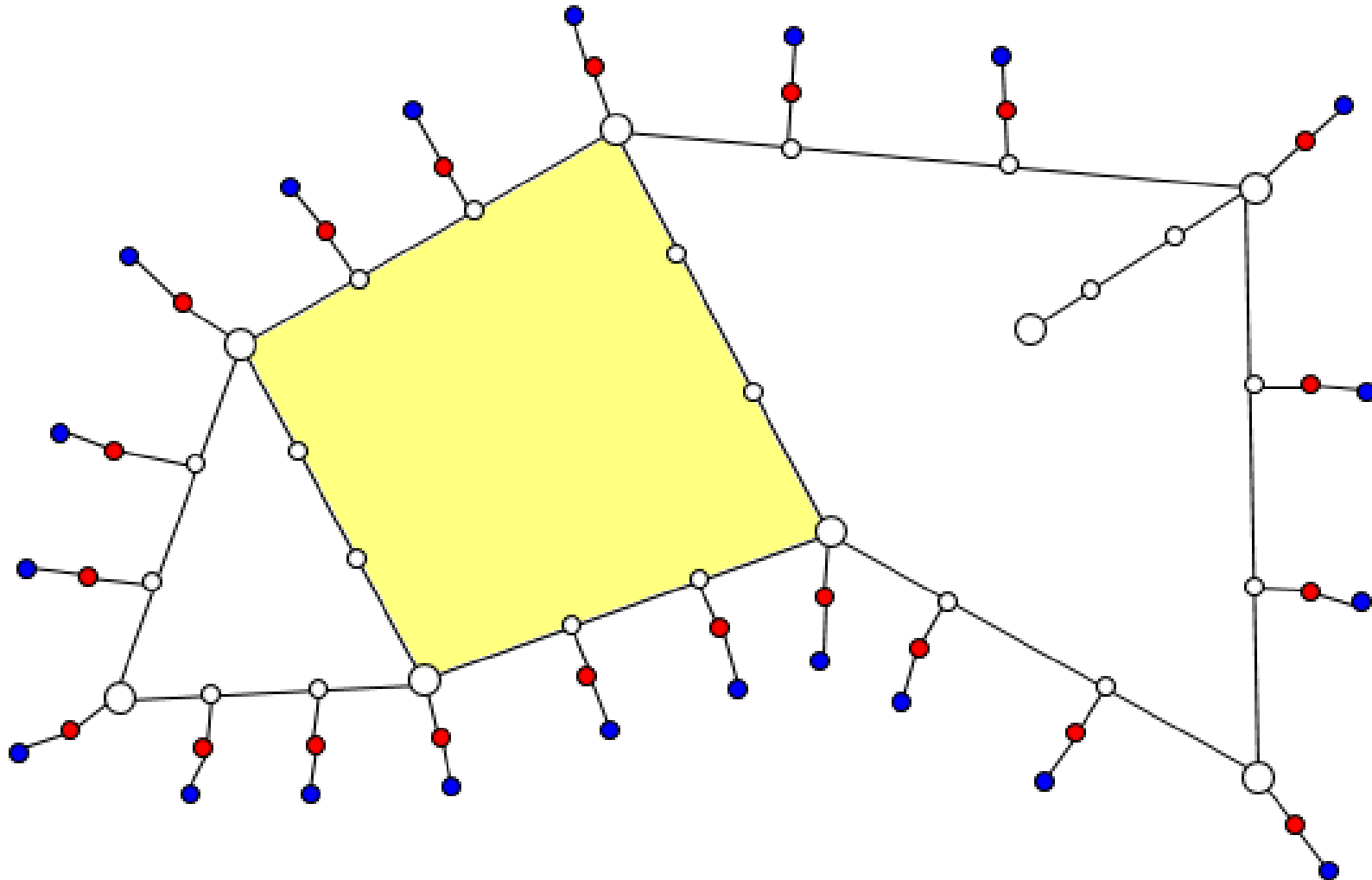
# Problemreduktion 2



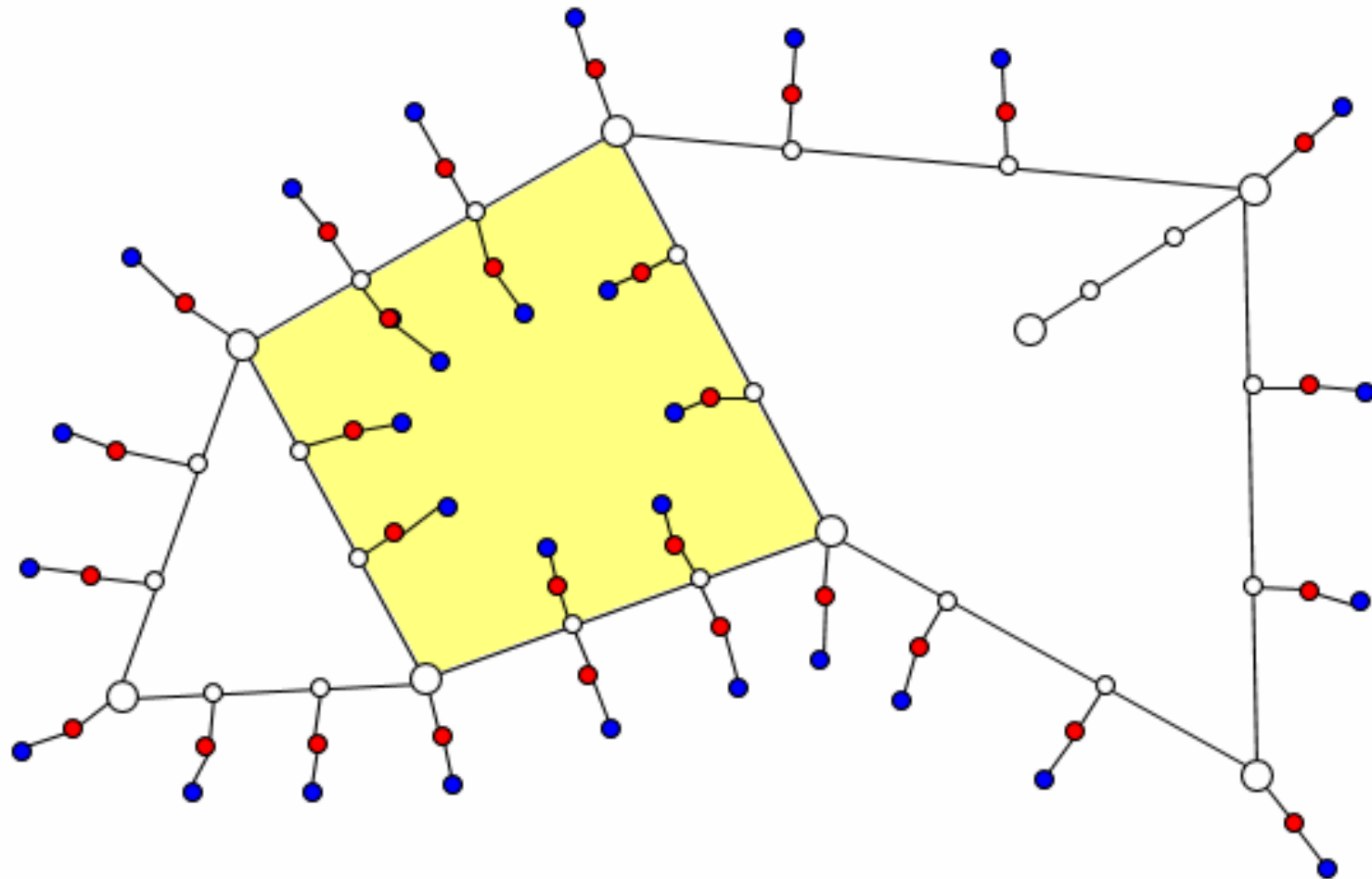
# Problemreduktion 2



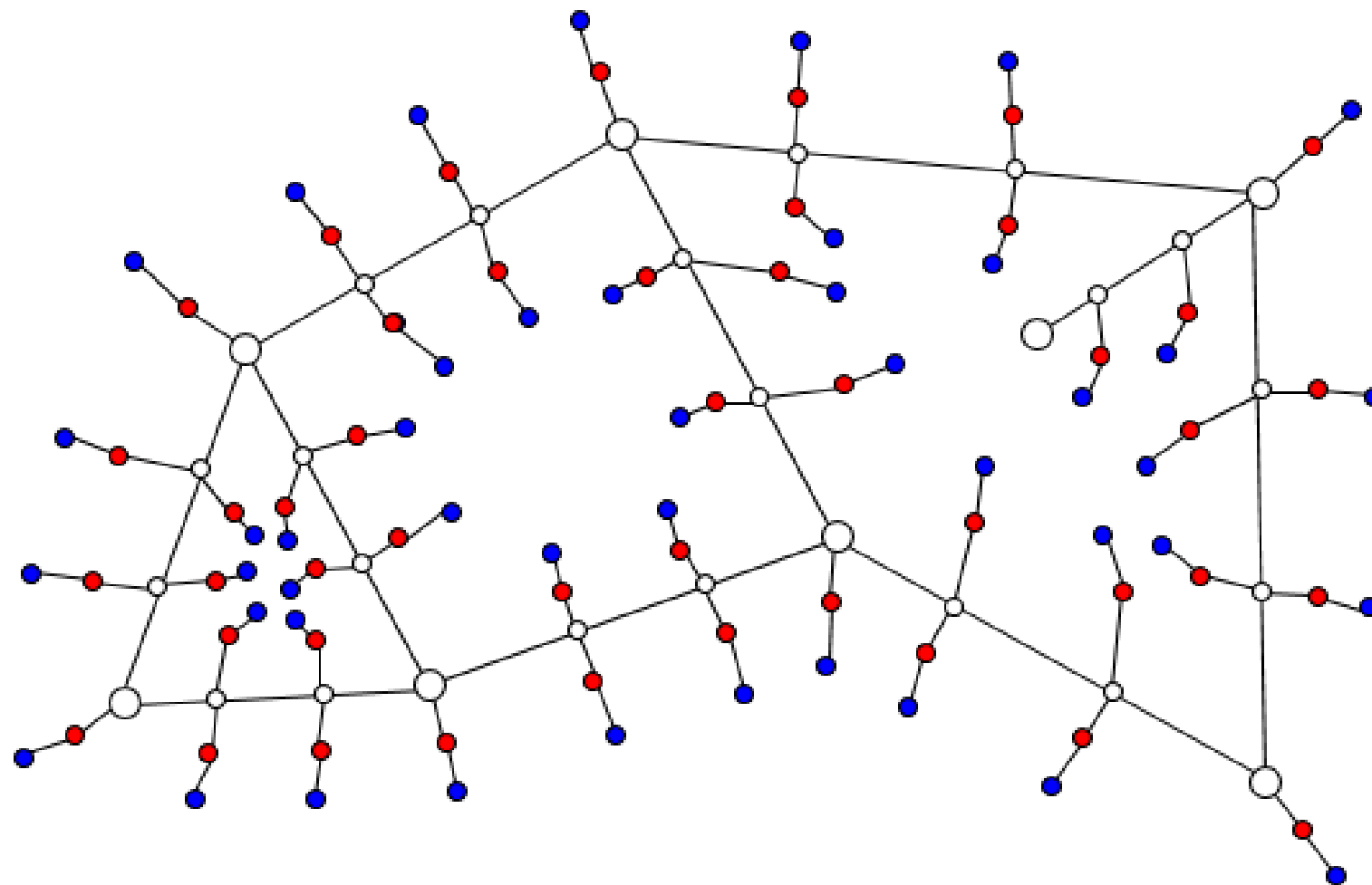
# Problemreduktion 2



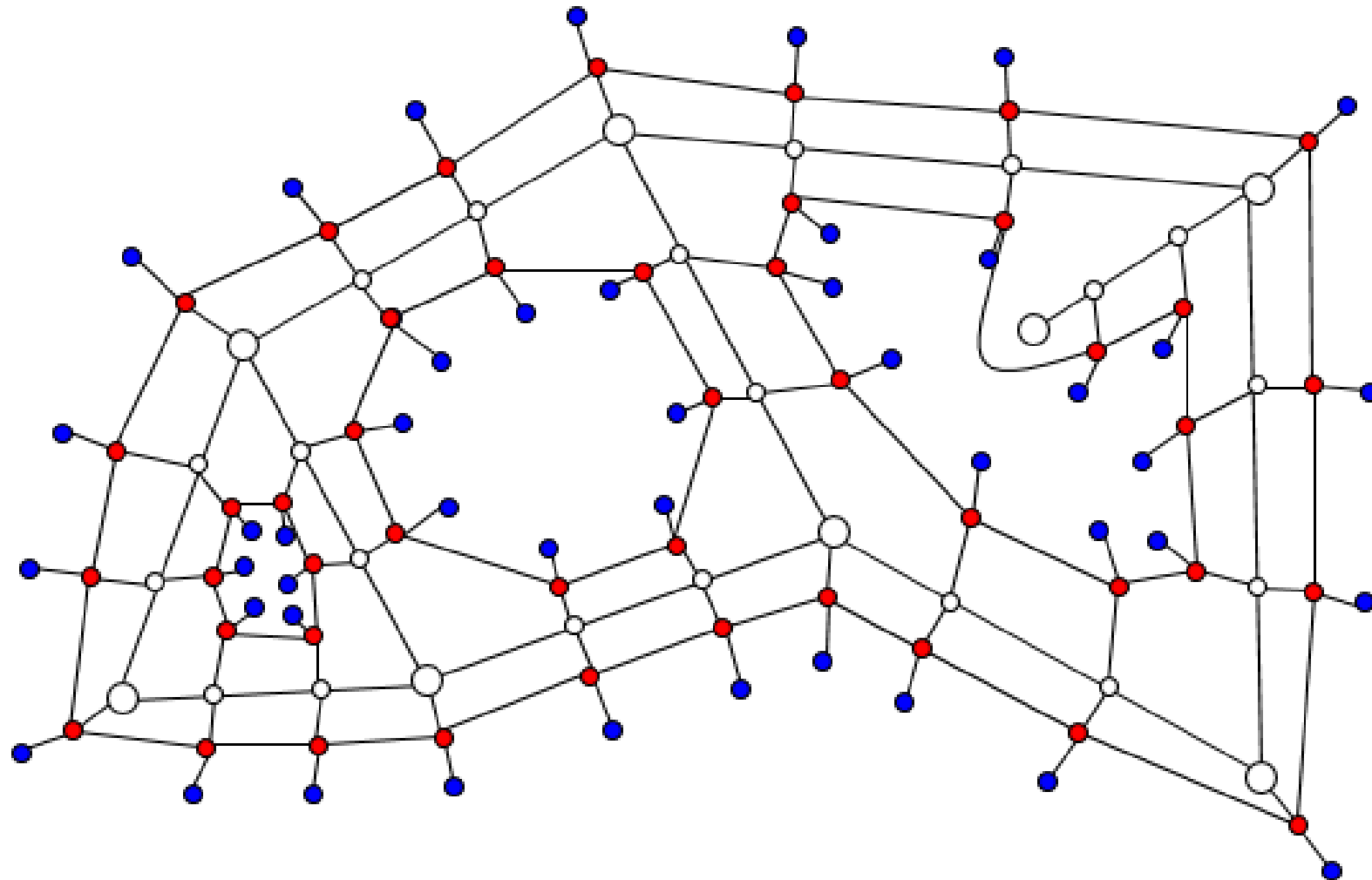
# Problemreduktion 2



# Problemreduktion 2

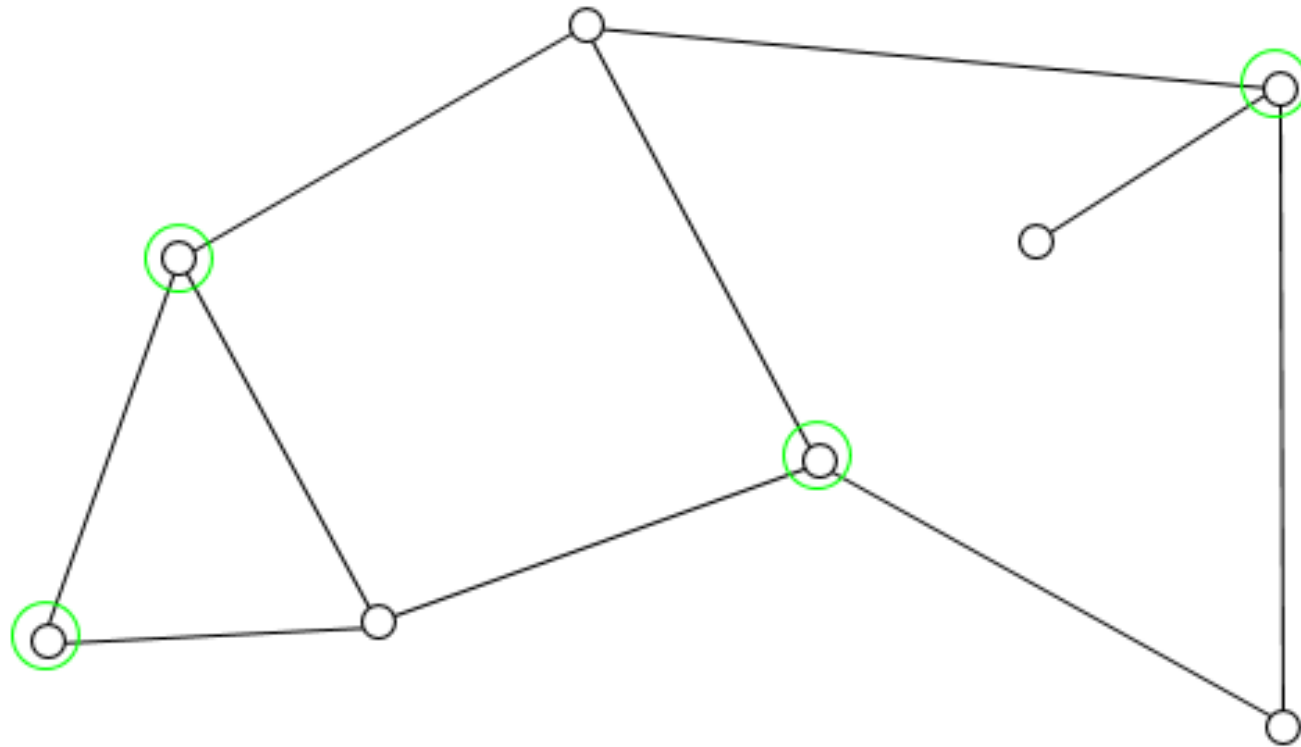


# Problemreduktion 2

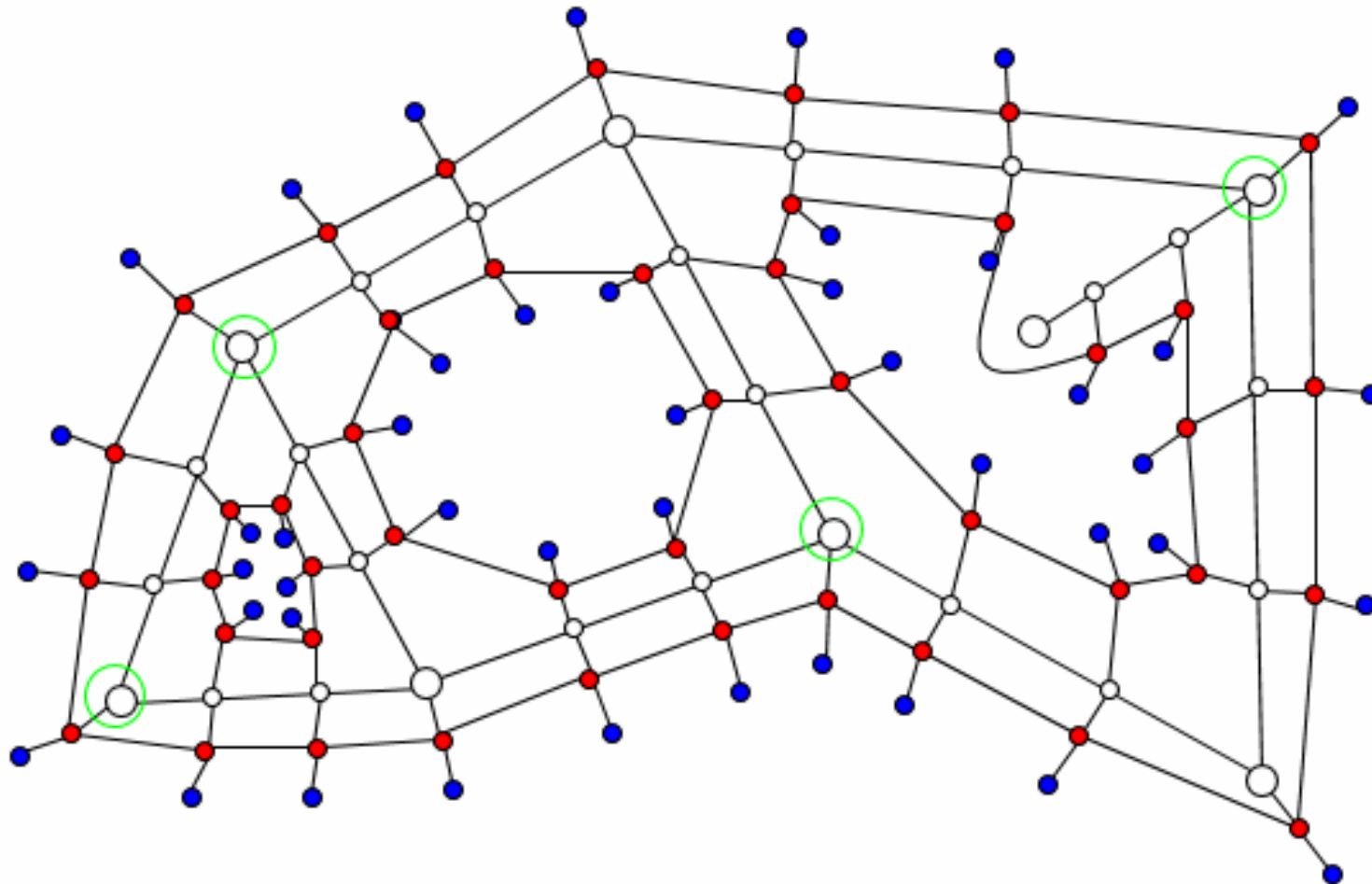




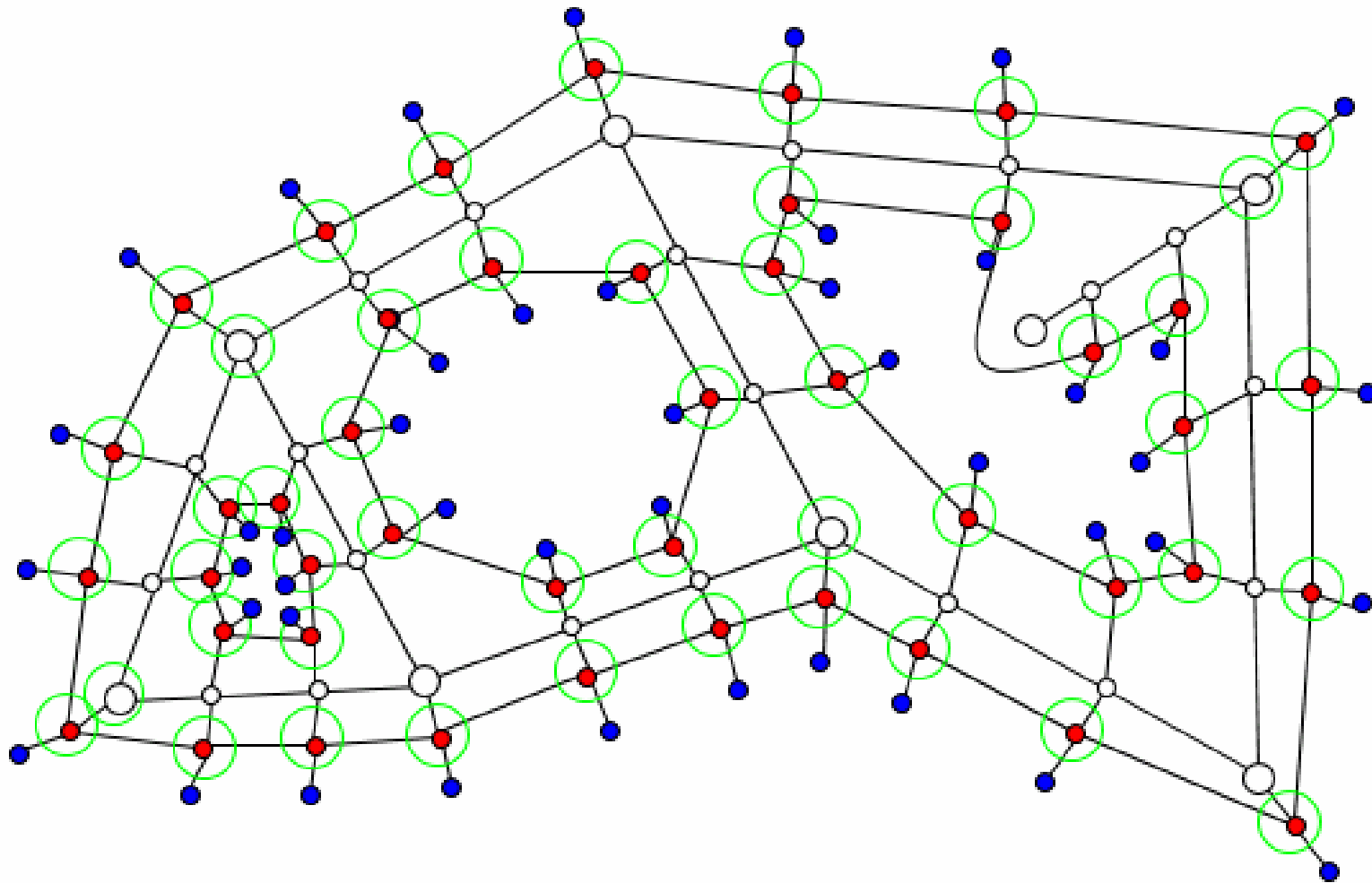
# Knotenüberdeckung



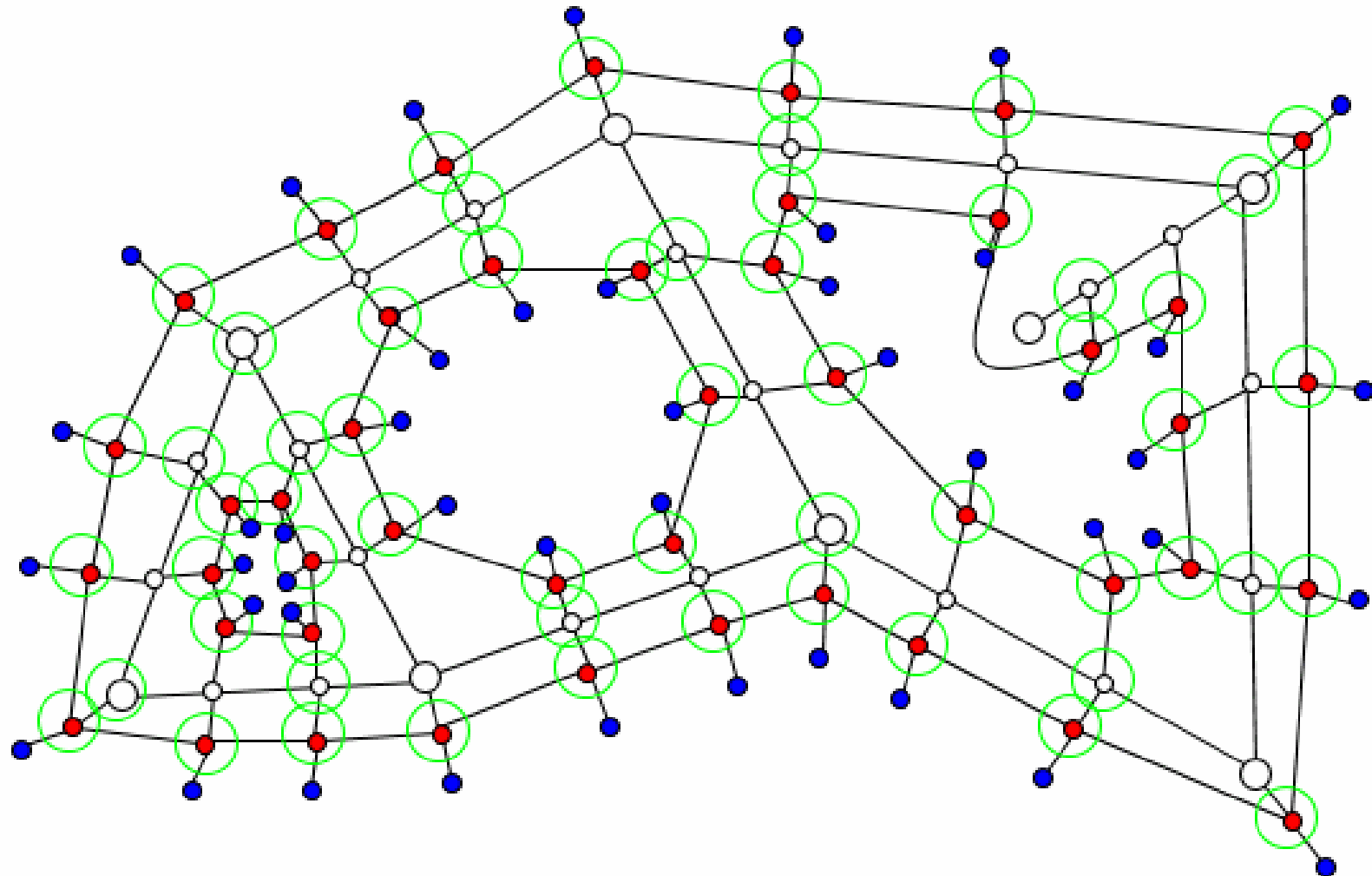
# Knotenüberdeckung



# Knotenüberdeckung



# Knotenüberdeckung



# Zentrale Behauptung

- RST ist NP-vollständig

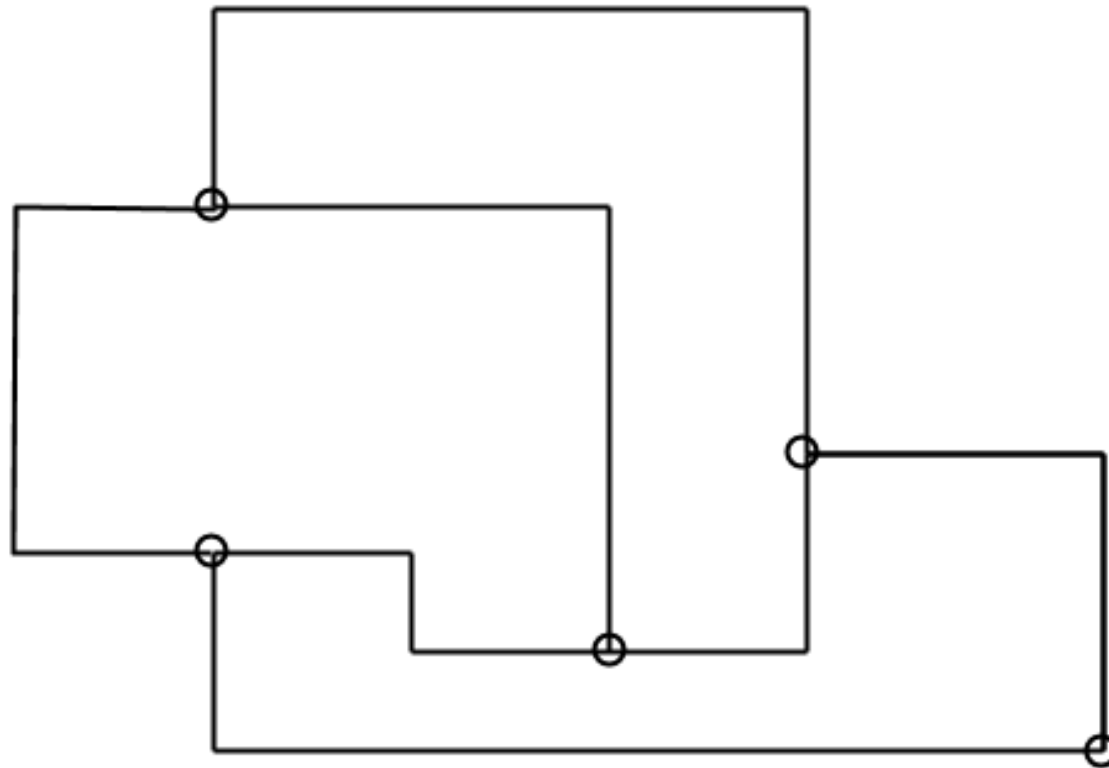




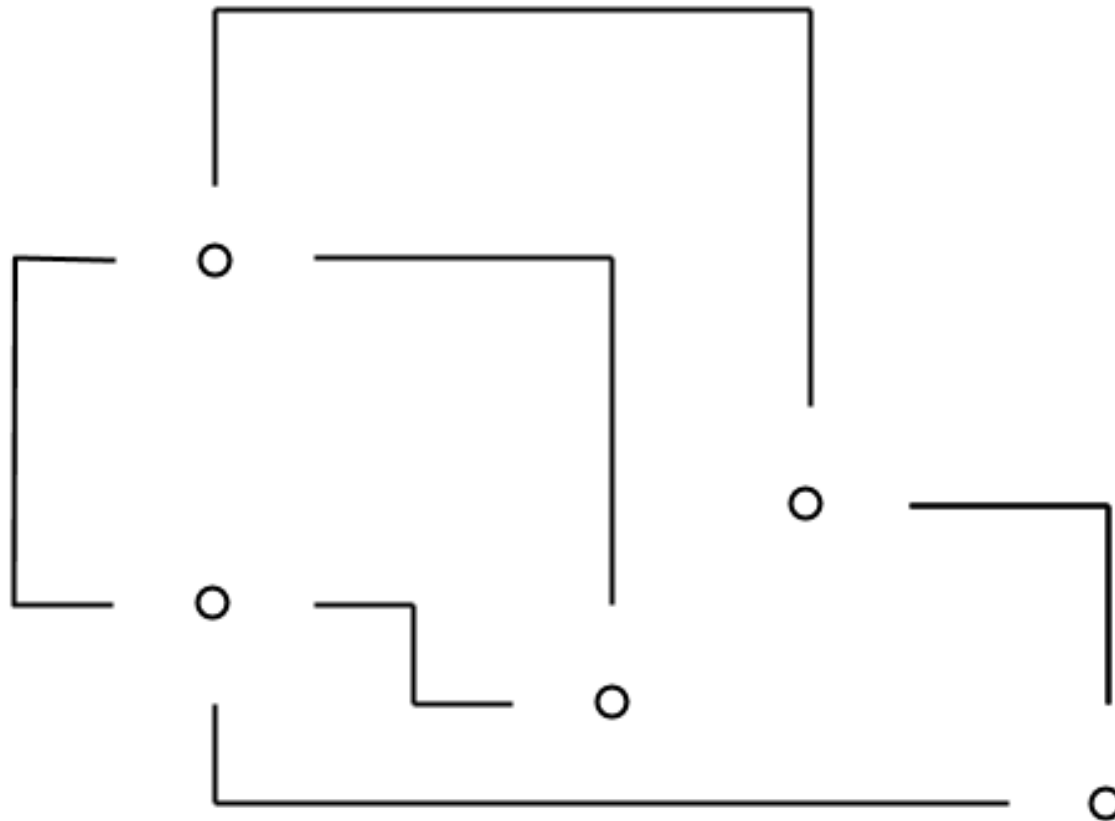
# Beweis

- Annahme :
  - G hat ein zusammenhängende Knotenüberdeckung
- Konstruktion eines RST
  - Spanning Tree der Knotenüberdeckung

# Problemreduktion 3

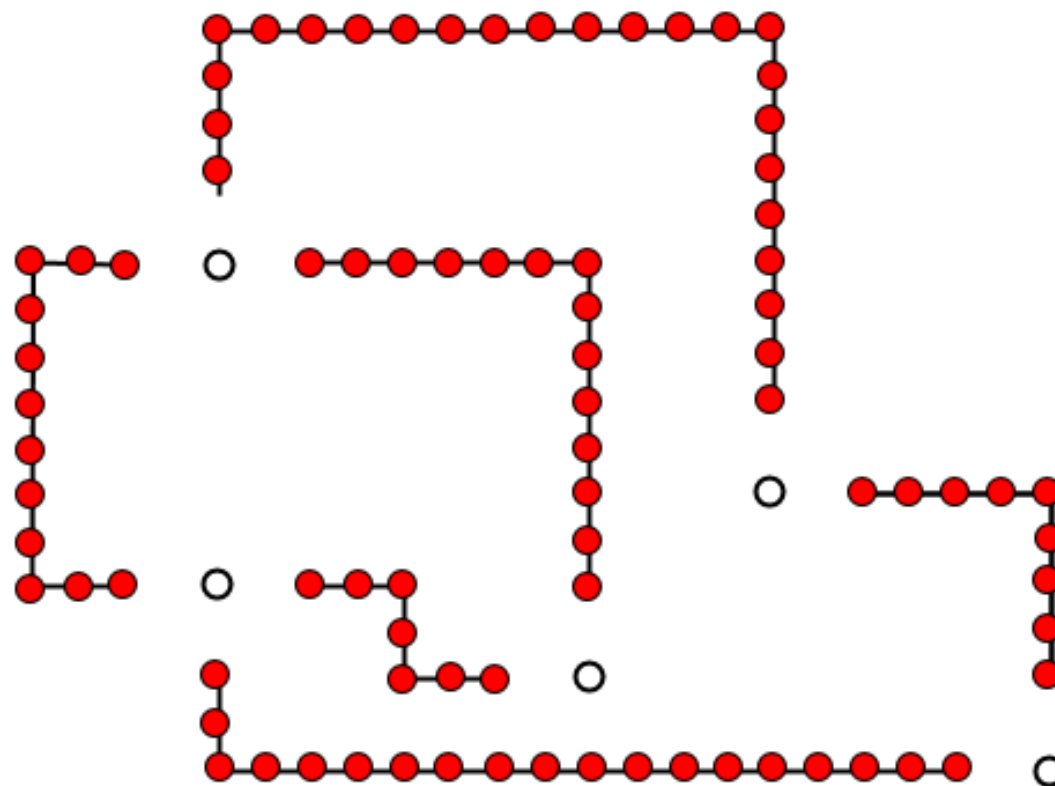


# Problemreduktion 3

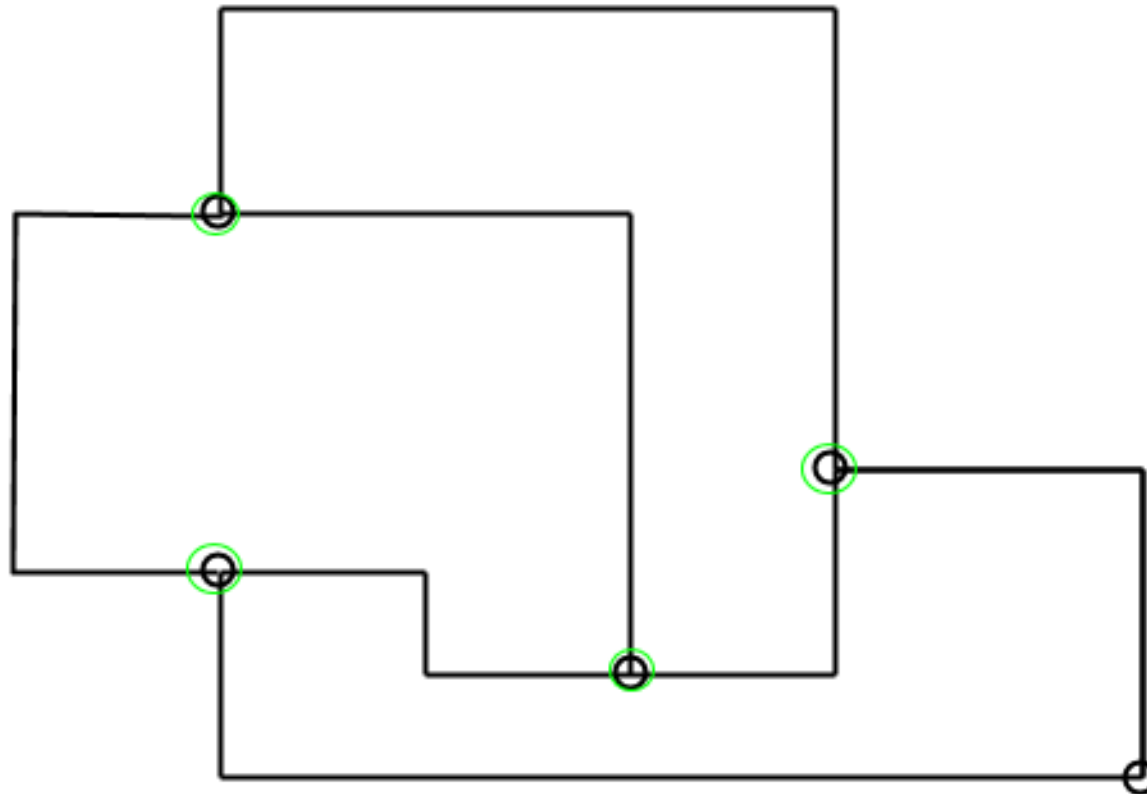




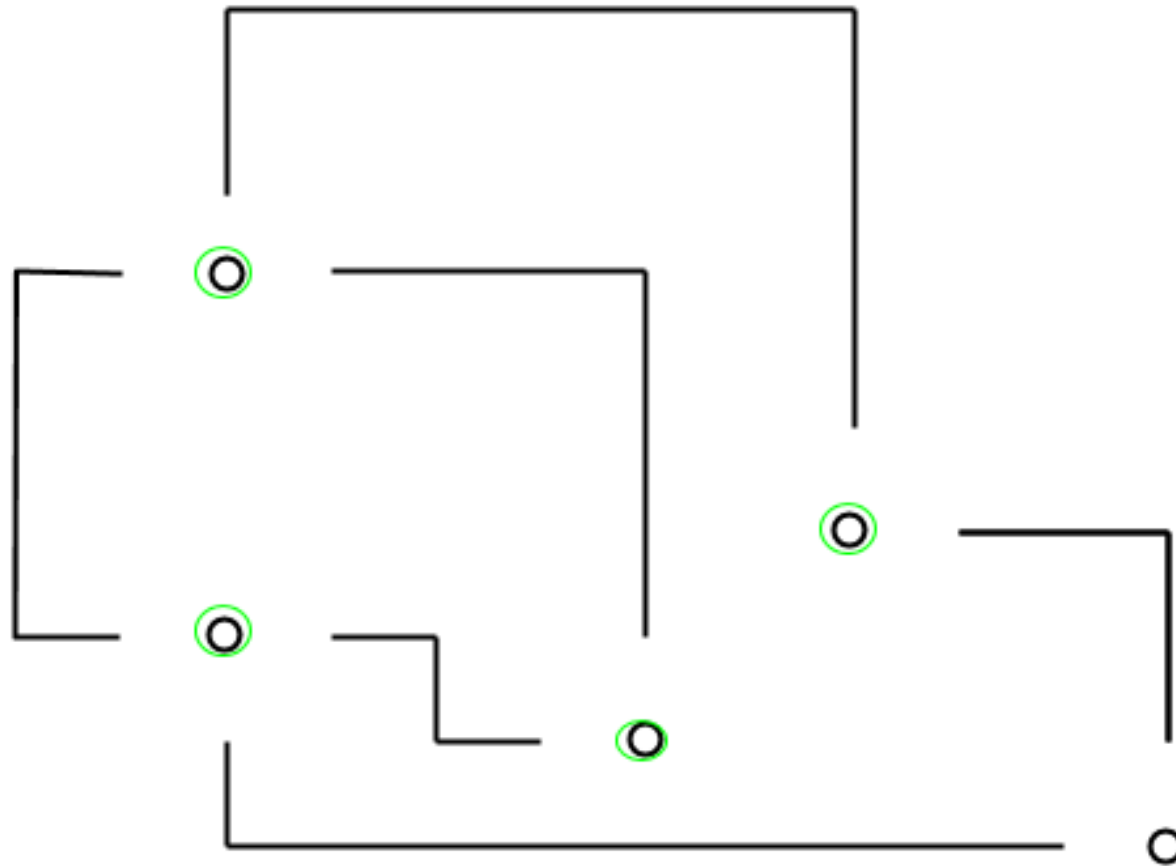
# Problemreduktion 3



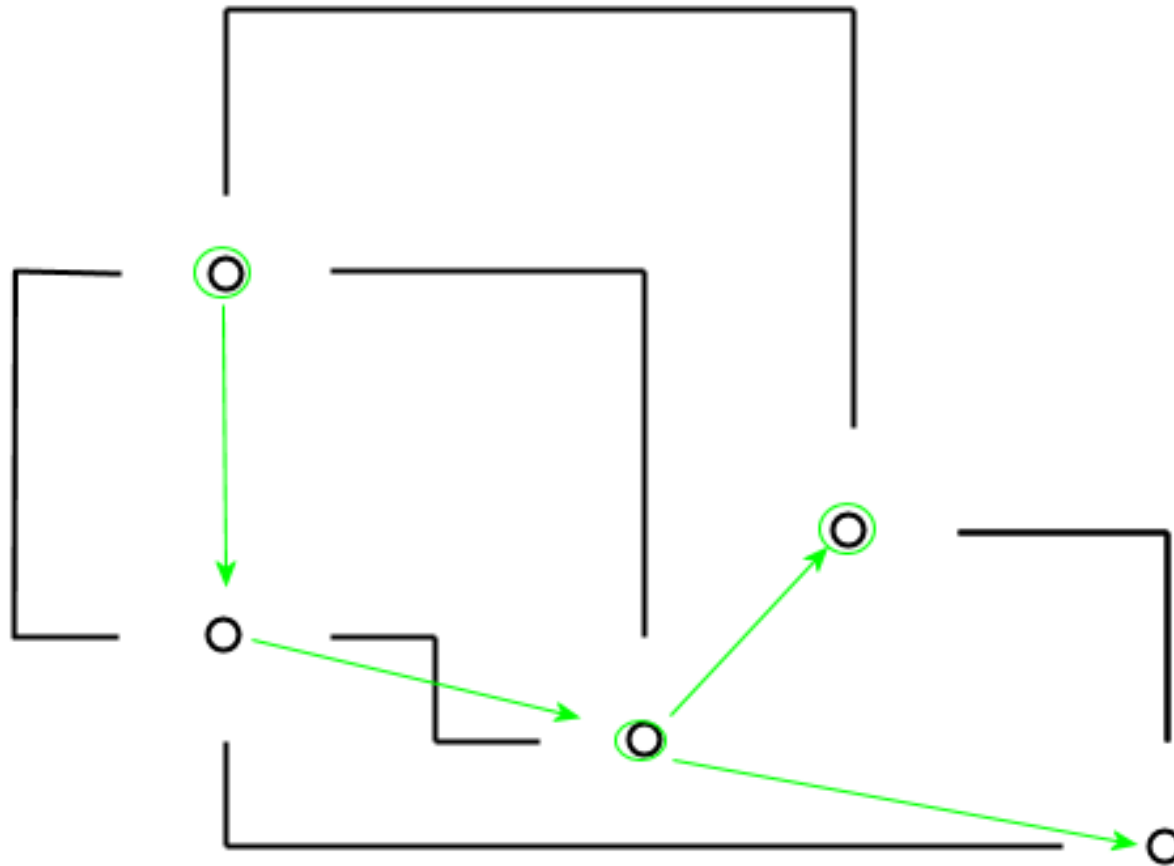
# Problemreduktion 3



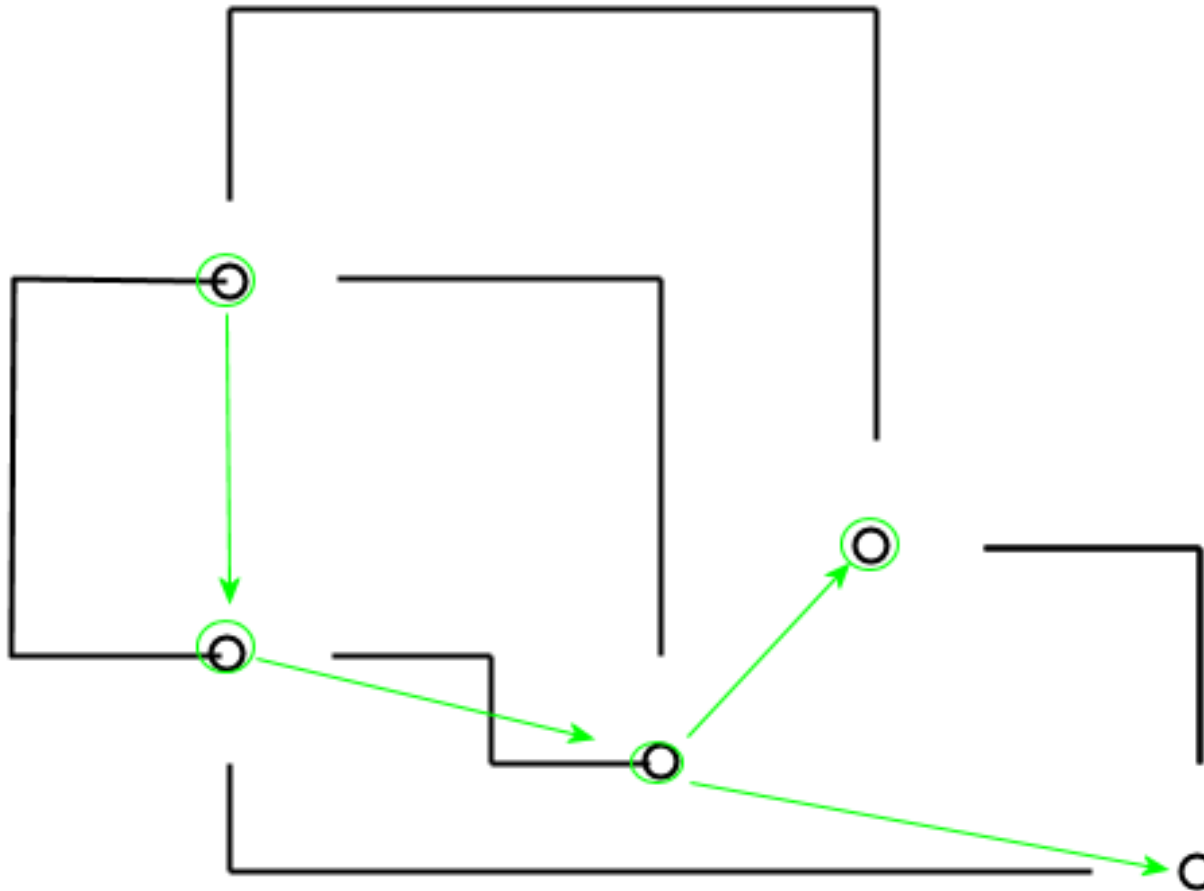
# Problemreduktion 3



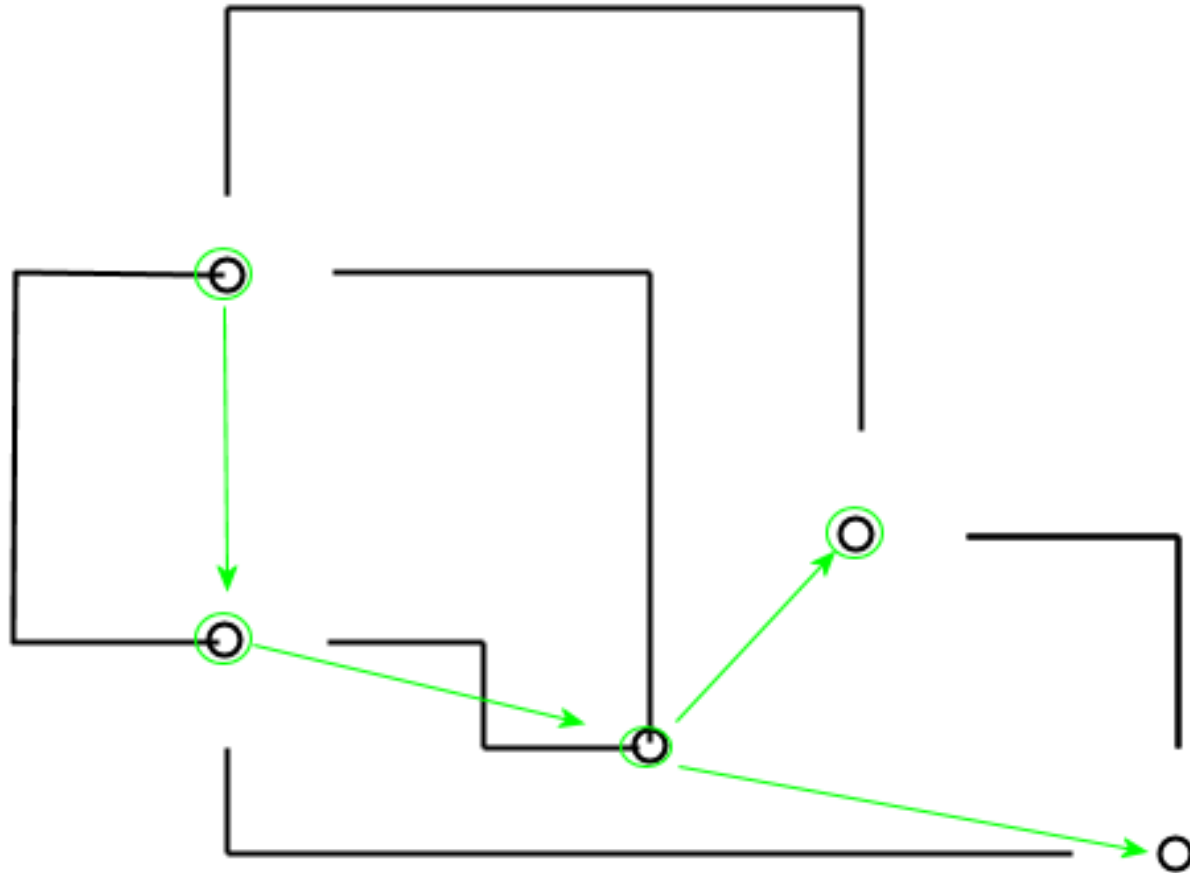
# Problemreduktion 3



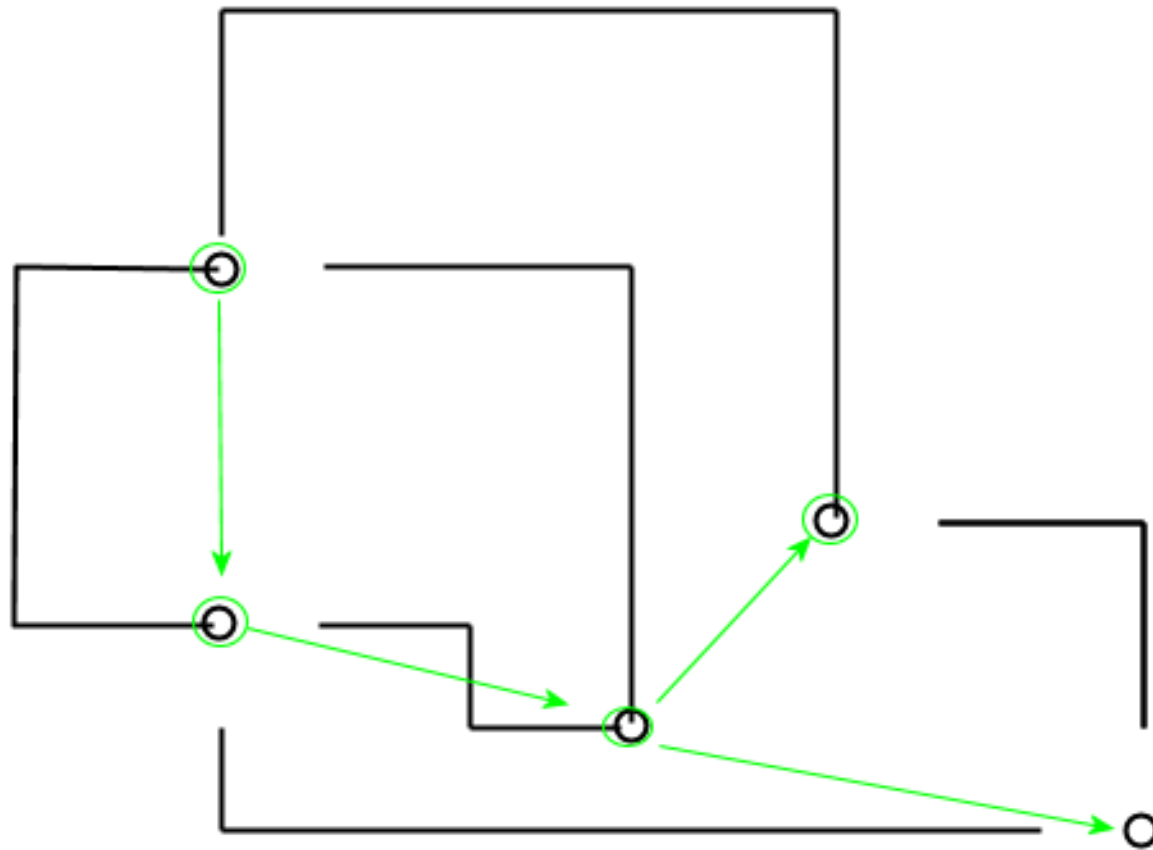
# Problemreduktion



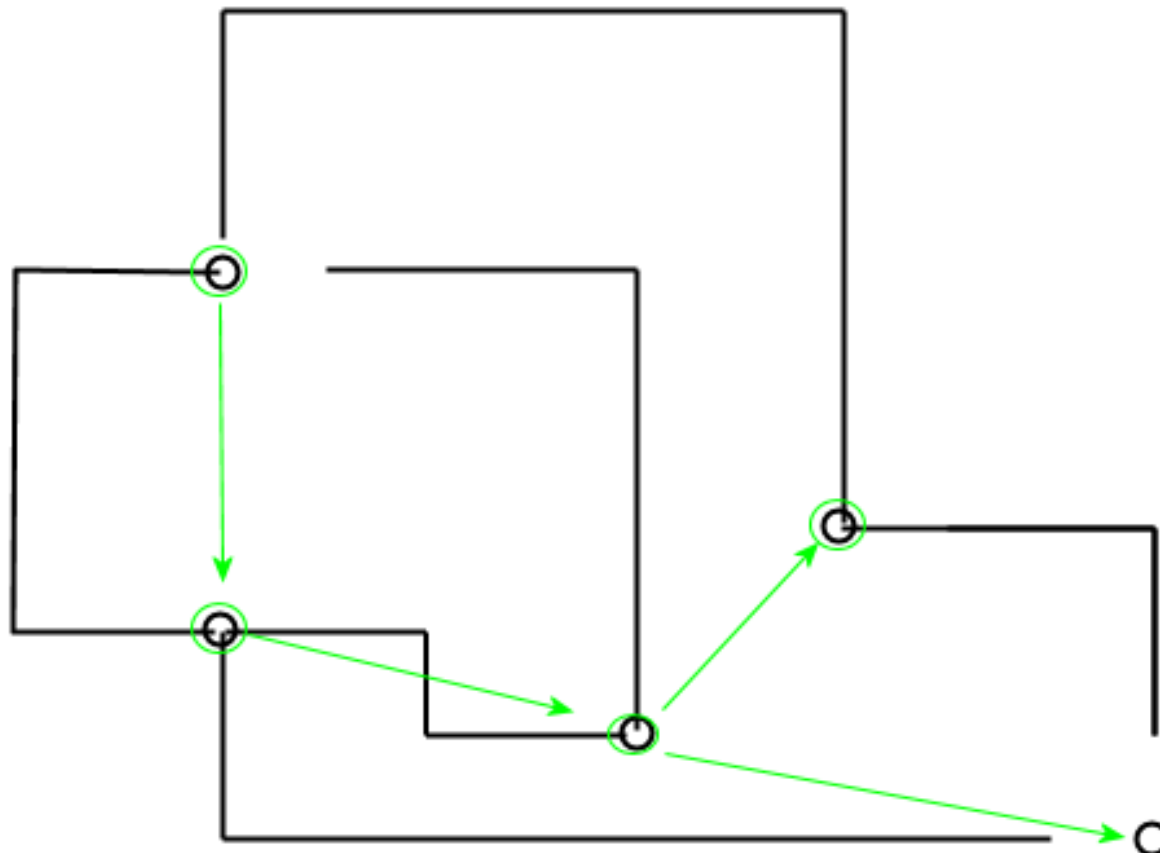
# Problemreduktion



# Problemreduktion

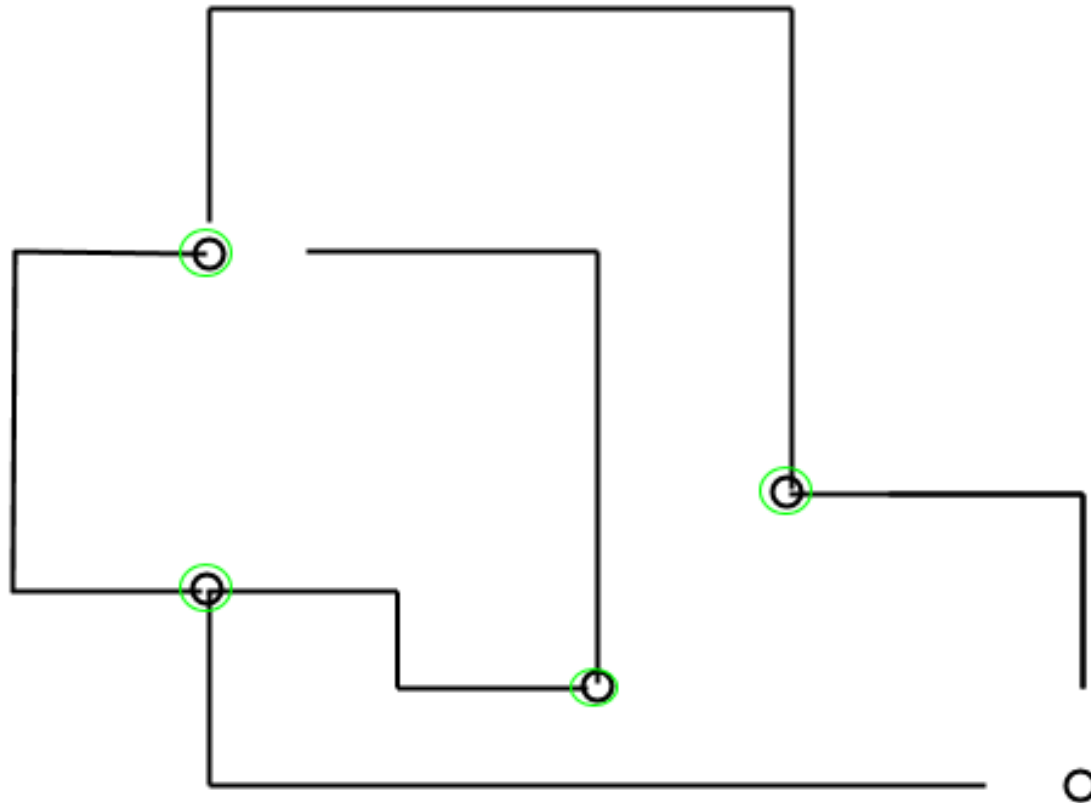


# Problemreduktion 3





# Problemreduktion 3





## Beweis 2

- Annahme : Es gibt ein RST für  $A$  mit der totalen Länge  $l$
- Ziel :
  - Konstruktion einer zusammenhängenden Knotenüberdeckung