

Übungsblatt 8

Vorlesung Theoretische Grundlagen der Informatik im WS 16/17

Ausgabe 31. Januar 2017

Abgabe 09. Februar 2017, 11:00 Uhr (im Kasten im UG von Gebäude 50.34)

Bitte nutzen Sie den WebInScribe Deckblattgenerator
und heften Sie das Deckblatt an Ihr Übungsblatt.
<https://webinscribe.ira.uka.de/deckblatt/index.php?course=10588>.

Aufgabe 1

(2 + 2 + 1 = 5 Punkte)

Es sei folgende Verteilung für die Zeichenmenge $\{a, b, c, d, e, f\}$ gegeben.

Zeichen	Häufigkeit
a	3
b	97
c	33
d	33
e	10
f	23

- Kodieren Sie die Tabelle mittels Shannon-Fano. Geben Sie dabei in jedem Schritt den Kodierungsbaum an. Notieren Sie an den Blättern die repräsentierte Mengen. Geben Sie auch die Kodierung der einzelnen Zeichen an.
- Kodieren Sie Tabelle mittels dem Verfahren von Huffman. Stellen die Kodierungsschritt zu jedem Iterationsschritt dar. Geben Sie die Kodierung der einzelnen Zeichen an.
- Bestimmen Sie jeweils die mittlere Wortlänge.

Aufgabe 2

(1 + 1 = 2 Punkte)

Sei

(a)

$$L_1 = \{p^R \# w \mid p, w \in \{0, 1\}^*, w \text{ enthält } p \text{ als Teilwort}\},$$

(b)

$$L_2 = \{x_1 \# x_2 \# \dots \# x_k \mid k \geq 1, x_i \in \{0, 1\}^*, \text{ für ein } i, j \text{ gilt } x_i = x_j^R\}.$$

wobei p^R das Spiegelwort von p ist. Können L_1 und L_2 jeweils von einem nichtdeterministischen PDA erkannt werden? Beweisen Sie!

Aufgabe 3

(2 + 1 = 3 Punkte)

Sei $L \subset (\{0, 1, \dots, 9\} \cup \{+, -, *\})^*$ die Menge der Formeln in *umgekehrter Polnischer Notation*. Die Sprache L wird durch folgende Grammatik G beschrieben:

$$S \rightarrow SSo \mid z \text{ mit } z \in \{0, 1, \dots, 9\}, o \in \{+, -, *\}$$

- Bringe Sie die Grammatik in eine Grammatik G' in Greibach-Normalform. Dokumentieren Sie Ihr Vorgehen.
- Konstruieren Sie mit G' einen PDA der L erkennt.

Aufgabe 4

(2 Punkte)

Sei G eine Grammatik in Chomsky-Normalform und T ein Syntaxbaum zu w , dessen längster Pfad die Länge n hat. Zeige, dass $|w| \leq 2^{n-1}$.

Aufgabe 5

(3 + 1 = 4 Punkte)

Sei L eine kontextfreie Sprache. Die Funktionen α und β sind wie folgt definiert.

$$\alpha(L) = \{yx \mid xy \in L\} \tag{1}$$

$$\beta(L) = \{yxz \mid xyz \in L\} \tag{2}$$

Zeigen Sie:

- Die Menge der kontextfreien Sprachen ist abgeschlossen unter α .
- Die Menge der kontextfreien Sprachen ist nicht abgeschlossen unter β .

Aufgabe 6

(1 + 1 + 3 + 1 = 6 Punkte)

Der ebenso geniale wie auch gewiefte Doktor Meta ist bestürzt. Der pffiffige Informatik-Student Marvin Faulson ist in sein Hauptquartier eingebrochen (Vielleicht hätte man das Schloss doch ersetzen sollen? ... Nein, die Hochglanzpolitur für die Haifischbecken waren wichtiger) und hat den gefangenen internationalen Spitzenagent Sven van Hagen befreit. Ein episches Gefecht zwischen

Marvin Faulson mit Sven van Hagen gegen Elsa und Dr. Meta ist unausweichlich. Da beide Parteien Gewalt verabscheuen einigen sie sich auf den naheliegenden Wettstreit: Wer den besseren PDA bauen kann gewinnt! Während unzähliger Stunden voll rauchender Köpfe und Schweiß, gelingt es Elsa, den alleinstehenden Marvin Faulson mit einem Augenaufschlag abzulenken und ihm den Stack seines soeben fertiggestellten PDA zu entwenden.

- (a) Um der Arbeit einen neuen Stack zu bauen zu entgehen, überlegt Marvin, ob sein PDA nicht auch ohne den Stack die gleiche Menge von Sprachen erkennen kann. Beantworten Sie diese Frage, indem sie die Sprachen, die sein PDA nun noch erkennen kann klassifizieren.

In der Zwischenzeit sondiert Doktor Meta die neue Lage. Er hofft durch den zweiten Stack (der unabhängig vom schon vorhandenen Stack benutzbar ist) nun einen Vorteil zu haben, der sich auch durch Anbau eines neuen Stacks am PDA der Gegnerpartei nicht kompensieren lässt.

- (b) Zeigen Sie, dass seine Hoffnung begründet ist, indem Sie eine Sprache angeben, die von Metas PDA erkannt wird, von einem gewöhnlichen PDA aber nicht erkannt werden kann. Begründen sie beides!
- (c) Welche Klasse von Sprachen kann der Elsa/Meta-Automat nun erkennen? Kann er ein mächtigeres Berechnungsmodell simulieren? Begründen Sie!
- (d) Angenommen Elsa könnte einen weiteren Stack entwenden (diesmal natürlich vom ebenfalls alleinstehenden Sven van Hagen). Könnte Doktor Meta damit ein noch mächtigeres Berechnungsmodell bauen?