

Übungsblatt 2

Vorlesung Theoretische Grundlagen der Informatik im WS 16/17

Ausgabe 08. November 2016

Abgabe 15. November 2016, 11:00 Uhr (im Kasten im UG von Gebäude 50.34)

Aufgabe 1

(1 + 1 + 1 + 2 + 1 = 6 Punkte)

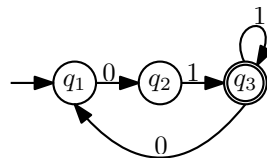
Ist das Pumping-Lemma für folgende Sprachen erfüllt? Ist die Sprache regulär? Begründen Sie!

- (a) $L_a = \{aa, bb, cc\}$
- (b) $L_b = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid 2|w|_a = 2|w|_b = |w|_c\}$
- (c) Sei w ein Wort über dem Alphabet $\{0, 1\}$. Das Wort $\text{neg}(w)$ beschreibt die bitweise Negation von w , d.h. $\text{neg}(w)_i = 1 - w_i$, wobei w_i das i -te Zeichen von w beschreibt. Sei $L_c = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = uv, v = \text{neg}(u)\}$.
- (d) Sei $\mathbb{N}_{\leq k}$ die Menge natürlichen Zahlen kleiner gleich $k \in \mathbb{N}$. Sei $L_k = \{w \in \mathbb{N}_{\leq k}^* \mid w \text{ ist eine monoton aufsteigende Zahlenfolge}\}$. Das Wort 4478 ist beispielsweise in L_8 enthalten, das Wort 8848 hingegen nicht. Wir unterscheiden Zahlen aus $\mathbb{N}_{\leq k}$ von Wörtern (Zahlenfolgen) aus L_k in dem wir Sie mit einem Leerzeichen trennen. Sie können also die Zahlenfolge 8 8 4 8 von der Zahl 8848 unterscheiden.
- (e) Ist die Menge L_k aus (d) mit $k = \infty$ eine reguläre Sprache? Wobei $\mathbb{N}_{\leq \infty} = \mathbb{N}$.

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Bestimmen Sie nach der Methode aus der Vorlesung (Satz 2.14 im Skript) die reguläre Sprache die von dem folgenden Automaten \mathcal{A} akzeptiert wird. Vereinfachen Sie soweit wie möglich.



Hinweis: Sie dürfen $L_{r,i,t}$ als Abkürzung für L_{q_r,i,q_t} nutzen.

Aufgabe 3

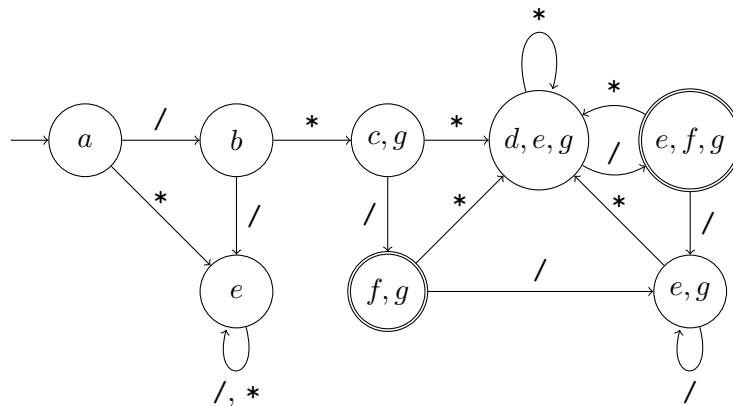
(1 + 1 + 3 + 1 = 6 Punkte)

(a) Geben Sie den Zustandsgraphen eines deterministischen endlichen Automaten $\mathcal{A} = (Q, \Sigma = \{0, 1\}, \delta, S, F)$ mit möglichst wenig Zuständen an und einem überflüssigen Zustand an, so dass für alle binär kodierte Primzahlen w gilt: $w \in L(\mathcal{A})$.

(b) Gegeben sei ein nichtdeterministischer endlicher Automat $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, s, F)$. Zeigen oder widerlegen Sie folgende Aussage:

$$\forall q \in Q : (\exists w_2 \in \Sigma^* : \delta(q, w_2) \cap F \neq \emptyset \implies \exists w_1 \in \Sigma^* : w_1 w_2 \in L(\mathcal{A}))$$

(c) Konstruieren Sie zu folgendem Automaten (vgl. Aufgabe 5 des ersten Übungsblatts) den zugehörigen Äquivalenzklassenautomat. Geben Sie in jedem Schritt alle Äquivalenzklassen an, und durch welche Zeugen sie getrennt werden.



(d) Zeichnen Sie den Übergangsgraphen des Äquivalenzklassenautomaten aus Teilaufgabe (c).

Aufgabe 4

(1 + 1 + 2 + 2 + 1 = 7 Punkte)

Der ebenso geniale wie mächtige Wissenschaftler und Superbösewicht Doktor Meta ist geschockt. Der internationale Spitzenagent Sven van Hagen hat sich Zutritt in sein Hauptquartier verschafft. Der gewiefte Agent, der zu seinen größten Feinden zählt, durchsucht gerade zigarettenrauchend¹ seinen Schreibtisch auf der Suche nach brisanten Unterlagen. Wie ist er nur an der unüberwindbaren² Stahltür vorbeigekommen? Bereit zum Kampf stürzt Doktor Meta in sein Büro. Er beherrscht die grundlegenden Bewegungen links \triangleleft , rechts \triangleright ; und zusätzlich den Meta-Mentalschlag \star . Der Meta-Mentalschlag wird mit einer Wiederholung von \oplus wirksamer. Aber Achtung, in dieser Zeit ist er verwundbar! Doktor Meta erinnert sich: durch geschicktes Kombinieren seiner Fähigkeiten kann er machtvollere Attacken durchführen. Diese merkt er sich mithilfe einer regulären Sprache $L = (\triangleleft^* \triangleright)^* \cup \oplus^* \star$.

- (a) Geben Sie zwei DEA $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$ für die Sprachen $L_1 = \triangleleft^* \triangleright$ und $L_2 = \oplus^* \star$.
- (b) Konstruieren Sie mit der Konstruktion aus der Vorlesung aus den Automaten \mathcal{A}_1 und \mathcal{A}_2 einen NEA \mathcal{A} , der L akzeptiert.
- (c) Geben Sie den ε -Abschluss $E(q)$ von jedem Zustand q von \mathcal{A} an und die (erweiterte) Übergangsfunktion $\delta(E(q), x)$ für jedes $x \in \Sigma$. Zeichnen Sie außerdem den Zustandsgraphen des entsprechenden Automaten \mathcal{A}' ohne ε -Übergänge.

¹Sehen Sie sich vor! Der letzte Spitzenagent, der Zigarette rauchte, hatte Miniraketen darin versteckt. Doch selbst dann lebt er nur zweimal!
²Siehe Übungsblatt 1.

- (d) Führen Sie tabellarisch die Potenzmengenkonstruktion für \mathcal{A}' durch.
- (e) Ist der neue Automat deterministisch? Ist jeder Automat, der auf die vorhergehende Art und Weise konstruiert wurde automatisch minimal? Begründen Sie kurz.