

## Übungsblatt 1

Vorlesung Theoretische Grundlagen der Informatik im WS 16/17

**Ausgabe** 20. Oktober 2016

**Abgabe** 8. November 2016, 11:00 Uhr (im Kasten im UG von Gebäude 50.34)

### Aufgabe 1

(1 + 1 + 1 + 1 = 4 Punkte)

Gegeben seien zwei Sprachen  $L_1, L_2 \subset \Sigma^*$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Dabei sei  $L_1$  die Sprache der Wörter, die mit  $a$  beginnen und  $L_2$  die Sprache der Wörter mit einer geraden Anzahl an  $b$ . Geben Sie reguläre Ausdrücke für folgende Sprachen an.

- (a)  $L_1 \cup L_2$
- (b)  $L_1 \cdot L_2$
- (c)  $L_1 \setminus L_2$
- (d)  $L_1^c$

### Aufgabe 2

(2 Punkte)

- (a) Sei  $A = (a^* \cup b^*)c^*$  und  $B = a^*c^* \cup b^*c^*$ . Zeigen Sie  $A^* \cdot B^* = (A \cup B)^*$

### Aufgabe 3

(2 + 2 = 4 Punkte)

Gegeben seien zwei Grammatiken  $G_i = (\Sigma, V, S, R_i), i = 1, 2$  mit  $\Sigma = \{a, b, c\}, V = \{S, A, B, C\}$  und folgenden Produktionsregeln

- (a)  $R_1 = \{S \rightarrow ABC, A \rightarrow aA \mid a, B \rightarrow bB \mid b, C \rightarrow cC \mid c\}$
- (b)  $R_2 = \{S \rightarrow aSc \mid B \mid ac, B \rightarrow bBc \mid bc\}$

Ist  $L(G_i)$  eine reguläre Sprache? Wenn ja, geben Sie einen regulären Ausdruck an. Wenn nicht, begründen Sie dies kurz und geben sie eine (informale) Beschreibung der Sprache an.

### Aufgabe 4

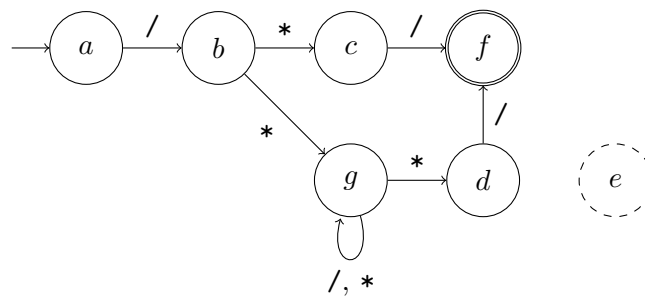
(2 + 1 + 2 = 5 Punkte)

- (a) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten an, der die reguläre Sprache  $L_1 = \{w \mid |w|_a = 3 \wedge |w|_b \bmod 2 = 0\}$  erkennt. *Hinweis:*  $|w|_x$  gibt an, wie oft  $x$  in  $w$  vorkommt, z.B.  $|\text{abba}|_a = 2$ .
- (b) Wie würden Sie einen deterministischen endlichen Automaten konstruieren, der die reguläre Sprache  $L_2 = \{w \mid |w|_a = 2016 \wedge |w|_b \bmod 42 = 0\}$  erkennt?
- (c) Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten an, der alle Wörter über dem Alphabet  $\{0, 1\}$  erkennt, in denen sowohl 0110 als auch 101 als Teilwort vorkommt.

### Aufgabe 5

(1 + 3 = 4 Punkte)

- (a) Geben Sie die reguläre Sprache über dem Alphabet  $\Sigma = \{/, *\}$  an, die von dem unten abgebildeten Automaten erkannt wird.  
*Hinweis:* alle nicht explizit angegebenen Übergänge führen zu Zustand  $e$ .
- (b) Nutzen Sie die Potenzmengenkonstruktion aus der Vorlesung, um den Automaten in einen deterministischen endlichen Automaten zu überführen.



### Aufgabe 6

(1 + 4 + 2 = 7 Punkte)

Der ebenso geniale, wie auch vergessliche Wissenschaftler und Superbösewicht Doktor Meta ist im Baufieber. Der Hauptzugang zu seinem unterirdischen Geheimplabor soll von einer unüberwindbaren Stahltür geschützt werden, die sich nur durch Eingabe eines gültigen Passworts öffnen lässt. Bei einer falschen Eingabe wird der Eindringling stattdessen durch eine Falltür im Boden den Haien vorgeworfen. Da sich Doktor Meta, aufgrund seiner Vergesslichkeit, nur schlecht an Passwörter erinnern kann, hat er die Tür so eingestellt, dass Sie jedes Wort aus einer zuvor festgelegten formalen Sprache  $L$  über einem endlichen Alphabet  $\Sigma$  akzeptiert. Dieses - sicherheitstechnisch fragwürdige, aber für Doktor Meta sehr praktische - Verfahren soll intern durch einen deterministischen endlichen Automaten realisiert werden. Da Sie als Doktor Metas neuer Sicherheitsexperte eingestellt worden sind, sollen Sie ihm bei einigen letzten Konfigurationen helfen:

- (a) Kann der Öffnungsmechanismus der Falltür für jede formale Sprache  $L$  durch einen deterministischen endlichen Automaten realisiert werden? Warum?
- (b) Sie haben sich mit Doktor Meta auf eine geeignete Sprache  $L$  geeinigt. Leider hat einer ihrer Bauarbeiter, namentlich Ingo N. Kompetenz, das Schloss falsch verbaut. Die Kontrolleinheit der Tür bekommt das Passwort genau umgedreht zur Überprüfung. Da die Bauarbeiten bereits

weit fortgeschritten sind, beauftragt Doktor Meta Sie, sich – natürlich erst nachdem Sie Herrn Kompetenz den Haien vorgeworfen haben – um eine Lösung des Problems zu bemühen. Wie könnten Sie den Automaten mit möglichst wenigen Änderungen umbauen, sodass er dennoch die gleiche Passwortmenge erkennt? Wieso funktioniert Ihr Ansatz? Ist Ihr Automat deterministisch oder nichtdeterministisch? Begründen Sie!

- (c) Doktor Meta möchte einige Mitarbeiter unauffällig verschwinden lassen. Dafür hat er die Passwörter, die sie normalerweise eingeben, studiert und Muster<sup>1</sup> darin gefunden. Er beauftragt sie nun, die Kontrolleinheit so umzubauen, dass gerade die Muster der Leute, die er loswerden möchte von der Kontrolleinheit abgelehnt werden. Der Automat darf also nur noch eine Teilmenge der alten Sprache  $L$  akzeptieren. Können Sie den Automaten für jedes Muster entsprechend umbauen? Begründen Sie Ihre Antwort!

---

<sup>1</sup>Muster sind beliebige Mengen von Wörtern über dem Alphabet  $\Sigma$ .