

Übungsblatt 6

Vorlesung Theoretische Grundlagen der Informatik im WS 14/15

Ausgabe 12. Januar 2015

Abgabe 26. Januar 2015, 11:00 Uhr (im Kasten im UG von Gebäude 50.34)

Anmeldung zur Hauptklausur: Der Anmeldeschluss für die Hauptklausur (Termin 20.02.15) ist am 13.02.15. Eine Anmeldung zur Hauptklausur ist nach dem 13.02.15 nicht mehr möglich! Die Anmeldung erfolgt in der Regel online über das Studierendenportal.

Aufgabe 1

(2+2=4 Punkte)

Geben Sie für die folgenden Sprachen jeweils eine Grammatik an.

(a) $L_1 = \{ww \mid w \in \{0,1\}^*\}$

(b) $L_2 = \{a^i b^j c^k \in \{a,b,c\}^* \mid i = j \vee j = k\}$

Aufgabe 2

(2+2=4 Punkte)

Sei die Sprache $L = \{a^m (ab)^n a^k \in \{a,b\}^* \mid m, n, k \geq 1\}$ gegeben.

(a) Geben Sie einen endlichen Automaten \mathcal{A} für L an.

(b) Konstruieren Sie aus \mathcal{A} eine Grammatik.

Aufgabe 3

(2 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$ und $V = \{X, Y, Z, S\}$, welche die Sprache L erzeugt. R sei durch die folgenden Ableitungsregeln gegeben.

$$S \rightarrow \varepsilon \mid aS \mid aX$$

$$X \rightarrow aS \mid bY$$

$$Y \rightarrow aY \mid aX \mid bZ$$

$$Z \rightarrow bZ \mid aS$$

Geben Sie einen nichtdeterministischen endlichen Automaten \mathcal{A} an, der L erkennt.

Aufgabe 4

(2+3+2+1=8 Punkte)

Über dem Alphabet $\Sigma = \{ (,) \}$ ist die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke gegeben.

- Konstruieren Sie eine Typ- k -Grammatik mit maximalem k die $L_{()}$ erzeugt.
- Zeigen Sie, dass Ihre Grammatik genau $L_{()}$ erzeugt.
- Beweisen Sie die Maximalität von k
- Geben Sie alle Wörter an, die in drei Schritten erzeugt werden können.

Hinweis: Die Sprache $L_{()}$ der korrekten Klammerausdrücke ist wie folgt festgelegt: Ein Wort $w \in \Sigma^*$ gehört zu $L_{()}$ genau dann, wenn es gleich viele öffnende wie schließende Klammern beinhaltet und jedes Präfix von w mindestens genauso viele öffnende wie schließende Klammern enthält. Ein Präfix eines Wortes $w = u_1u_2 \dots u_n$ ist ein Teilwort $u_1u_2 \dots u_k$ von w mit $k \leq n$.

Aufgabe 5

(4 + 3 = 7 Punkte)

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{a, b, c, d\}$, $V = \{S, A, B, C, D\}$ und R :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A \mid aB \mid aC, & B &\rightarrow S \mid Ba, & D &\rightarrow d \mid dDD, \\ A &\rightarrow B \mid C \mid cAd, & C &\rightarrow D \mid c. \end{aligned}$$

- Lässt sich der CYK-Algorithmus auf G (ohne Abänderungen) anwenden? Begründen Sie Ihre Antwort. Ändern Sie gegebenenfalls G ab.
- Prüfen Sie, ob die Wörter `add` und `cadd` in $L(G)$ liegen und verwenden Sie dafür den CYK-Algorithmus.

Aufgabe 6

(1+2+2=5 Punkte)

Gegeben sei die Grammatik $G = (\Sigma, V, S, R)$ mit $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, -, *\}$ und $V = \{S, Z\}$. R sei durch die folgenden Ableigungsregeln gegeben:

$$S \rightarrow S+S \mid S-S \mid S*S \mid Z$$

$$Z \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \mid 0Z \mid 1Z \mid 2Z \mid 3Z \mid 4Z \mid 5Z \mid 6Z \mid 7Z \mid 8Z \mid 9Z .$$

- Bestimmen Sie einen Ableitungsbaum des Wortes $211-42+10*4$. Ist die Grammatik eindeutig oder inhärent mehrdeutig? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Welchen Chomsky-Typ hat G ? Gibt es eine Grammatik G' mit höherem Chomsky-Typ, die ebenfalls $L(G)$ erzeugt? Falls ja, dann geben Sie G' an.
- Welchen Chomsky-Typ hat $L(G)$, wenn Σ um die Zeichen (und) erweitert und die erste Regel in R durch die Regel

$$S \rightarrow (S+S) \mid (S-S) \mid S*S \mid Z$$

ersetzt wird? Begründen Sie Ihre Antwort.



Eulenfest 2015

Wir laden euch ein, am 20.01.2015 vor dem Infobau
(Geb. 50.34) ab 19 Uhr mit uns bei Glühwein, Cocktails,
Waffeln uvm. das ultimative RETRO - EULENFEST zu feiern.
Eintritt frei!

 

The poster features a central text block with a decorative background of silhouettes of people dancing. On the left is the 'forum Informationswirtschaft' logo, and on the right is the 'Mathematik Fachschaft Informatik' logo featuring an owl and the text 'Karlsruher Institut für Technologie (KIT)'.