Algorithmische Graphentheorie
Übung 3

Übung 3 · 27. November 2014
Thomas Bläsius
Partitionierbare Graphen – $C^2_{13}$
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

wähle maximale Clique $\{0, 1, 2\}$
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique $\{0, 1, 2\}$
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
Partitionierbare Graphen – $C^2_{13}$

- wähle maximale Clique $\{0, 1, 2\}$
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2

\[ A = \begin{array}{cccccccccccccc}
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\end{array} \]
Partitionierbare Graphen – $C^2_{13}$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- lösche einen Knoten $\nu$ aus Clique $K_i$
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- Lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- Wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

$\begin{array}{cccccccccccc}
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
\end{array}$

- wähle maximale Clique $\{0, 1, 2\}$
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
- wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
- wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C^2_{13}$

$A = \begin{bmatrix}
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\end{bmatrix}$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- Lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- Wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
- Wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique $\{0, 1, 2\}$
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2

lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
- wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C^2_{13}$

- Wähle maximale Clique $\{0, 1, 2\}$
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- Lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- Wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
- Wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- wähle minimale Färzung ohne Knoten $v$
- wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

\[ A = \]

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- löse einen Knoten \( v \) aus Clique \( K_i \)
- wähle minimale Färbung ohne Knoten \( v \)
- Wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus \( K_i \) enthält
Partitionierbare Graphen – $C^2_{13}$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- Wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
- Wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

1. Wähle maximale Clique $\{0, 1, 2\}$
2. Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
3. Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
4. Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
5. Lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
6. Wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
7. Wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält

\[ A = \]

\[
\begin{array}{cccccccccccc}
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\end{array}
\]
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- Lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- Wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
- Wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- Lösche einen Knoten \(v\) aus Clique \(K_i\)
- Wähle minimale Färbung ohne Knoten \(v\)
- Wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus \(K_i\) enthält
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
- wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C^2_{13}$

\[ A = \]

\[
\begin{array}{cccccccccccc}
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\end{array}
\]

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- lösche einen Knoten \(v\) aus Clique \(K_i\)
- wähle minimale Färbung ohne Knoten \(v\)
- wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus \(K_i\) enthält
Partitionierbare Graphen – $C^2_{13}$

- wähle maximale Clique $\{0, 1, 2\}$
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- lösche einen Knoten $v$ aus Clique $K_i$
- wähle minimale Färbung ohne Knoten $v$
- wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

- wähle maximale Clique \( \{0, 1, 2\} \)
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- Wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- Löse einen Knoten \( v \) aus Clique \( K_i \)
- Wähle minimale Färbung ohne Knoten \( v \)
- Wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus \( K_i \) enthält

**Eigenschaften von \( A \) und \( B \)**

- Zeilen- und Spaltensumme von \( A \) ist \( \omega = 3 \)
- Zeilen- und Spaltensumme von \( B \) ist \( \alpha = 4 \)
- \( AB^T = J - I = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \)
Partitionierbare Graphen – $C_{13}^2$

**A =**

```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1
0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0
1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0
```

**B =**

```
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1
1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0
1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0
0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0
0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0
0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0
0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0
0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0
0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0
0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0
```

- wähle maximale Clique \{0, 1, 2\}
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 0
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 1
- wähle minimales Clique-Cover ohne Knoten 2
- lösche einen Knoten $\nu$ aus Clique $K_i$
- wähle minimale Färbung ohne Knoten $\nu$
- wähle unabhängige Menge die keinen Knoten aus $K_i$ enthält

**Eigenschaften von A und B**

- Zeilen-/Spaltensumme von $A$ ist $\omega$ (= 3)
- Zeilen-/Spaltensumme von $B$ ist $\alpha$ (= 4)
- $AB^T = J - I = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$