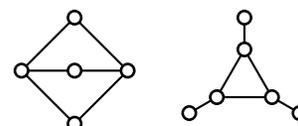


# Übungsblatt 1

Besprechung in der Übung am 29. Oktober 2014

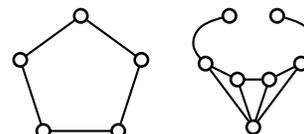
## Aufgabe 1: Kreissehnen, Kreisbögen und Intervalle ★

Welche der beiden rechts abgebildeten Graphen sind Kreissehnengraphen, Kreisbogensgraphen bzw. Intervallgraphen?



## Aufgabe 2: Transitive Orientierbarkeit ★

Warum sind der  $C_5$  und der „Bullenkopf“ nicht transitiv orientierbar?



## Aufgabe 3: Alle Graphen sind Schnittgraphen ★

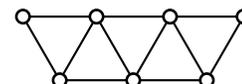
Sei  $G = (V, E)$  ein beliebiger ungerichteter Graph. Zeigen Sie, dass es eine Familie  $\mathcal{F}$  von Teilmengen von  $E$  gibt, sodass  $G$  der Schnittgraph von  $\mathcal{F}$  ist.

## Aufgabe 4: Echte Intervallgraphen sind Einheitsintervallgraphen ★★

Sei  $\mathcal{F}$  eine Familie von Intervallen, sodass keines der Intervalle in  $\mathcal{F}$  ein anderes Intervall in  $\mathcal{F}$  enthält. Geben Sie ein Verfahren an, das eine Familie  $\mathcal{F}'$  von Einheitsintervallen konstruiert, sodass die Schnittgraphen von  $\mathcal{F}$  und  $\mathcal{F}'$  isomorph sind.

## Aufgabe 5: Intervallrepräsentationen und Vergleichbarkeitsgraphen ★

Geben Sie eine Intervallrepräsentation für den Graphen rechts an. Zeigen Sie außerdem, dass er kein Vergleichbarkeitsgraph ist. Warum widerspricht das nicht dem Gilmore-Hoffman-Theorem?

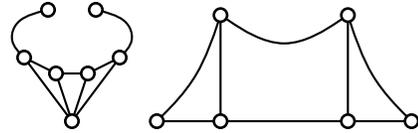


### Aufgabe 6: Intervallgraph oder nicht?

★

Ist der „Bullenkopf“ ein Intervallgraph?

Ist das Komplement der „Hängebrücke“ ein Intervallgraph?



### Aufgabe 7: Knotenüberdeckung und Unabhängige Mengen

★

Sei  $G = (V, E)$  ein ungerichteter Graph. Eine Knotenmenge  $A \subseteq V$  ist eine *Knotenüberdeckung* von  $G$ , wenn für jede Kante  $xy \in E$  gilt, dass  $x \in A$  oder  $y \in A$ . Zeigen Sie, dass  $A$  genau dann eine minimale Knotenüberdeckung ist, wenn  $V - A$  eine maximale unabhängige Menge ist.

### Aufgabe 8: Wer ist der Dieb?

★★★

Sechs Doktoranden waren an dem Tag in ihrem Büro, an dem die Kaffeevorräte gestohlen wurden. Jeder von ihnen kam zu einem bestimmten Zeitpunkt, war für einen gewissen Zeitraum da und ging dann wieder. Wenn zwei der Doktoranden gleichzeitig anwesend waren, so hat zumindest einer der beiden den anderen gesehen.

Eine Befragung der Doktoranden durch die Professorin ergab folgendes: *Franzi* behauptet *Thomas* und *Julian* gesehen zu haben; *Thomas* hat *Franzi* und *Roman* gesehen; *Moritz* will *Benjamin* und *Roman* gesehen haben; *Benjamin* hat *Franzi* und *Roman* gesehen; *Julian* versichert *Thomas* und *Moritz* gesehen zu haben; *Roman* hat *Moritz* und *Julian* gesehen.

Um den Verdacht heimtückisch auf andere zu lenken, nennt der gerissene Schurke auch arglose Kollegen, die er gar nicht gesehen hat. Wer ist der Schurke?