

# Algorithmen zur Visualisierung von Graphen

## Einführung

Vorlesung im Wintersemester 2011/2012  
Marcus Krug — Ignaz Rutter — Thomas Bläsius

Basierend auf Folien von Martin Nöllenburg (2009)

# Organisatorisches

---

## Dozenten

- » Marcus Krug <marcus.krug@kit.edu> R 317
- » Ignaz Rutter <rutter@kit.edu> R 316
- » Thomas Bläsius <thomas.blaesius@kit.edu> R 307
- » Sprechzeiten: nach Vereinbarung per Mail

## Termine

- » Vorlesung: ???
- » Übung: 14tägig (erstmal 02. oder 03.11.) ???

# Organisatorisches

---

## Vorlesungshomepage

» [i11www.itl.kit.edu/teaching/winter2011/graphdrawing/index](http://i11www.itl.kit.edu/teaching/winter2011/graphdrawing/index)

- » aktuelle Informationen
- » Übungsblätter (in der Woche vor der Übung)
- » Folien
- » Skript
- » Literaturhinweise
- » Zusatzmaterial

# Organisatorisches

---

## Vertiefungsfächer / Leistungspunkte

- Theoretische Grundlagen
- Algorithmentechnik
- Prüfung ca. 20 Minuten / 5 ECTS Punkte (Master)

## weitere Veranstaltungen am Lehrstuhl

Praktikum Algorithm Engineering - Routenplanung

- Vorbesprechung Mittwoch, 02.11, 11:30 Uhr (Raum 301)

Seminar Algorithmentechnik

- Vorbesprechung Montag, 24.10, 14:00 Uhr (Raum 236)

Algorithmische Methoden der Netzwerkanalyse

- Mittwoch, 15:45-17:15 (Raum 236)

# Nützliche Vorkenntnisse

---

## Basiswissen Graphentheorie

- » Graph, Knoten, Kanten
- » Knotengrad, Nachbarschaft, adjazent, inzident
- » Zusammenhang, Baum, Kreis, Pfad

## Basiswissen Algorithmik

- » Laufzeit,  $O$ -Kalkül
- » Komplexität, NP-Vollständigkeit
- » Netzwerkflüsse
- » Lineare Programmierung

Ansonsten: **Nachfragen!**

# Vorlesungsaufbau

---

## Medien

- » Tafel & Folien
- » Übungsblätter zur Vertiefung des Stoffs
- » (vorläufiges) Skript

## Inhalte

- » Reduzierung der Visualisierung auf **algorithmischen** Kern
- » Modellierung, Algorithmen, Beweise
  - » kräftebasierte Verfahren
  - » kombinatorische Optimierung (Flüsse, ILPs)
  - » Algorithmen für spezielle Graphen (z.B. Bäume)

---

# Einführung Graphenvisualisierung

# Graphen und ihre Darstellung

---

Was ist ein Graph?

# Graphen und ihre Darstellung

---

Was ist ein Graph?

Tupel  $G = (V, E)$

Knotenmenge  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

# Graphen und ihre Darstellung

---

Was ist ein Graph?

Tupel  $G = (V, E)$

Knotenmenge  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

Darstellungsformen?

# Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel  $G = (V, E)$

Knotenmenge  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

Darstellungsformen?

**Mengenschreibweise**

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}\}$$
$$E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_8\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_5\}, \{v_3, v_9\}, \\ \{v_3, v_{10}\}, \{v_4, v_5\}, \{v_4, v_6\}, \{v_4, v_9\}, \{v_5, v_8\}, \\ \{v_6, v_8\}, \{v_6, v_9\}, \{v_7, v_8\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_{10}\}, \\ \{v_9, v_{10}\}\}$$

# Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel  $G = (V, E)$

Knotenmenge  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

Darstellungsformen?

Mengenschreibweise

Adjazenzliste

```
v1 : v2, v8
v2 : v1, v3
v3 : v2, v5, v9, v10
v4 : v5, v6, v9
v5 : v3, v4, v8
v6 : v4, v8, v9
v7 : v8, v9
v8 : v1, v5, v6, v7, v9, v10
v9 : v3, v4, v6, v7, v8, v10
v10 : v3, v8, v9
```

# Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel  $G = (V, E)$

Knotenmenge  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

Darstellungsformen?

Mengenschreibweise

Adjazenzliste

Adjazenzmatrix

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

# Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel  $G = (V, E)$

Knotenmenge  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

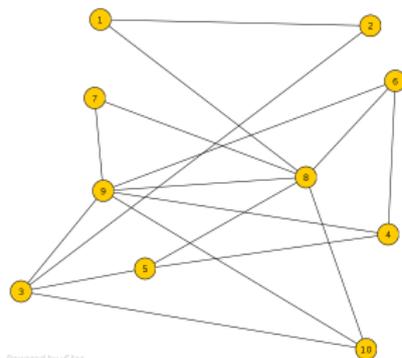
Darstellungsformen?

Mengenschreibweise

Adjazenzliste

Adjazenzmatrix

**Zeichnung**



# Graphen und ihre Darstellung

Was ist ein Graph?

Tupel  $G = (V, E)$

Knotenmenge  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

Kantenmenge  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

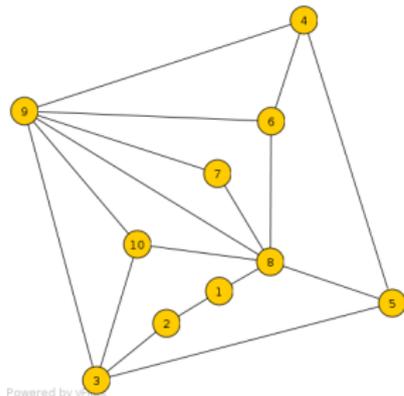
Darstellungsformen?

Mengenschreibweise

Adjazenzliste

Adjazenzmatrix

Zeichnung

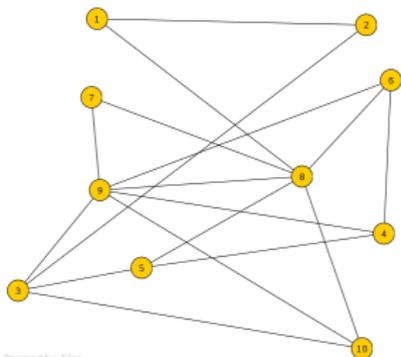
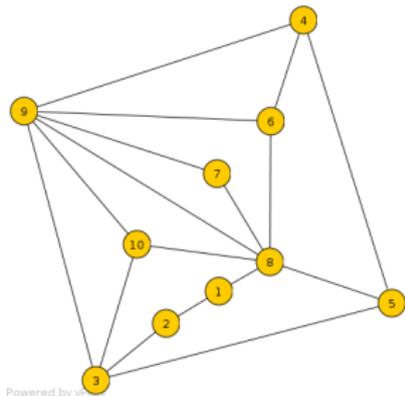


Powered by y

# Graphen und ihre Darstellung

$$V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8, v_9, v_{10}\}$$
$$E = \{\{v_1, v_2\}, \{v_1, v_8\}, \{v_2, v_3\}, \{v_3, v_5\}, \{v_3, v_9\}, \{v_3, v_{10}\}, \{v_4, v_5\}, \{v_4, v_6\}, \{v_4, v_9\}, \{v_5, v_8\}, \{v_6, v_8\}, \{v_6, v_9\}, \{v_7, v_8\}, \{v_7, v_9\}, \{v_8, v_{10}\}, \{v_9, v_{10}\}\}$$

$v_1$  :  $v_2, v_8$   
 $v_2$  :  $v_1, v_3$   
 $v_3$  :  $v_2, v_5, v_9, v_{10}$   
 $v_4$  :  $v_5, v_6, v_9$   
 $v_5$  :  $v_3, v_4, v_8$   
 $v_6$  :  $v_4, v_8, v_9$   
 $v_7$  :  $v_8, v_9$   
 $v_8$  :  $v_1, v_5, v_6, v_7, v_9, v_{10}$   
 $v_9$  :  $v_3, v_4, v_6, v_7, v_8, v_{10}$   
 $v_{10}$  :  $v_3, v_8, v_9$


$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$


Powered by yFiles

Powered by yFiles



# Wozu Graphen zeichnen?

- » Graphen sind mathematische Repräsentationen von Netzwerken
- » Netzwerke tauchen in der Realität an den verschiedensten Stellen auf

## abstrakte Netzwerke

- » soziale Netze
- » Kommunikationsnetze
- » phylogenetische Netze
- » Stoffwechselnetze
- » Klassenbeziehungen (UML)
- » ...

## physische Netzwerke

- » Verkehrsnetze
- » Straßennetze
- » Versorgungsnetze
- » Rechnernetze
- » integrierte Schaltkreise
- » ...

# Wozu Graphen zeichnen?

---

- Graphen sind mathematische Repräsentationen von Netzwerken
- Netzwerke tauchen in der Realität an den verschiedensten Stellen auf
- ohne geeignete Visualisierung können wir (als Menschen) Netzwerke kaum verstehen
- Visualisierungen sind nötig zur Kommunikation von bekannten und zur Exploration von unbekanntem Netzen

# Wozu Graphen zeichnen?

- » Graphen sind mathematische Repräsentationen von Netzwerken
- » Netzwerke tauchen in der Realität an den verschiedensten Stellen auf
- » ohne geeignete Visualisierung können wir (als Menschen) Netzwerke kaum verstehen
- » Visualisierungen sind nötig zur Kommunikation von bekannten und zur Exploration von unbekanntem Netzen

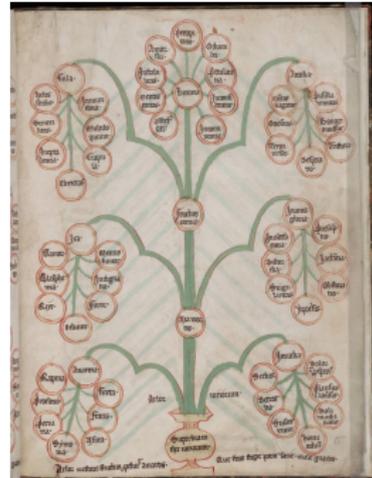
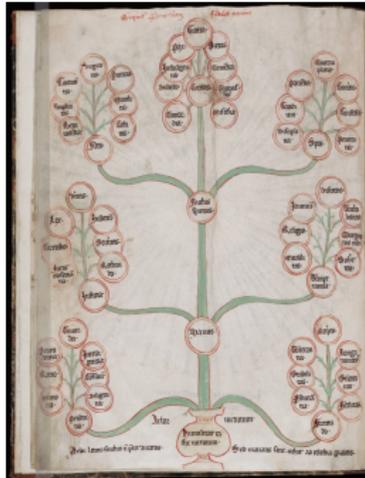
Es geht also darum Algorithmen zu entwerfen um Graphen automatisch zu zeichnen. Und zwar möglichst lesbar!

---

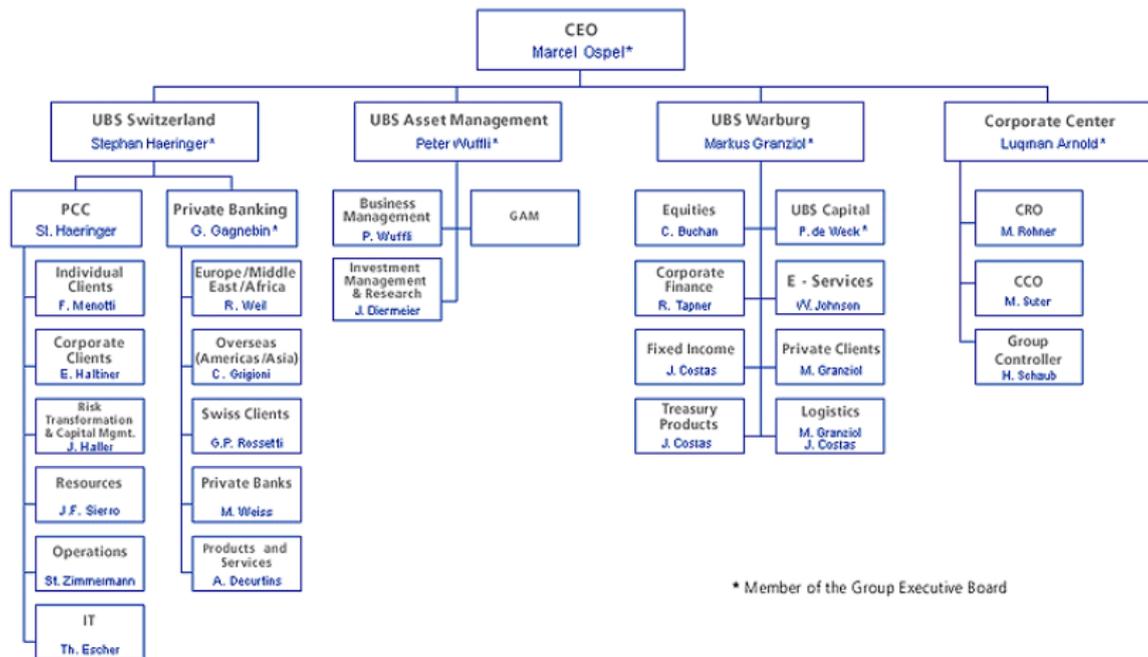
# Beispiele

## eine kleine Diaschau

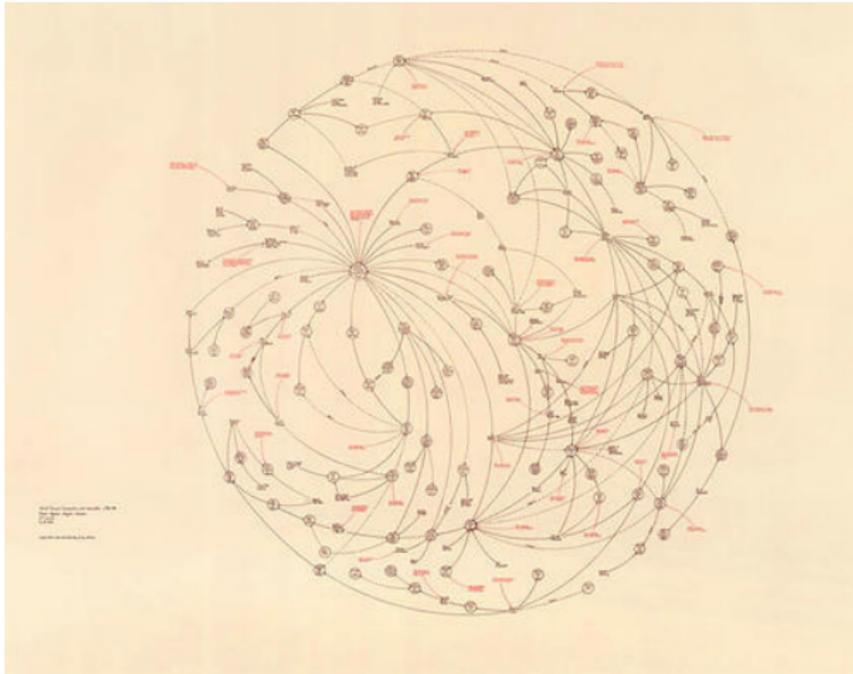
# Tugenden und Sünden – Mittelalter



# Soziale Netze – Organigramm UBS

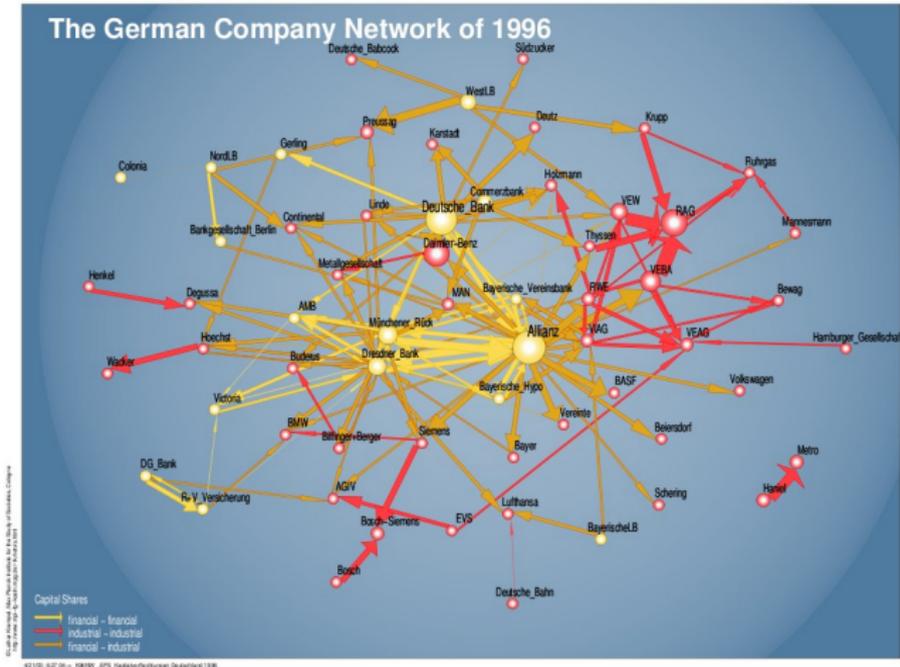


# Soziale Netze – Welt-Finanzsystem (Mark Lombardi)





# Soziale Netze – Firmenbeteiligungen



# Soziale Netze – Staatsfonds

## FOLLOW THE MONEY

### The New Global Wealth Machine

Sovereign wealth funds have emerged in recent months as the world's power brokers. They have used their tremendous wealth to make big cross-border investments and prop up some of Wall Street's best known firms. The increased activity comes as other kinds of investors have been sidelined by the credit crisis. These funds are state-sponsored investment vehicles and have combined assets of \$5 trillion. With that much dry powder, sovereign funds dwarf the formerly towering cross equity industry – and in some cases, compete directly with it. The Government of Singapore Investment Corporation has been the most active among the world's sovereign funds, making its debut as chairman, Teng Teng, a major center of gravity. Wall Street veterans always follow the money, so many of the big-name advisors in New York and London have band together to promote the globe-placing international main banker in these funds. But sovereign funds have also learned the drawbacks of deal-making: some of their Middleast transactions have lost big money flows so far. The question is where all this money will go next. **ADVERTISER: PETER SCHWARTZ**

#### The Advisers

Selected financial advisers who worked on more than one of the top 20 deals.

**CITIGROUP** DEALS THIS ADVISER HAS INCURRED IN



**Michael Klein, Chairman, institutional clients group**  
One of the bank's highest profile investment bankers, he advised Citicorp in its recent sale to Citibank, as well as Goldman Sachs Group.

**GERMAN BACHS GROUP**



**Michael Ong, former managing director**  
Mr. Ong left Goldman early this year after the Chinese government refused to allow the firm to provide loans to its Beijing office. Mr. Ong's former clients, who he led investment effort of Russia Holdings and DRC.

**LAZARD**

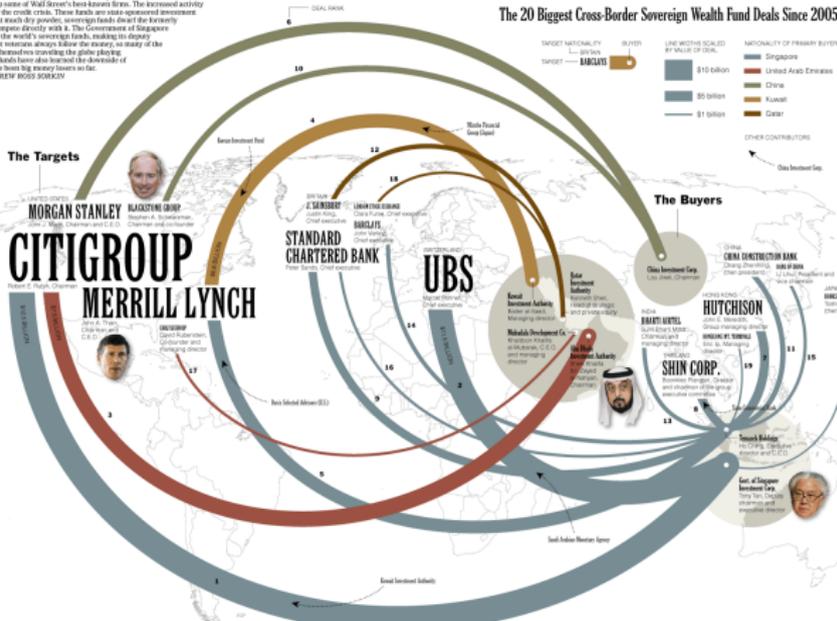


**Clayton K. Casper, chairman**  
In addition to becoming the first adviser on one of the largest sovereign wealth deals, Mr. Casper led advice from Shearman on its debut sale to JP Morgan Chase.

**MORGAN STANLEY**



**Kate Stohrman, Managing Director**  
The head of Morgan Stanley's Asian regional investment group, based in Hong Kong. Mr. Stohrman held a senior position in the investment bank's financial risk group.



#### The Lawyers

Selected lawyers who worked on more than one of the top 20 deals.

**CLIFFORD CHANCE** DEALS THIS ADVISER HAS INCURRED IN



**James Baker, Partner and global head of corporate equity**  
Mr. Baker has worked in London, was one of the world's most active lawyers in the early 2000s, and has been active in the recent wave of the redoubt white-tie Wall Street firms.

**DAVID PECK & WISWELL**



**Ronald G. Opler, Partner**  
As head of the firm's financial institutions group, he has advised on more international deals in Europe and Asia. He also worked on the issue that advised Morgan Stanley on a \$5 billion sale to Citigroup sovereign wealth fund.

**LOWLATYERS**



**Richard Good, Partner**  
Based in Singapore, Mr. Good is the first non-Asian to lead a firm in Asia. He has worked for Lowlatyars in Asia since 2005.

**SHEARMAN & STERLING**



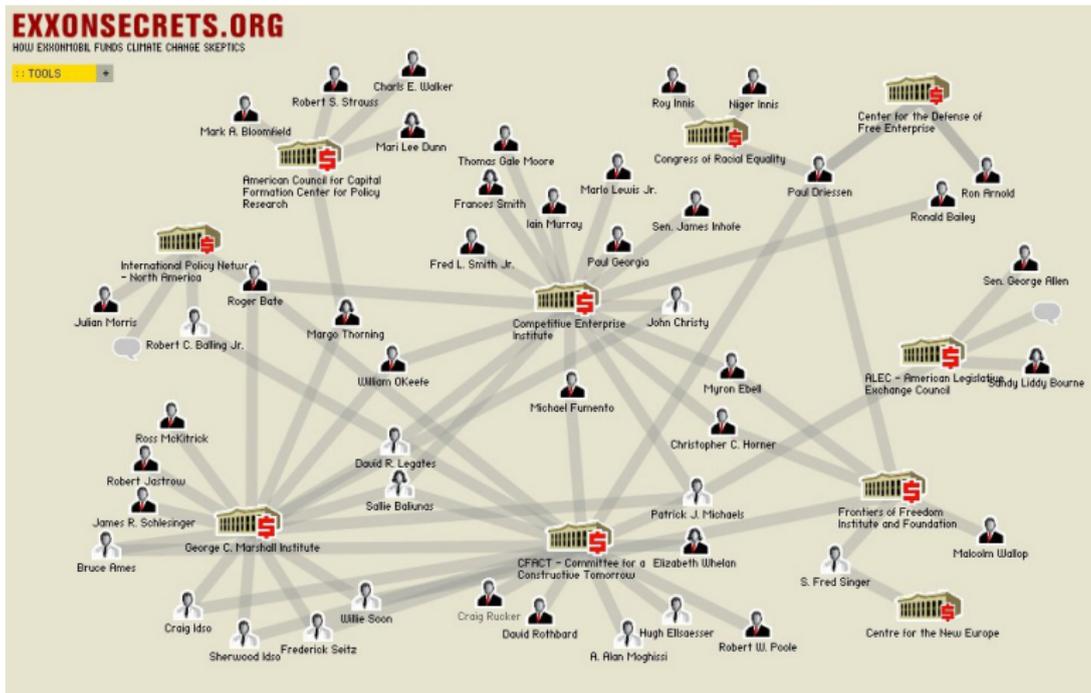
**Stephen M. Beeson, Partner**  
A longtime bank lawyer in the Middle East, Mr. Beeson's shop advised on the recent deal that advised Morgan Stanley on its debut sale to JP Morgan Chase.

**SALAMON & CHOPWELL**



**H. Frazier Carter, Chairman**  
The world's top lawyer for the sovereign wealth investments in financial services firms. He worked on more than any other lawyer on more than one of the top 20 deals.

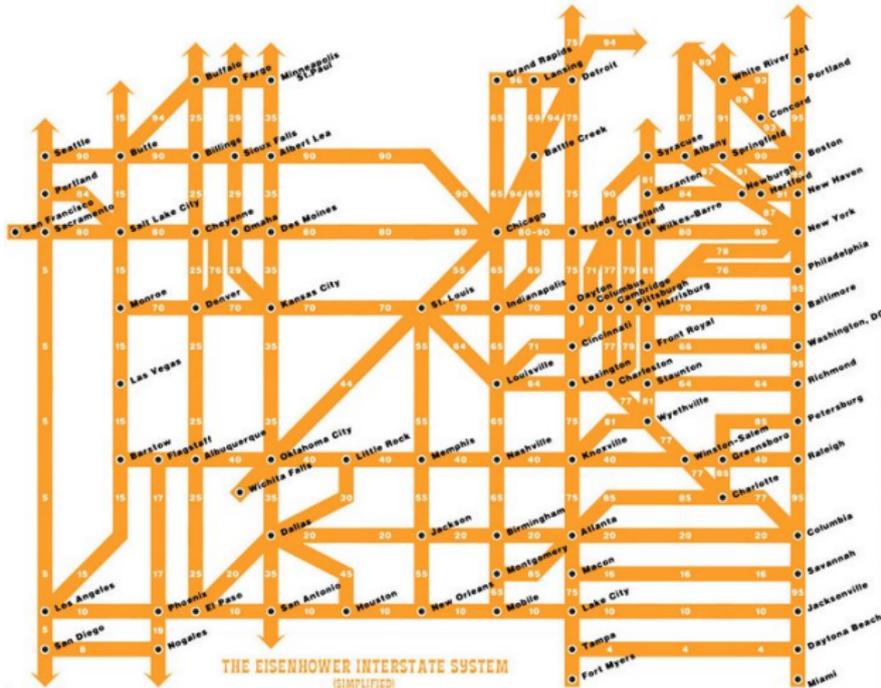
# Soziale Netze – Exxon Fördergelder



# Verkehrsnetze – Highways USA



# Verkehrsnetze – Highways USA



COPYRIGHT 2000-2007 CHRIS YATES WWW.CHISYATES.NET



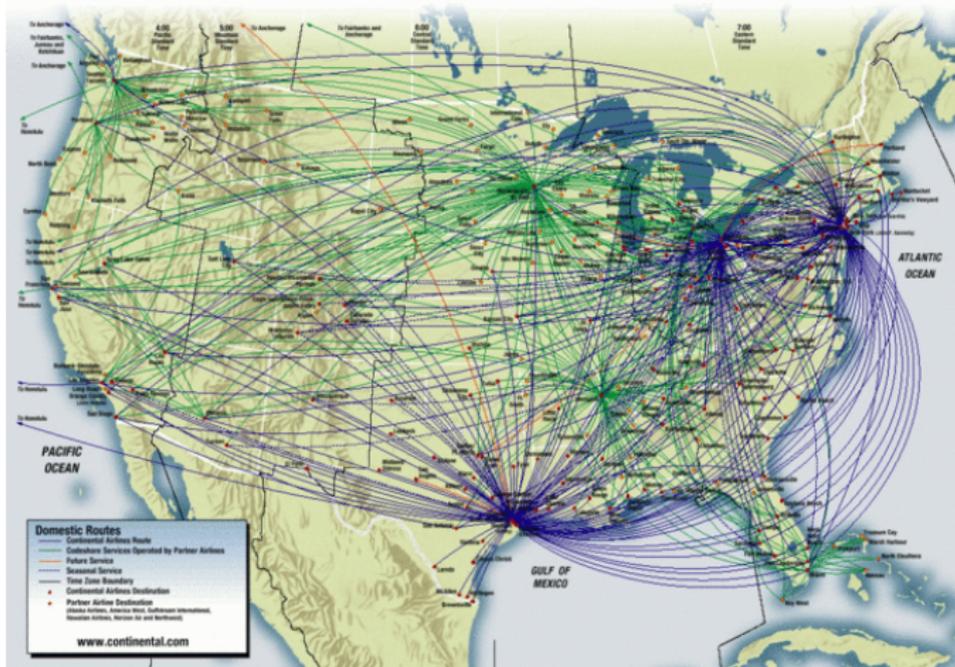
# Verkehrsnetze – U-Bahnen London



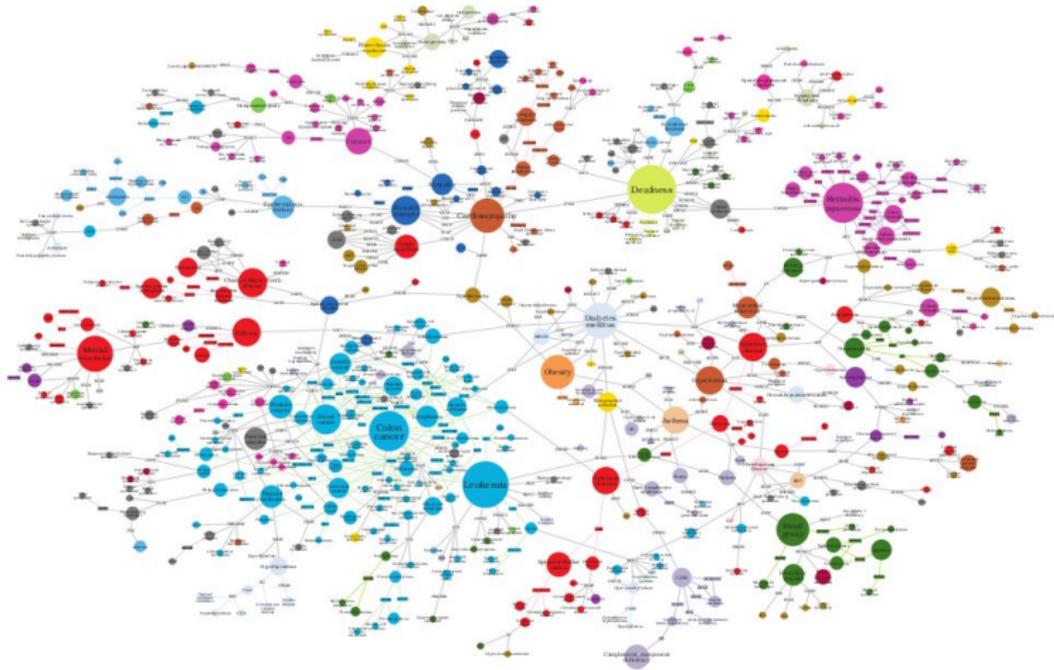
# Verkehrsnetze – U-Bahnen London



# Verkehrsnetze – Flugverbindungen Continental

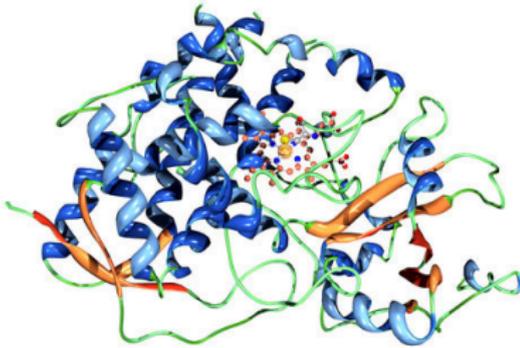


# Biomedizin – Diseasesome

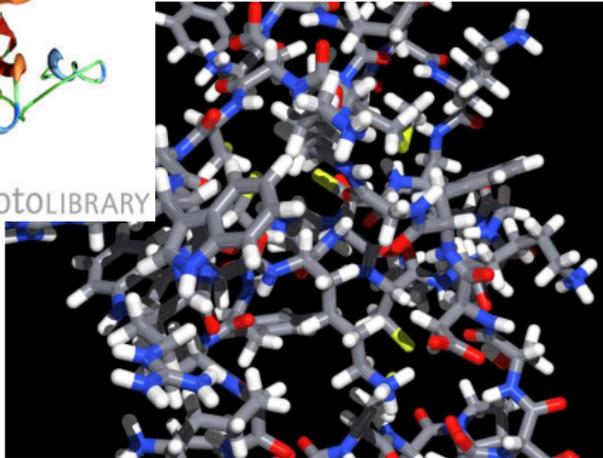




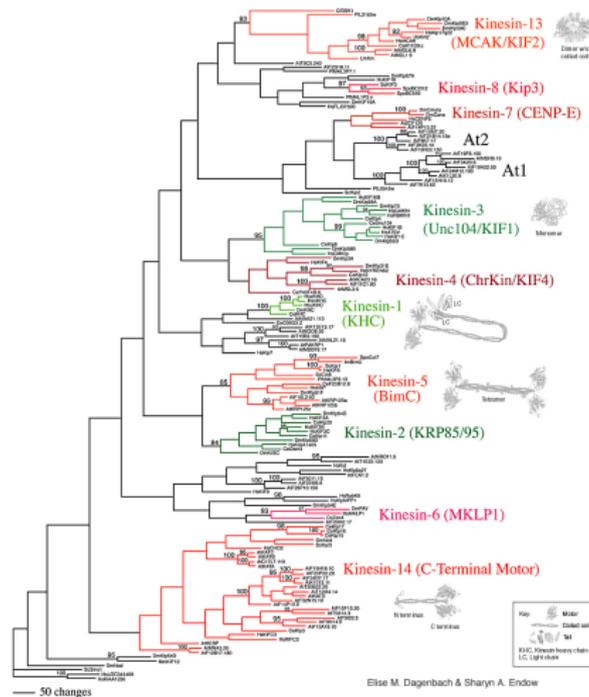
# Biomedizin – Proteine



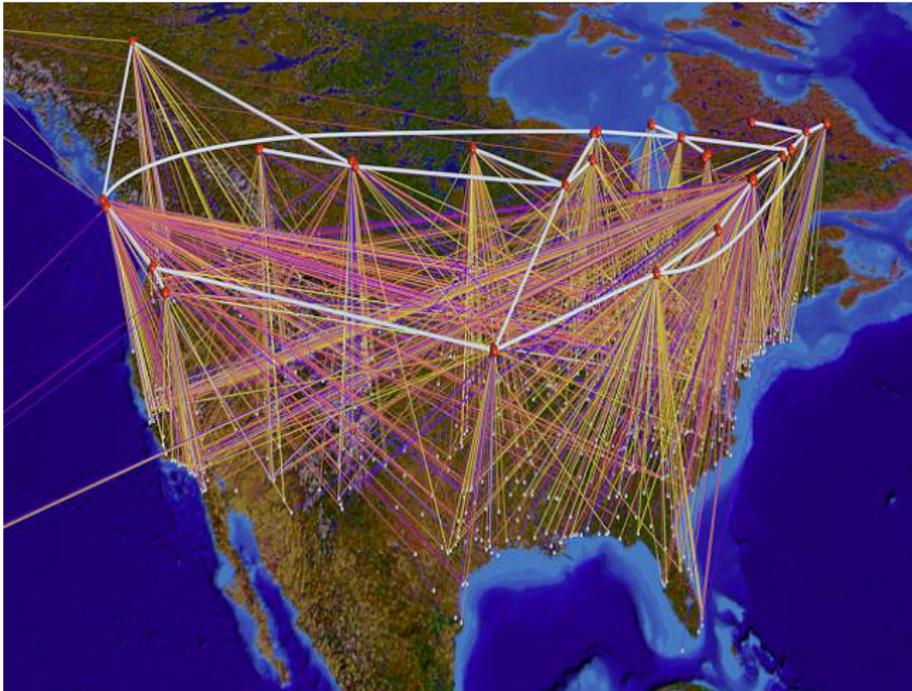
SCIENCEPHOTOLIBRARY



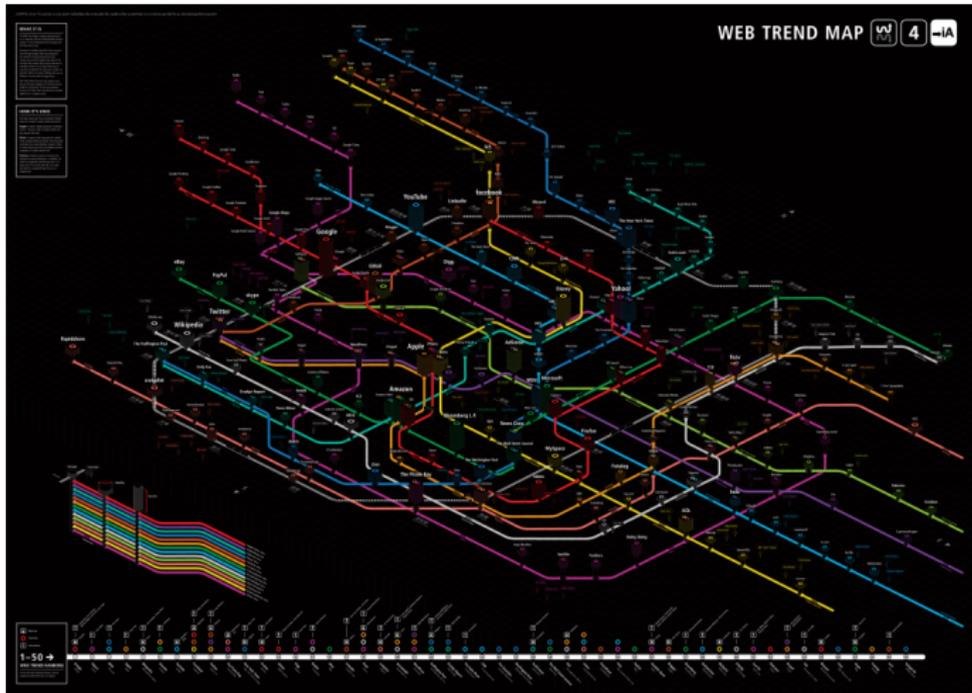
# Biomedizin – phylogenetische Bäume



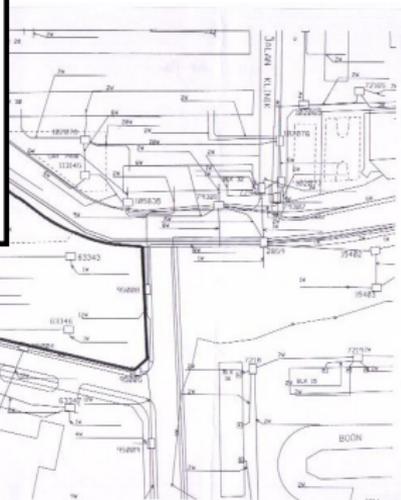
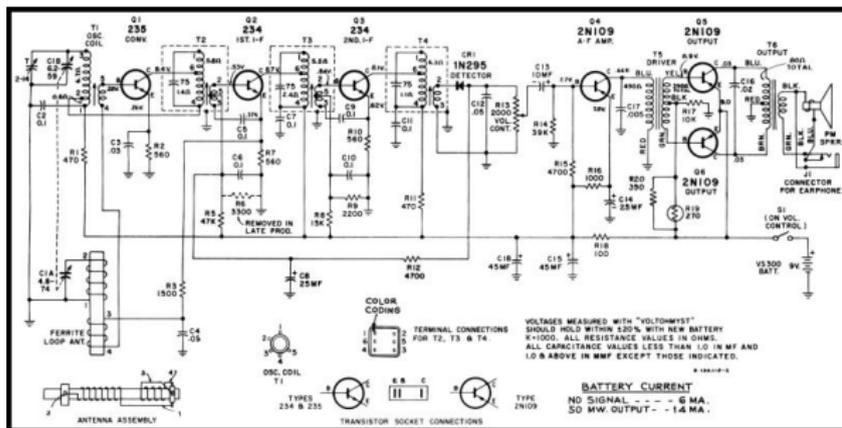
# Technische Netze – Internet USA



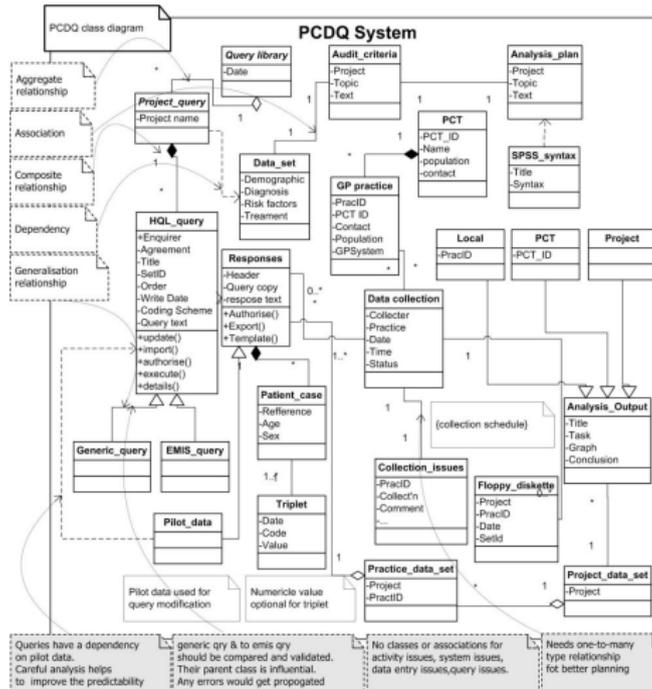
# Technische Netze – Webtrends



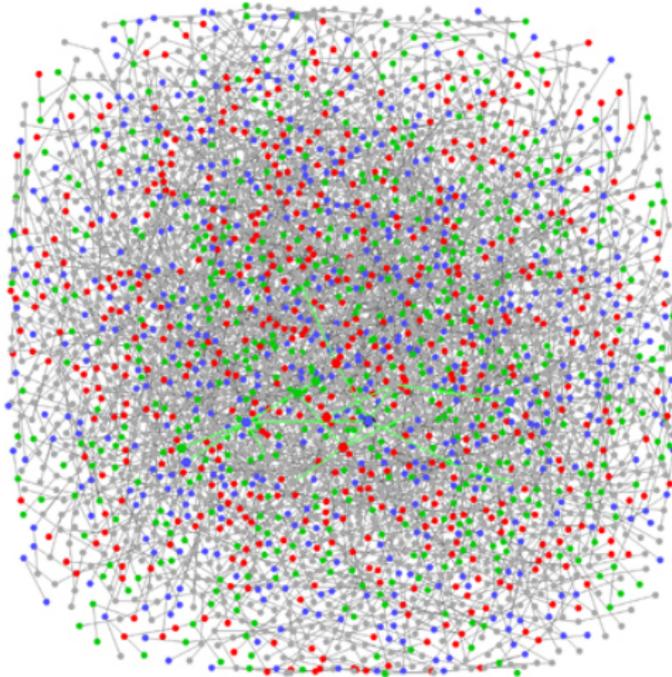
# Technische Netze – Kabelpläne / Schaltpläne



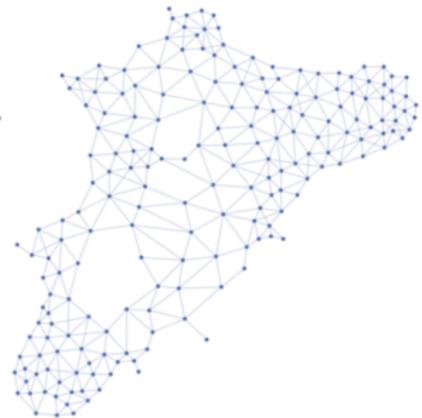
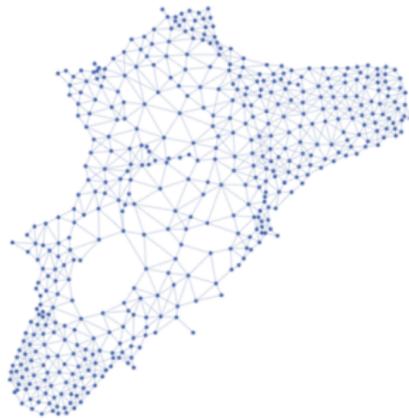
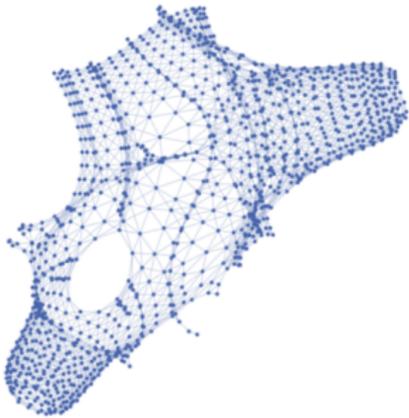
# Technische Netze – UML Diagramme



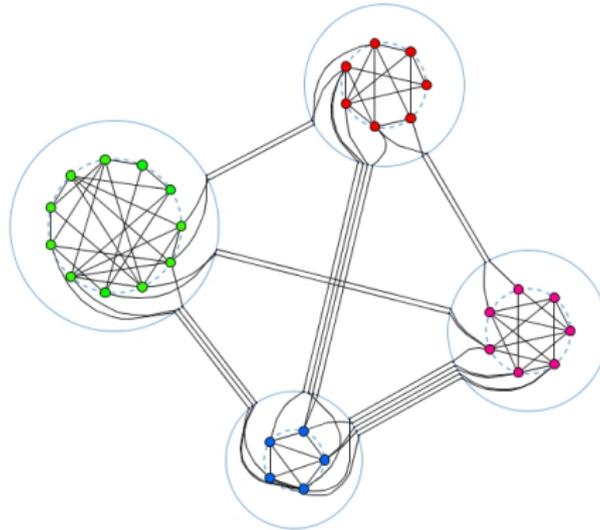
# Allgemeine Graphen – große Graphen



# Allgemeine Graphen – große Graphen



# Allgemeine Graphen – Mikro-Makro Layout



# Alternative Darstellungen – Inklusionsdiagramm

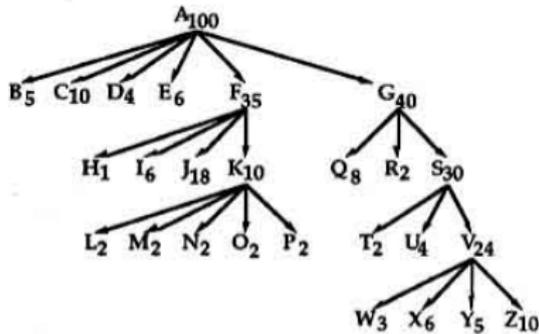


Figure 1: Traditional Tree Diagram Representation.

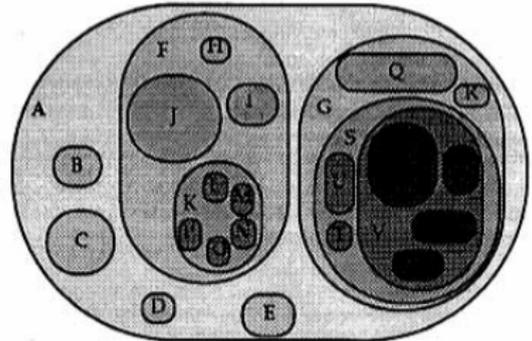
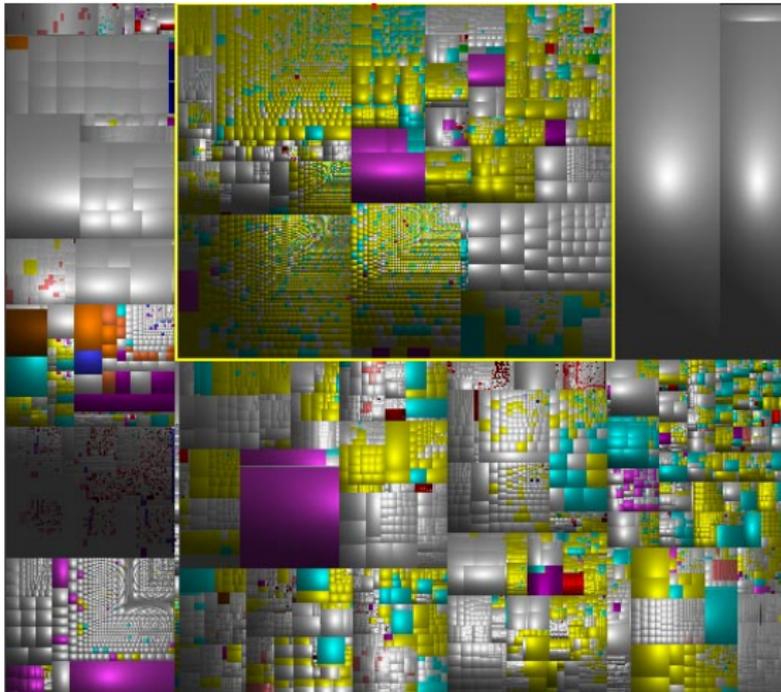
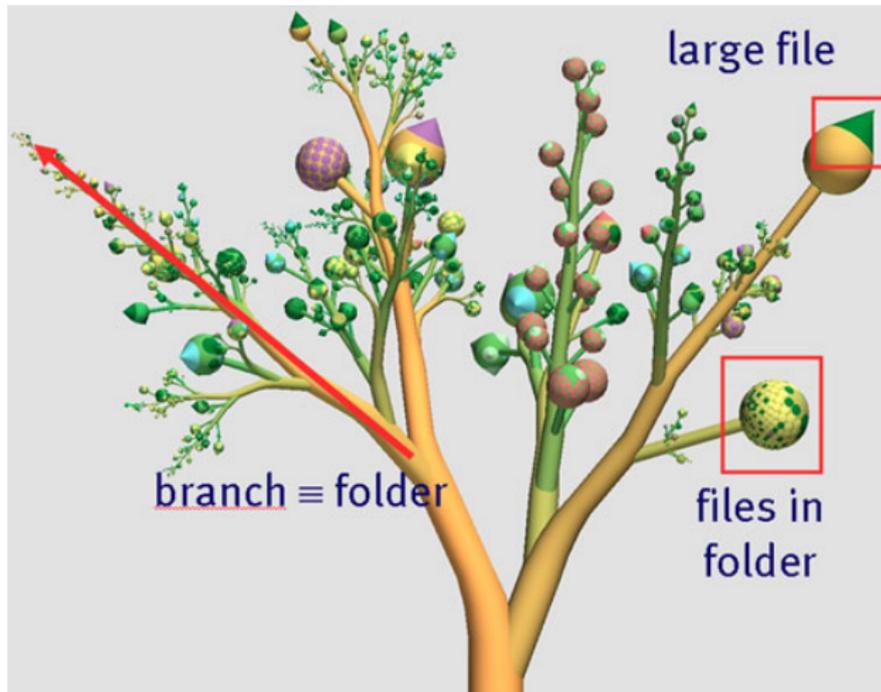


Figure 2: Venn Diagram Representation.  
Node size is proportional to weight.

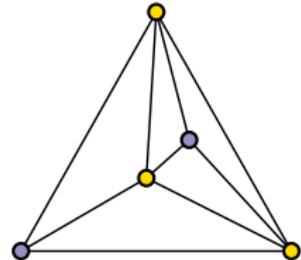
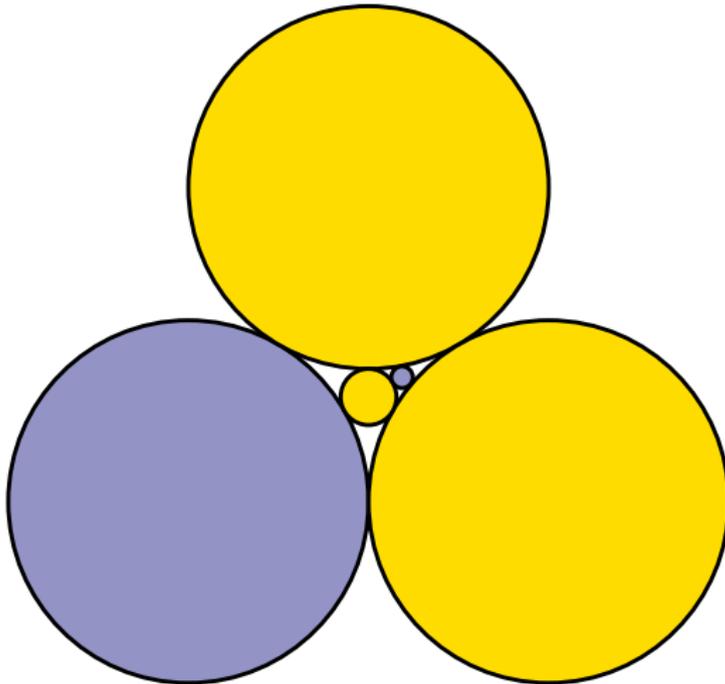
# Alternative Darstellungen – Inklusionsdiagramm



# Alternative Darstellungen – Baum 3D



# Alternative Darstellungen – Berührgraph



# Tools

---

## Graph-Bibliotheken

- » JUNG [jung.sourceforge.net](http://jung.sourceforge.net) (Java)
- » OGDF [www.ogdf.net](http://www.ogdf.net) (C++)

## Visualisierungs-Tools

- » visone [visone.info](http://visone.info)
- » graphviz [www.graphviz.org](http://www.graphviz.org)
- » yEd [www.yworks.com](http://www.yworks.com)

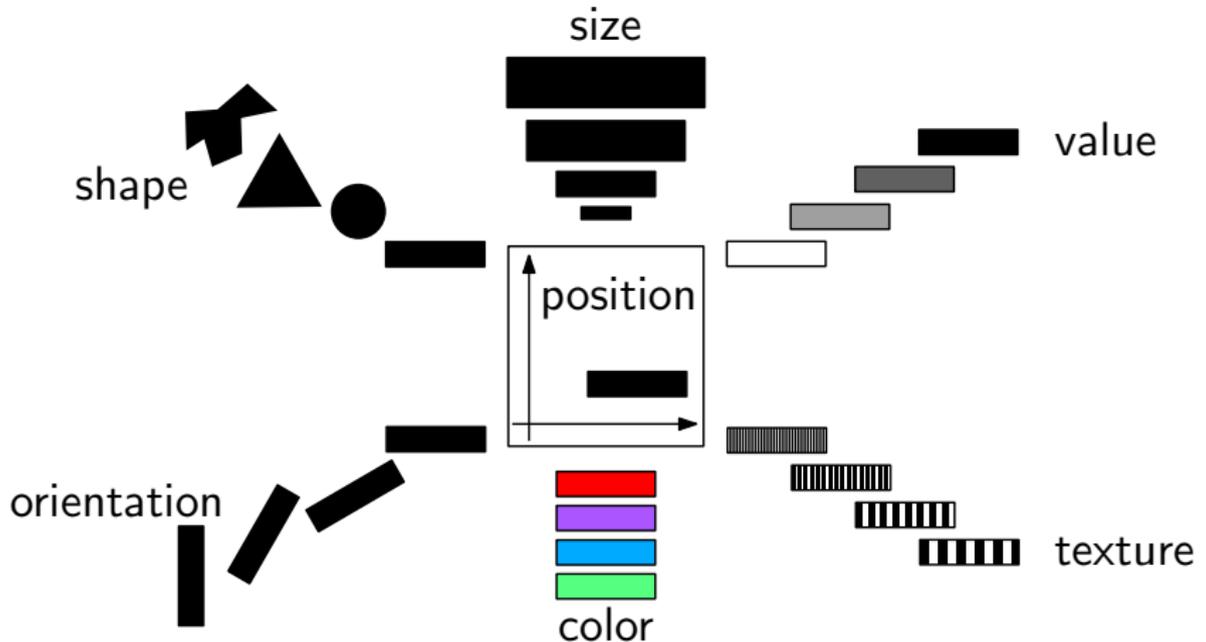
## Nützlich

- » cairo [cairographics.org](http://cairographics.org)

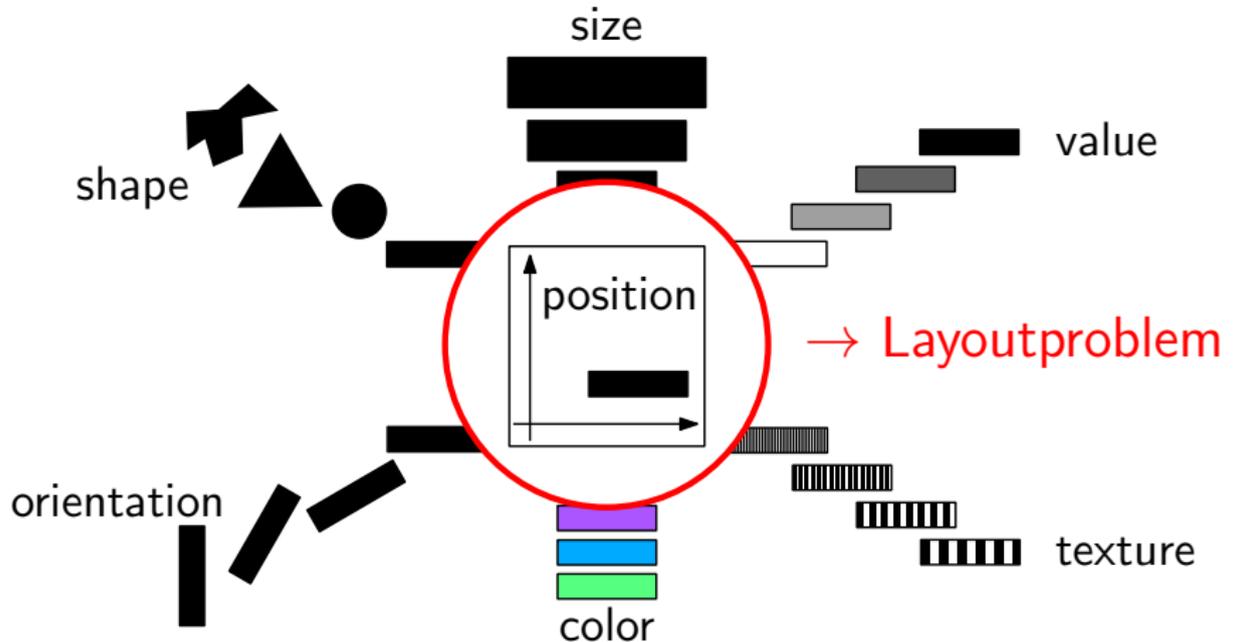
---

# Grundlegende Definitionen

# Visuelle Variablen nach Bertin (1967)



# Visuelle Variablen nach Bertin (1967)



# Definition Layoutproblem

---

Beschränkung auf sog. Punkt-Linien-Diagramme  
(*Standardrepräsentation*)

## Problem: Graphlayout

geg: Graph  $G = (V, E)$

ges: *schöne* Zeichnung  $\Gamma : V \cup E \rightarrow \mathbb{R}^2$

» Knoten  $v \mapsto$  Punkt  $\Gamma(v)$

» Kante  $uv \mapsto$  einfache, offene Kurve  $\Gamma(uv)$  mit  
Endpunkten  $\Gamma(u)$  und  $\Gamma(v)$

# Definition Layoutproblem

Beschränkung auf sog. Punkt-Linien-Diagramme  
(*Standardrepräsentation*)

## Problem: Graphlayout

geg: Graph  $G = (V, E)$

ges: *schöne* Zeichnung  $\Gamma : V \cup E \rightarrow \mathbb{R}^2$

» Knoten  $v \mapsto$  Punkt  $\Gamma(v)$

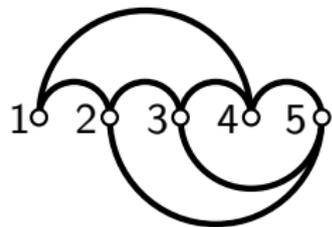
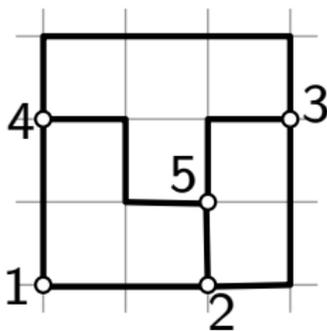
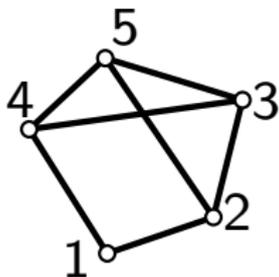
» Kante  $uv \mapsto$  einfache, offene Kurve  $\Gamma(uv)$  mit  
Endpunkten  $\Gamma(u)$  und  $\Gamma(v)$

Aber was ist eine *schöne* Zeichnung?

# Anforderungen an ein Graphlayout

1) Zeichenkonventionen, erforderliche Eigenschaften, z.B.

- geradlinige Kanten mit  $\Gamma(uv) = \overline{\Gamma(u)\Gamma(v)}$
- orthogonale Kanten (i.A. mit Knicken)
- Gitterzeichnungen
- kreuzungsfrei



# Anforderungen an ein Graphlayout

---

- 1) Zeichenkonventionen, erforderliche Eigenschaften
  - 2) Ästhetikkriterien (zu optimieren), z.B.
    - » Kreuzungsminimierung
    - » Knickminimierung
    - » gleichmäßige Kantenlängen
    - » minimale Gesamtlänge/Fläche
    - » Winkelauflösung
    - » Symmetrie / Struktur
- führen häufig zu NP-schweren Optimierungsproblemen!
- oft mehrere konkurrierende Kriterien

# Anforderungen an ein Graphlayout

---

- 1) Zeichenkonventionen, erforderliche Eigenschaften
- 2) Ästhetikkriterien (zu optimieren)
- 3) Lokale Nebenbedingungen, z.B.
  - » Positionseinschränkungen für Nachbarknoten
  - » Einschränkungen für Gruppen von Knoten/Kanten

# Layoutproblem zweiter Versuch

## Problem: Graphlayout

geg: Graph  $G = (V, E)$

ges: Zeichnung  $\Gamma : V \cup E \rightarrow \mathbb{R}^2$ , die

- » die Zeichenkonventionen erfüllt
- » die Ästhetikkriterien optimiert
- » ggf. weitere Nebenbedingungen erfüllt

» führt zu algorithmisch interessanten Fragestellungen

» nachgelagertes Renderingproblem bleibt außen vor