

## Übungsblatt 2

Praktikum Graphenzeichnen im WS 09/10

**Ausgabe** 6. November 2009

**Abgabe** 21. November 2009

Ein *Hypergraph*  $H = (S, C)$  besteht aus einer Menge von Knoten  $S$  und einer Menge von *Hyperkanten*  $C \subseteq 2^S$ .

Die *bipartite Repräsentation* eines Hypergraphen  $H = (S, C)$  ist der bipartite Graph  $G_H = (S \cup C, E)$  mit  $E := \{(s, c) \in S \times C \mid s \in C\}$ .

Seien  $X, Y \subseteq \mathbb{R}^2$  mit  $X \cap Y = \emptyset$ . Eine *bipartite Zeichnung* eines bipartiten Graphen  $G = (S \cup C, E)$  bezüglich  $X, Y$  ist eine Zeichnung mit folgenden Eigenschaften:

- (a) Die Knoten in  $S$  werden injektiv auf  $X$  abgebildet.
- (b) Die Knoten in  $C$  werden injektiv auf  $Y$  abgebildet.
- (c) Jede Kante aus  $E$  wird auf eine ebene Jordankurve zwischen den Bildern ihrer Endknoten abgebildet.

Eine einfache bipartite Zeichnung erhält man, indem man für  $X$  und  $Y$  die horizontalen Linien durch die Punkte  $(0, 0)$  und  $(0, 1)$  wählt. Eine solche Zeichnung lässt sich im Allgemeinen besser lesen, wenn sie möglichst wenige Kreuzungen hat. Zur Kreuzungsminimierung gibt es eine Reihe von Heuristiken. Fast alle Heuristiken fixieren zunächst die Ordnung der Knoten auf einer der horizontalen Linien und minimieren dann die Anzahl der Kreuzungen bezüglich dieser Ordnung. Unter diesen Umständen liefert die Median-Heuristik eine Faktor-3-Approximation für die Anzahl der Kreuzungen [Kaufmann and Wagner(2001)].

### Problem 1: Bipartite Zeichnungen

- (a) Implementieren Sie einen Algorithmus, der eine bipartite Zeichnung der bipartiten Repräsentation eines Hypergraphen basierend auf der Median-Heuristik berechnet, und visualisieren Sie das Ergebnis in einer ansprechenden Form.
- (b) Überlegen Sie sich, wie Sie das Ergebnis der Heuristik verbessern können. Implementieren Sie Ihren Ansatz.
- (c) Testen Sie den Algorithmus anhand geeigneter Hypergraphen aus der Datenbank.
- (d) Überlegen Sie sich eine geeignete andere Wahl von  $X$  und  $Y$ . Entwickeln und testen Sie einen Algorithmus, der eine bipartite Zeichnung bezüglich  $X$  und  $Y$  berechnet. Versuchen Sie dabei die Struktur des Graphen zu berücksichtigen.

## Literatur

[Kaufmann and Wagner(2001)] Michael Kaufmann and Dorothea Wagner, editors. *Drawing Graphs: Methods and Models*, volume 2025 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, 2001. ISBN 3-540-42062-2. URL <http://www.springerlink.com/content/xkru1gvnyh5p/>.