Übungsblatt 3

Besprechung in der Übung am 29. Mai 2018

Aufgabe 1: Satz von Kőnig ⋆⋆⋆

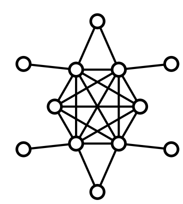
Zeigen Sie folgende Aussage. In einem bipartiten Graphen entspricht die Größe eines maximalen Matchings der Größe einer minimalen Knotenüberdeckung.

Aufgabe 2: Bipartit und Co-Bipartit ⋆

Ein Graph ist *co-bipartit*, wenn sein Komplement bipartit ist. Zeigen Sie, dass es genau acht Graphen gibt, die bipartit und co-bipartit sind.

Aufgabe 3: Simpliziale Knoten ⋆

Geben Sie alle simplizialen Knoten im nebenstehenden Graphen an. Argumentieren Sie, dass Sie alle simplizialen Knoten gefunden haben.



Aufgabe 4: Komplemente von Kreisen sind nicht chordal ⋆

Zeigen Sie, dass der Graph $\overline{C_n}$ für $n \geq 5$ nicht chordal ist.

Aufgabe 5: Separatoren in chordalen Graphen ⋆⋆⋆

Sei S ein inklusionsminimaler Knotenseparator in einem chordalen Graphen $G = (V, E)$. Zeigen Sie, dass jede Zusammenhangskomponente von G_{V-S} einen Knoten c enthält, sodass $S \subseteq \mathrm{Adj}(c)$.

Hinweis: Zeigen Sie die Inklusion mittels Induktion für jede Teilmenge $X \subseteq S$.

Aufgabe 6: Intervallgraphen sind chordal ⋆⋆

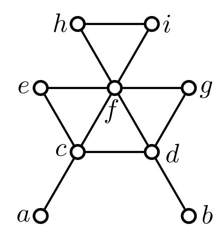
Sei G ein Intervallgraph. Geben Sie zwei unterschiedliche Beweise für die Chordalität von G an, indem Sie folgende Aussagen zeigen.

(a) G hat ein perfektes Eleminationsschema.

(b) Jeder inklusionsminimale Knotenseparator induziert einen vollständigen Subgraphen von G.

Aufgabe 7: Lexikographische Breitensuche ⋆⋆

Führen Sie eine Lexikographische Breitensuche auf dem nebenstehenden Graphen aus.



Machen Sie sich dabei klar, dass der Algorithmus in linearer Zeit implementiert werden kann. Geben Sie dazu in jedem Schritt den aktuellen Zustand der Queue-Datenstruktur (inklusive aller notwendigen Zeiger) an.

Aufgabe 8: Triangulierte und chordale Graphen ⋆

Geben Sie einen triangulierten planaren Graphen an, der nicht chordal ist.

Hinweis: Ein planarer Graph G heißt trianguliert genau dann, wenn auf jeder Facette von G genau drei Knoten liegen.