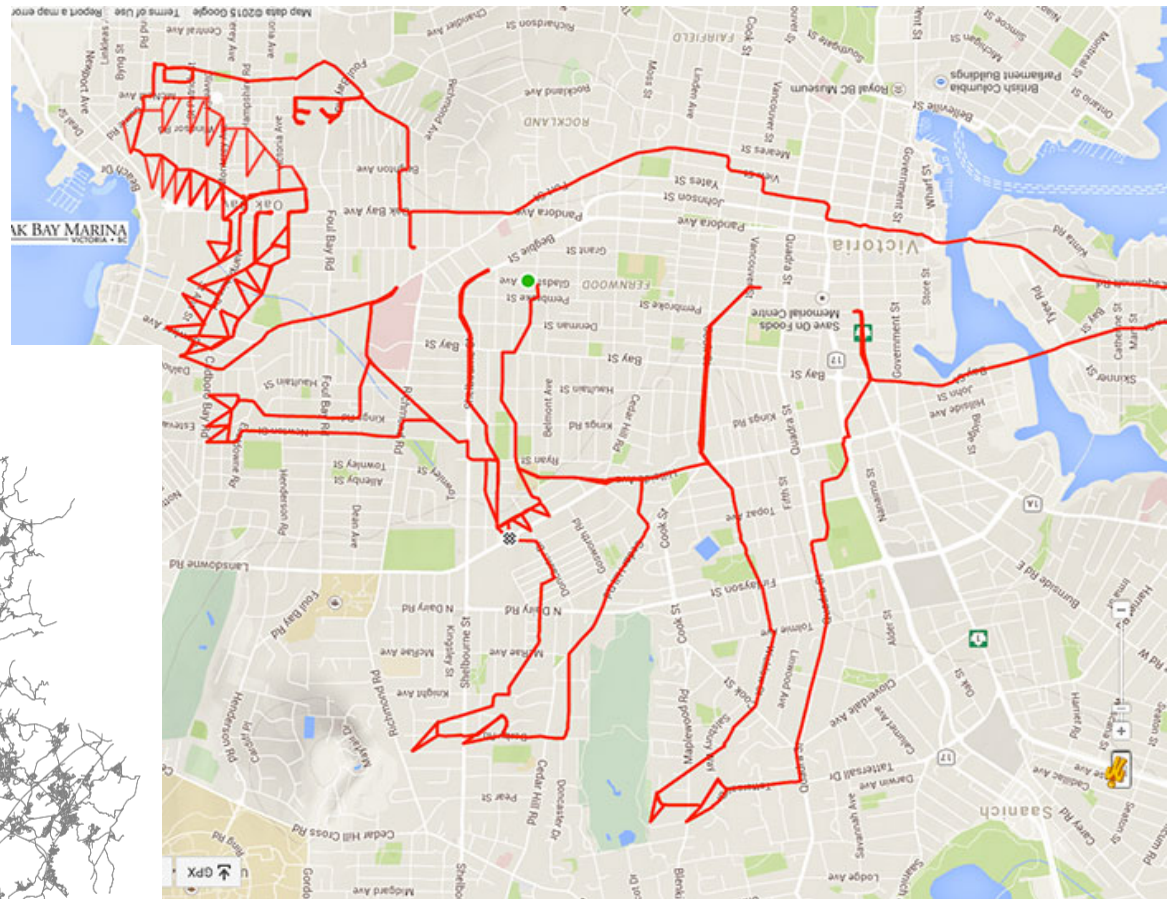
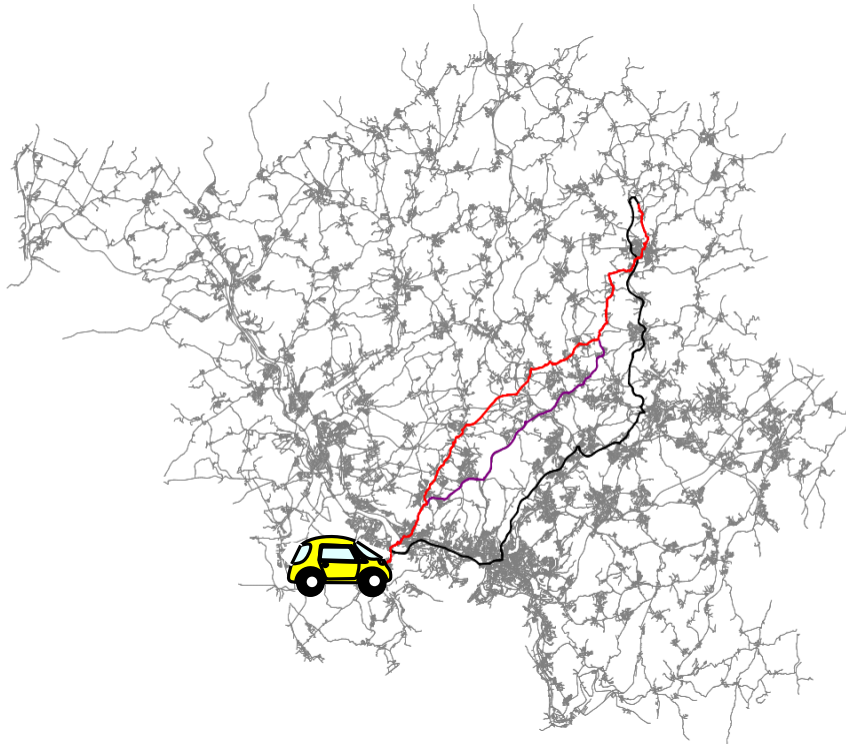


Personalisierte Routenplanung

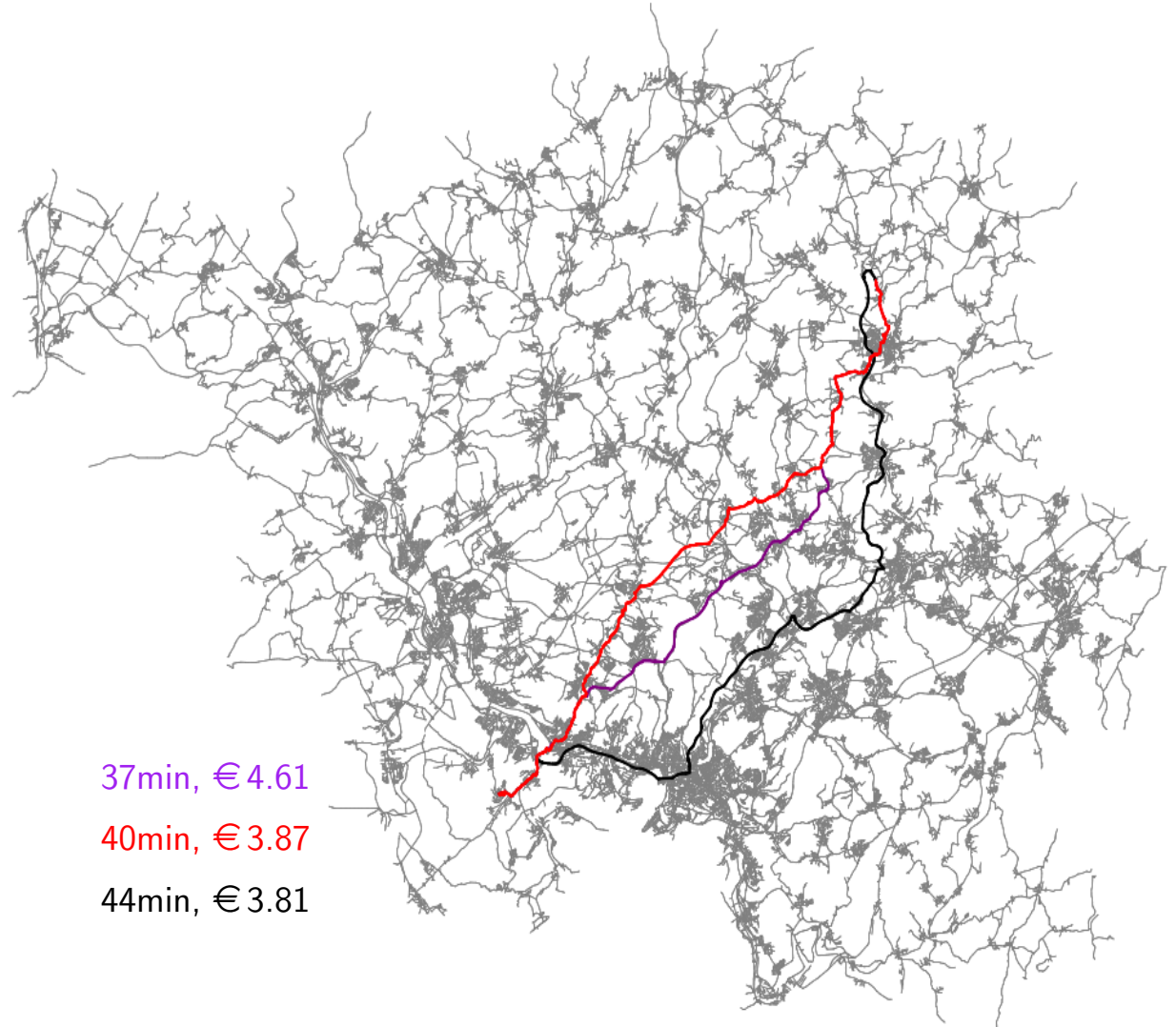
Vorlesung Routenplanung, KIT, 2016



Motivation

Viele Kriterien definieren die 'optimale' Route von A nach B.

- Distanz
- Reisezeit
- Benzinverbrauch
- Staugefahr
- Szenerie
- Energieverbrauch
- Mautkosten
- ...



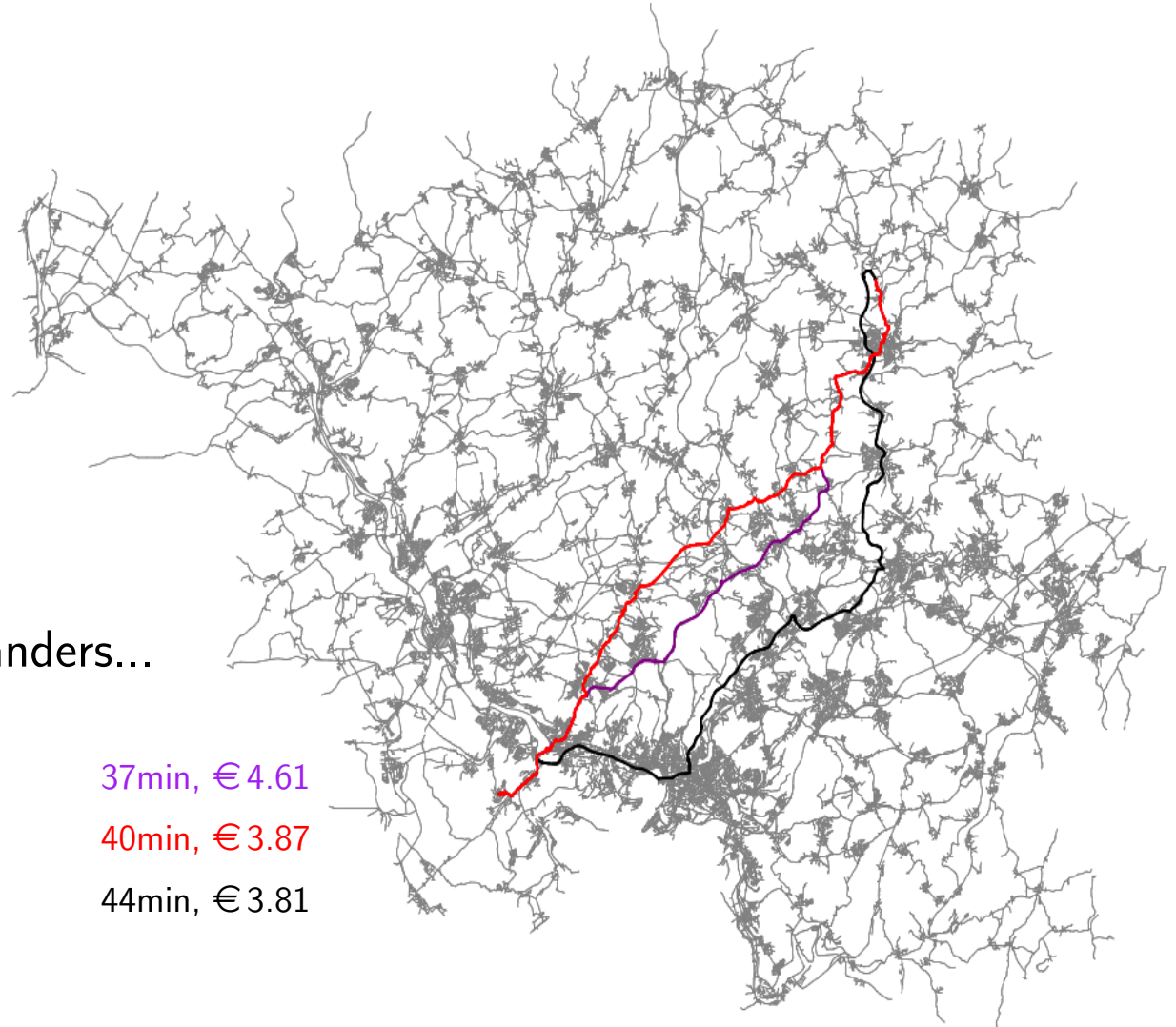
Motivation

Viele Kriterien definieren die 'optimale' Route von A nach B.

- Distanz
- Reisezeit
- Benzinverbrauch
- Staugefahr
- Szenerie
- Energieverbrauch
- Mautkosten
- ...

Gewichtung für jeden Fahrer anders...

Teilweise fahrzeugabhängig.



37min, € 4.61

40min, € 3.87

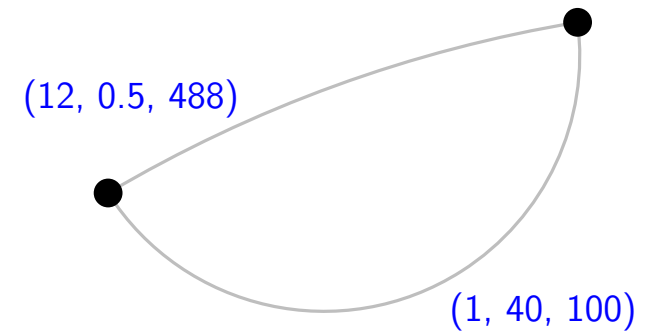
44min, € 3.81

Problemdefinition

Problemdefinition

Gegeben $G(V, E)$ Straßennetzwerk

$c : E \rightarrow \mathbb{R}^d$ d -dimensionaler Kostenvektor pro Kante



Problemdefinition

Gegeben

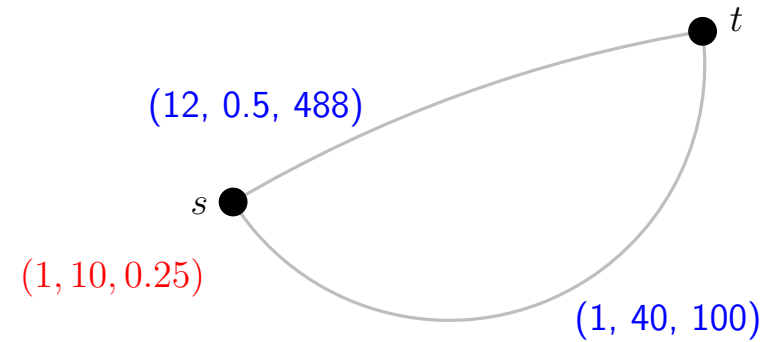
$G(V, E)$ Straßennetzwerk

$c : E \rightarrow \mathbb{R}^d$ d -dimensionaler Kostenvektor pro Kante

Anfrage

$s, t \in V$

$\alpha \in \mathbb{R}^d$ Gewichtsvektor



Problemdefinition

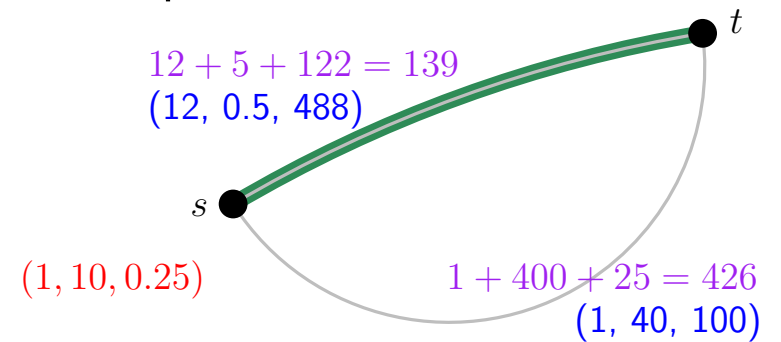
Gegeben $G(V, E)$ Straßennetzwerk

$c : E \rightarrow \mathbb{R}^d$ d -dimensionaler Kostenvektor pro Kante

Anfrage $s, t \in V$

$\alpha \in \mathbb{R}^d$ Gewichtsvektor

Ziel: Finde Pfad p von s nach t mit $\min_{e \in p} \alpha^T c$.



Problemdefinition

Gegeben

$G(V, E)$ Straßennetzwerk

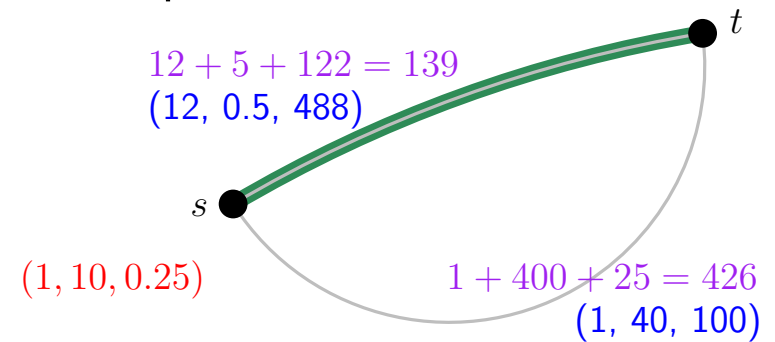
$c : E \rightarrow \mathbb{R}^d$ d -dimensionaler Kostenvektor pro Kante

Anfrage

$s, t \in V$

$\alpha \in \mathbb{R}^d$ Gewichtsvektor

Ziel: Finde Pfad p von s nach t mit $\min_{e \in p} \alpha^T c$.



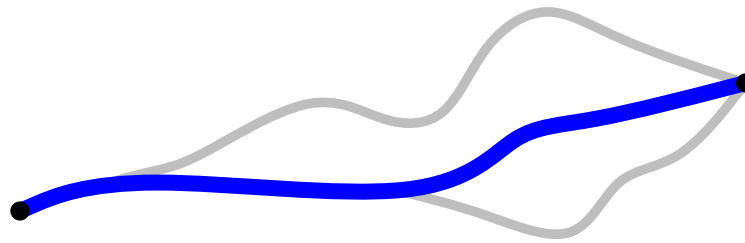
Problem 1: Wie findet man personalisierte optimale Routen effizient?

Problem 2: Kann man α aus Nutzerdaten extrahieren?

Bisherige Ansätze

Bisherige Ansätze

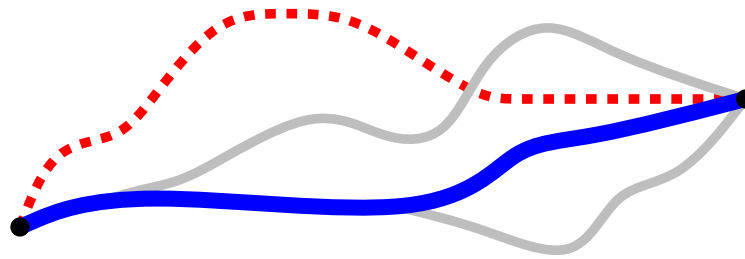
Alternativrouten



Wähle unter den Alternativen die beste gemäß α .

Bisherige Ansätze

Alternativrouten

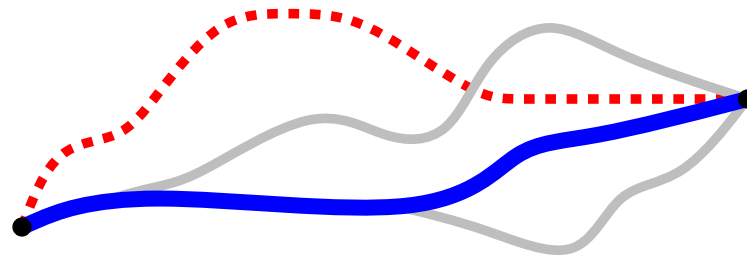


Wähle unter den Alternativen die beste gemäß α .

Optimale α -Route evtl. deutlich billiger...

Bisherige Ansätze

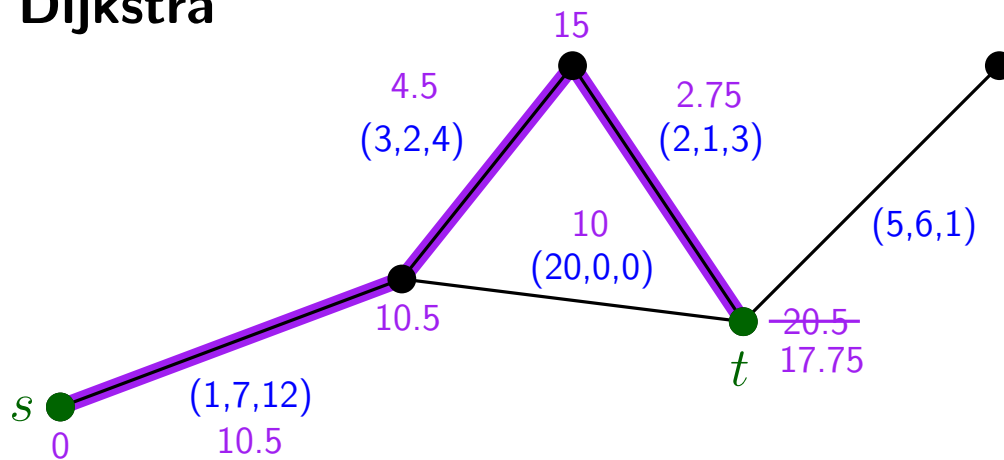
Alternativrouten



Wähle unter den Alternativen die beste gemäß α .

Optimale α -Route evtl. deutlich billiger...

Dijkstra



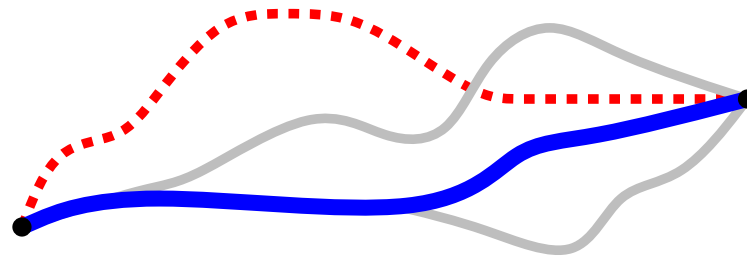
$\alpha = (0.5, 1, 0.25)$

Berechne Kantenkosten bei Relaxierung.

$\mathcal{O}(n \log n + dm)$

Bisherige Ansätze

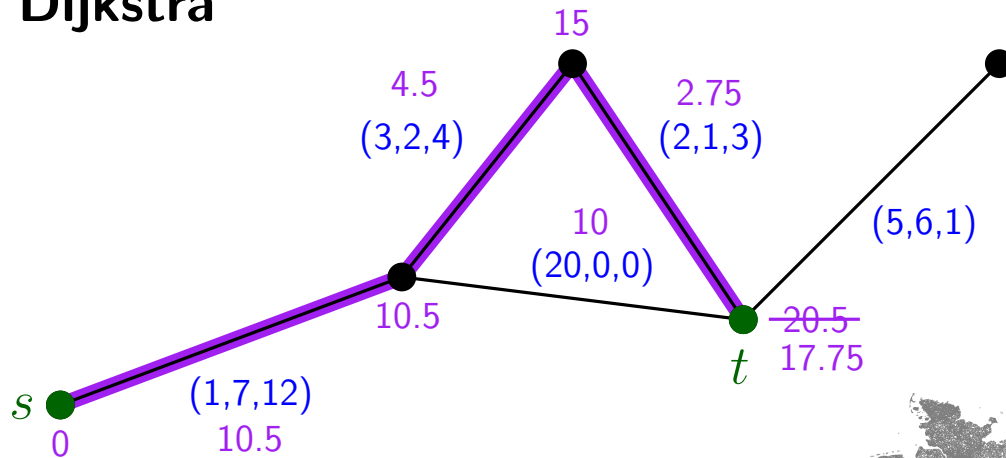
Alternativrouten



Wähle unter den Alternativen die beste gemäß α .

Optimale α -Route evtl. deutlich billiger...

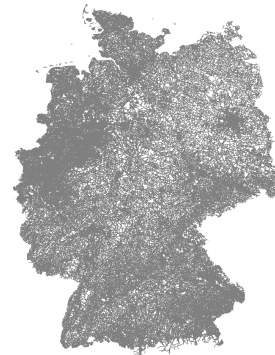
Dijkstra



$\alpha = (0.5, 1, 0.25)$

Berechne Kantenkosten bei Relaxierung.

$\mathcal{O}(n \log n + dm)$



> 7 Sekunden

Bisherige Ansätze

Multikriterielle Routenplanung/CSP

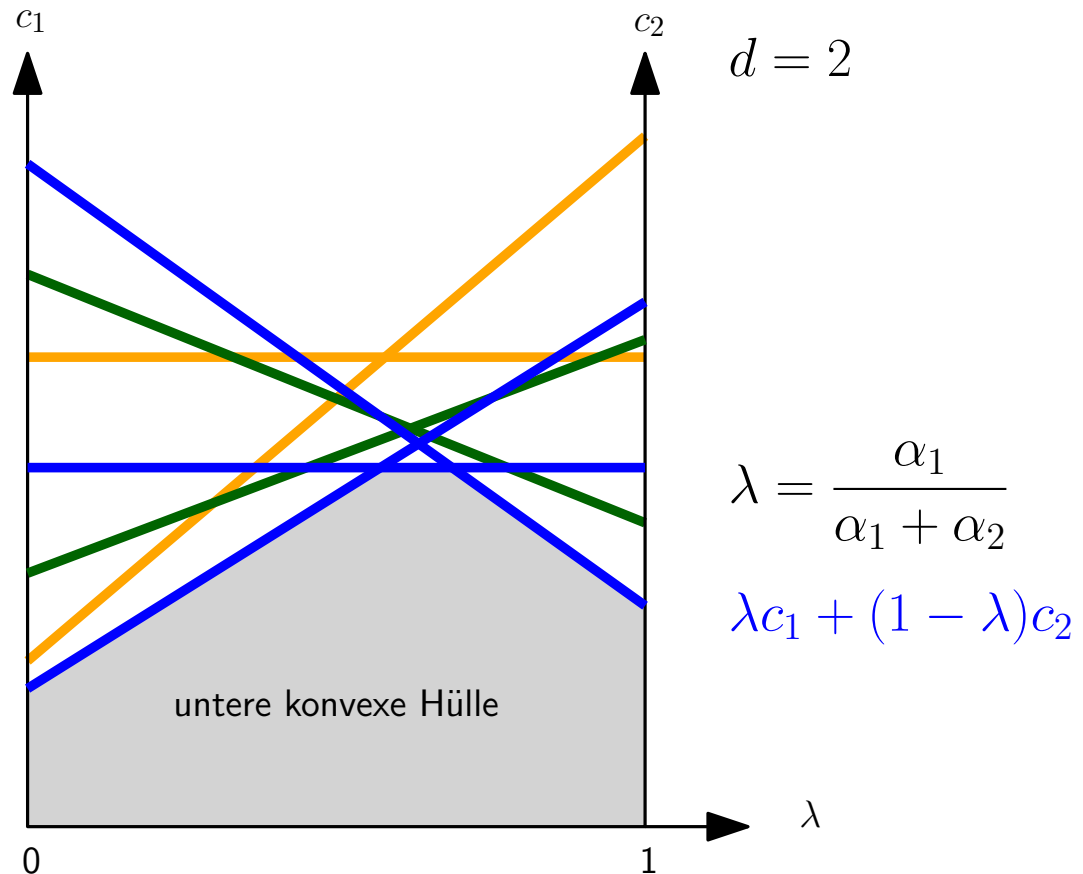
Methoden für personalisierte Routenplanung einsetzbar.

NP-hart, große Pareto-Mengen, auch in der Praxis, Overkill.

dominiert

Pareto-optimal

α -optimal



Bisherige Ansätze

Multikriterielle Routenplanung/CSP

Methoden für personalisierte Routenplanung einsetzbar.

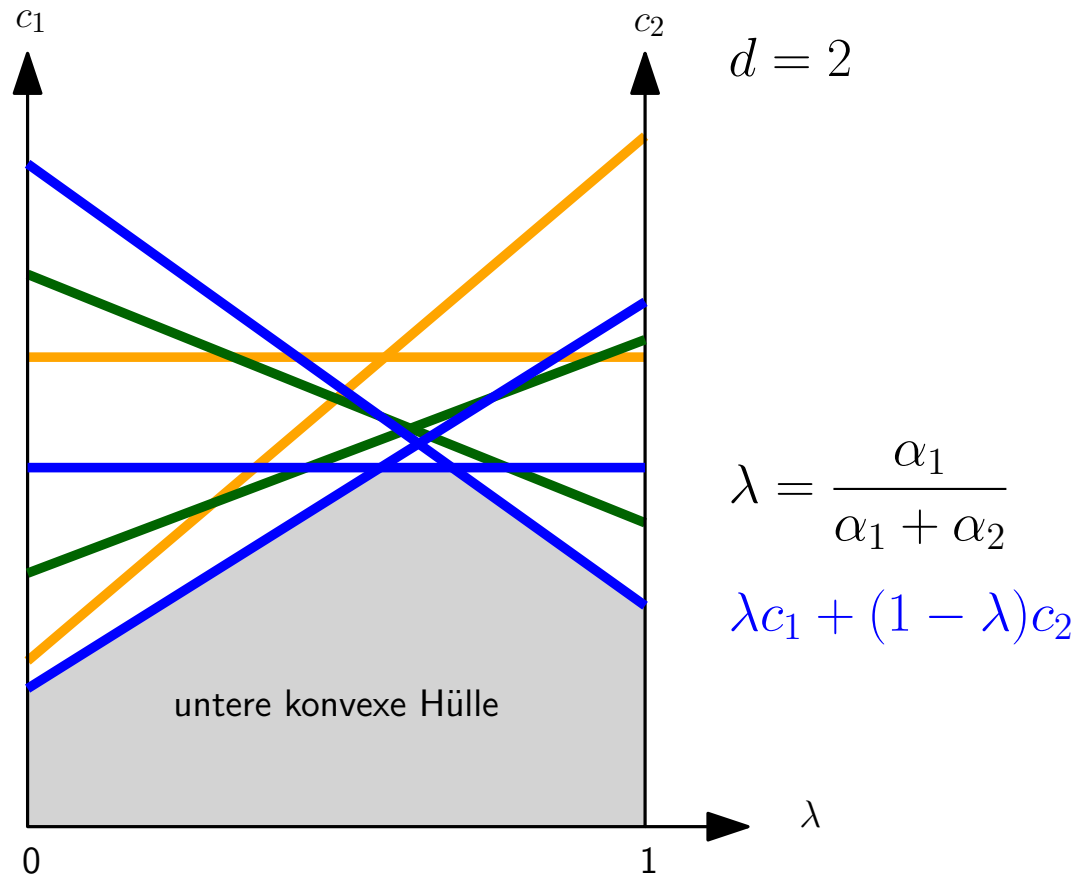
NP-hart, große Pareto-Mengen, auch in der Praxis, Overkill.

dominiert

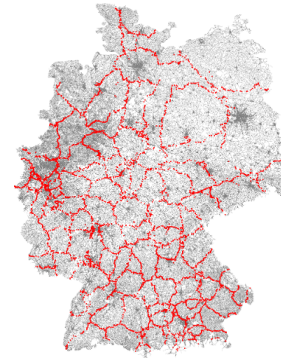
Pareto-optimal

α -optimal

Pareto-optimale Pfade
Obermenge der
 α -optimalen Pfade.



Bisherige Ansätze



Customization (z.B. CRP, CCH)

3 Phasen:

1. Konstruiere metrik-unabhängigen Overlay Graph. (preprocessing)
2. Überziehe Overlay mit Metrik. (customization)
3. Beantworte Queries im Overlay Graph. (queries)

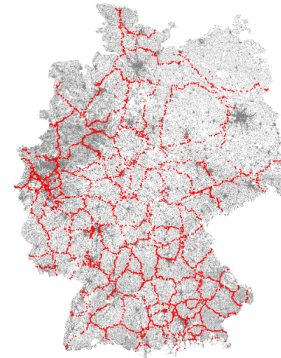
Zeit

min

sec

ms

Bisherige Ansätze



Customization (z.B. CRP, CCH)

3 Phasen:

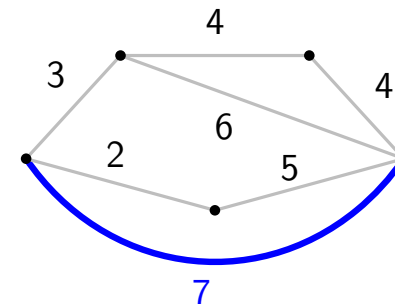
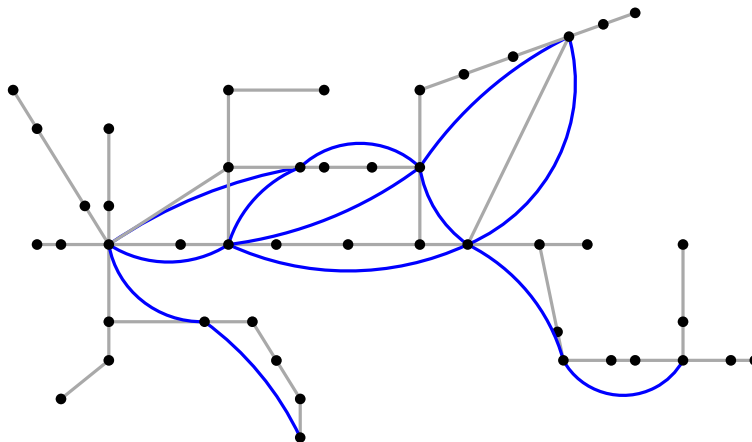
1. Konstruiere metrik-unabhängigen Overlay Graph. (preprocessing)
2. Überziehe Overlay mit Metrik. (customization)
3. Beantworte Queries im Overlay Graph. (queries)

Zeit

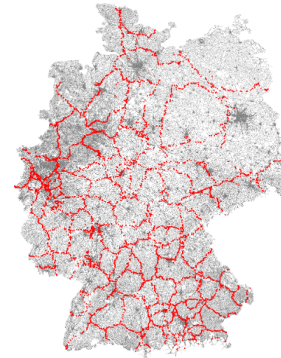
min

sec

ms



Bisherige Ansätze



Customization (z.B. CRP, CCH)

3 Phasen:

1. Konstruiere metrik-unabhängigen Overlay Graph. (preprocessing)
2. Überziehe Overlay mit Metrik. (customization)
3. Beantworte Queries im Overlay Graph. (queries)

Zeit

min

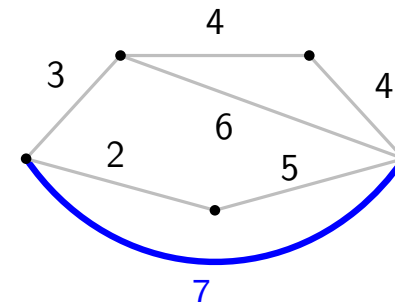
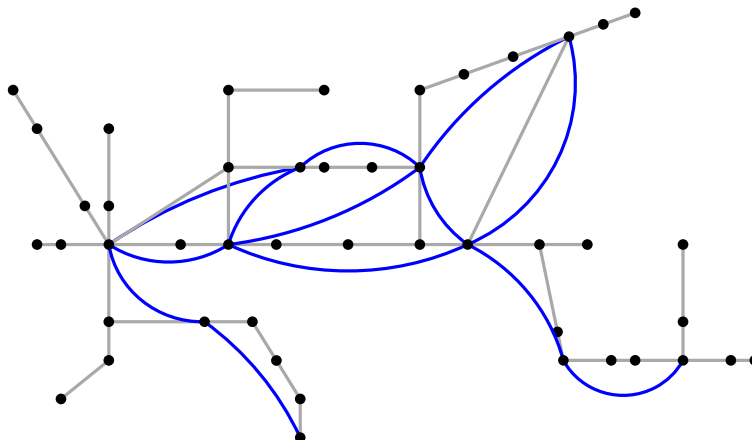
sec

ms

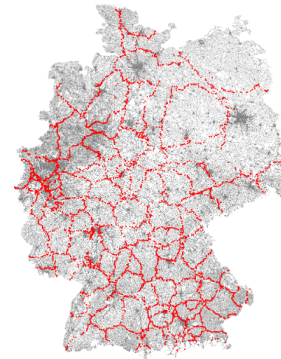
pro Anfrage/Query

Kann für personalisierte Routenplanung instrumentalisiert werden.

'Personalisiert' den Overlay Graph.



Bisherige Ansätze



Customization (z.B. CRP, CCH)

3 Phasen:

1. Konstruiere metrik-unabhängigen Overlay Graph. (preprocessing)
2. Überziehe Overlay mit Metrik. (customization)
3. Beantworte Queries im Overlay Graph. (queries)

Zeit

min

sec

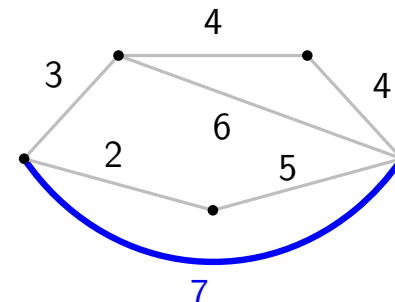
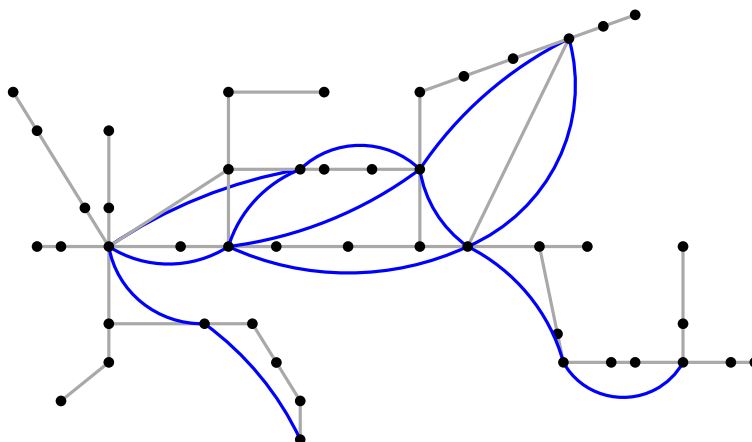
ms

pro Anfrage/Query

Kann für personalisierte Routenplanung instrumentalisiert werden.

'Personalisiert' den Overlay Graph.

Anfragezeiten unparallelisiert kaum schneller als mit Dijkstra (superlinear).

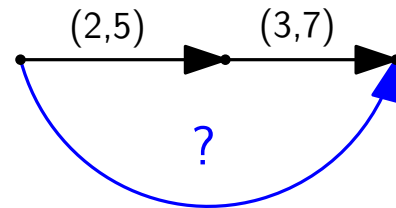


Effiziente Personalisierung

Effiziente Personalisierung

Ansatz 1 Personalisierte CH-Konstruktion.

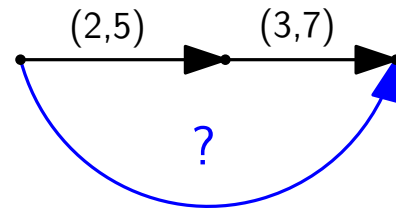
Problem: Welche Shortcuts müssen gesetzt werden?



Effiziente Personalisierung

Ansatz 1 Personalisierte CH-Konstruktion.

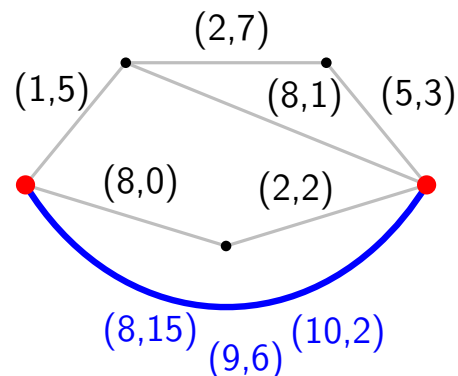
Problem: Welche Shortcuts müssen gesetzt werden?



Ansatz 2 Von Customizable zu Personalizable

1. Konstruiere metrik-unabhängigen Overlay Graph.
2. Überziehe Overlay Graph mit Kostenvektoren.
3. Beantworte personalisierte Anfragen.

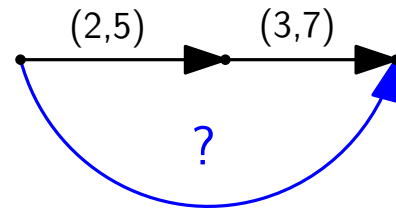
Problem: Wie prunt man Kostenvektormengen?



Effiziente Personalisierung

Ansatz 1 Personalisierte CH-Konstruktion.

Problem: Welche Shortcuts müssen gesetzt werden?



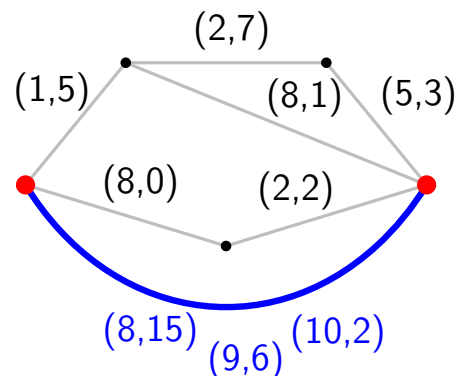
California 11M nodes, 23M edges

Metriken	Reisezeit + Benzinkosten
Dijkstra	2097ms
CH-Dijkstra	2ms
speed-up	>1000

Ansatz 2 Von Customizable zu Personalizable

1. Konstruiere metrik-unabhängigen Overlay Graph.
2. Überziehe Overlay Graph mit Kostenvektoren.
3. Beantworte personalisierte Anfragen.

Problem: Wie prunt man Kostenvektormengen?



Germany 22M nodes, 44M edges

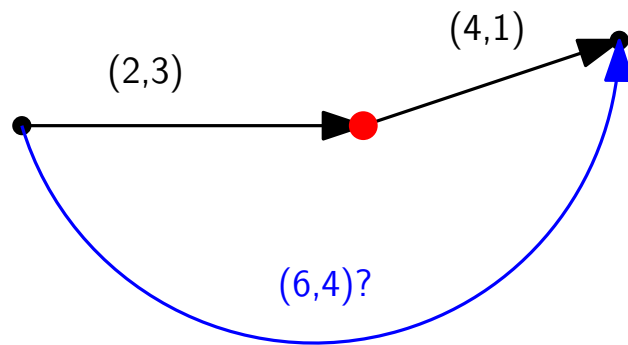
d	# polls	# vectors	time	speed-up
1	$1.5 \cdot 10^5$	$6.9 \cdot 10^5$	71 ms	111
2	$1.7 \cdot 10^5$	$7.3 \cdot 10^5$	78 ms	107
5	$1.7 \cdot 10^5$	$7.7 \cdot 10^5$	82 ms	104
10	$1.6 \cdot 10^5$	$1.3 \cdot 10^6$	135 ms	67
32	$1.6 \cdot 10^5$	$2.5 \cdot 10^6$	287 ms	35
64	$1.8 \cdot 10^5$	$4.9 \cdot 10^6$	612 ms	20

Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

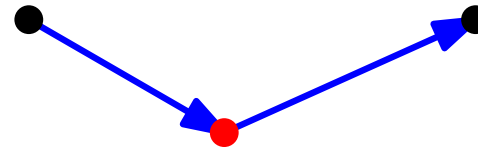
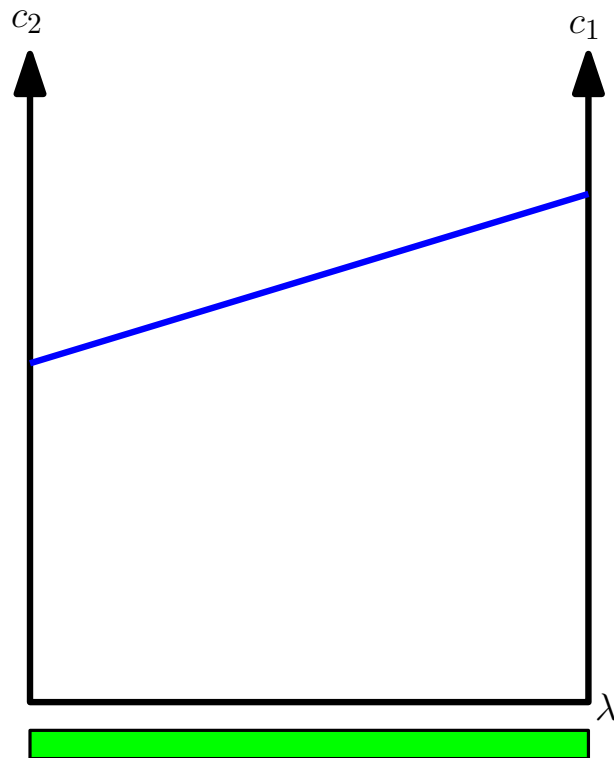


Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.



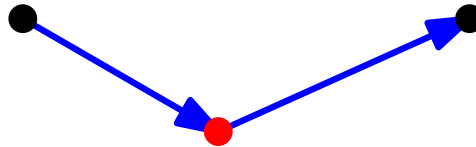
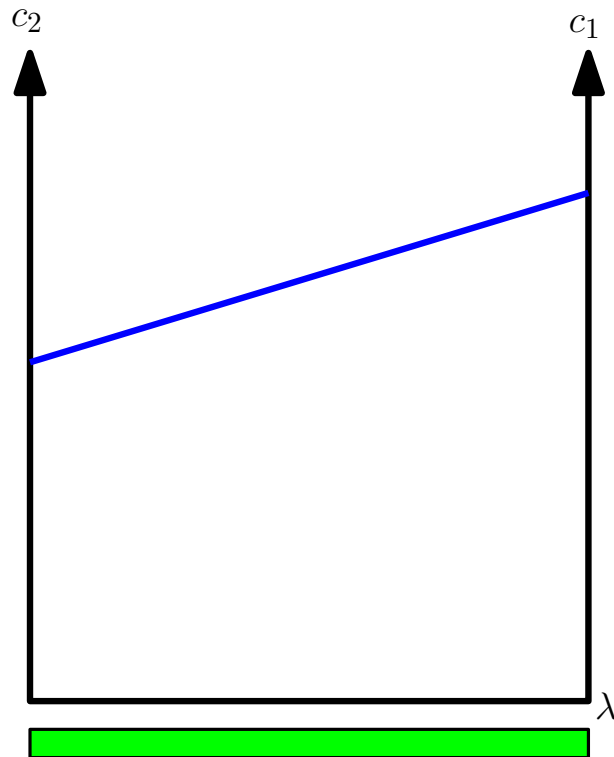
Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.

Check ob Pfad optimal für bestimmtes α = Dijkstra Lauf in G_α



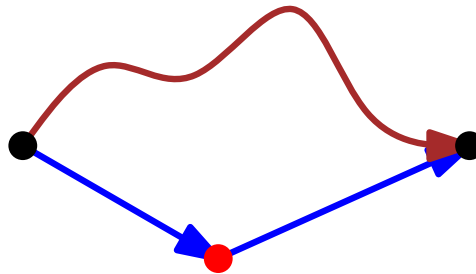
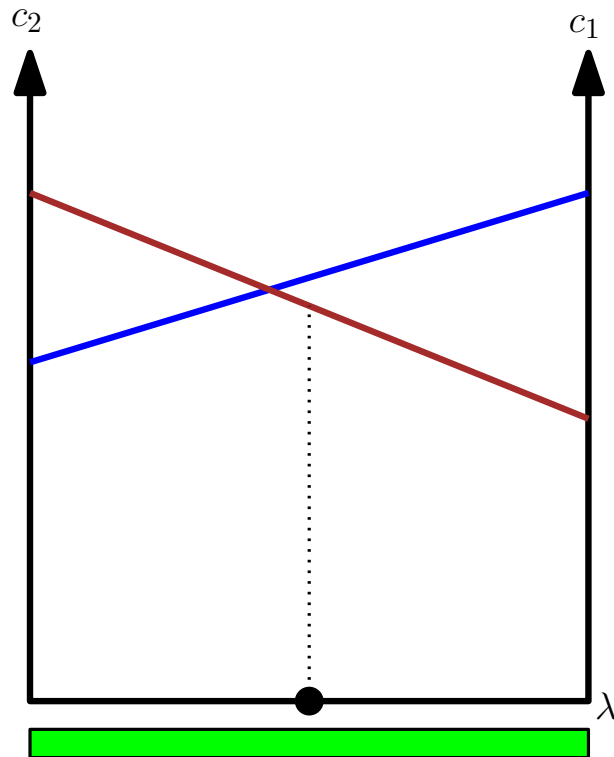
Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.

Check ob Pfad optimal für bestimmtes α = Dijkstra Lauf in G_α



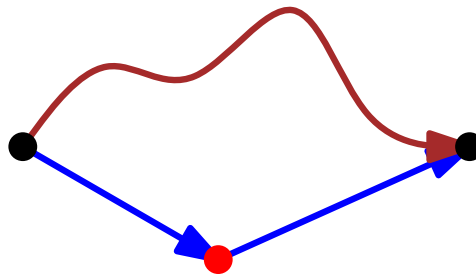
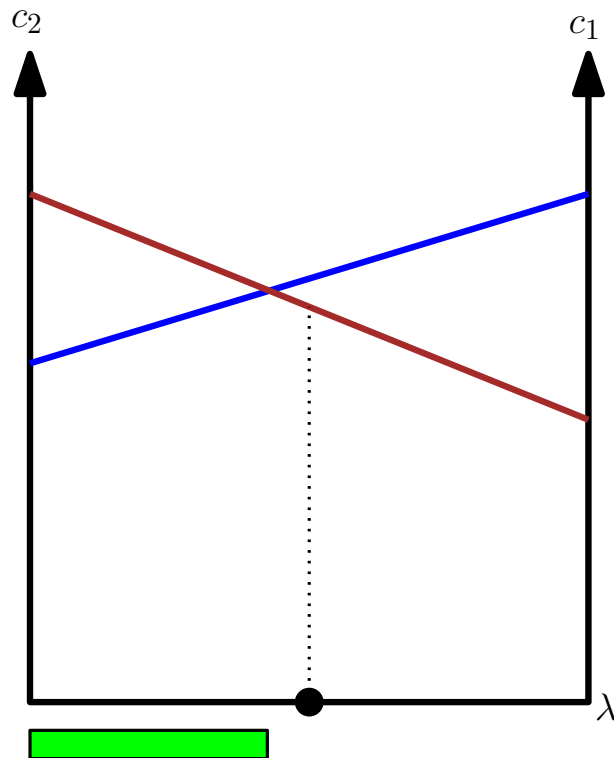
Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.

Check ob Pfad optimal für bestimmtes α = Dijkstra Lauf in G_α



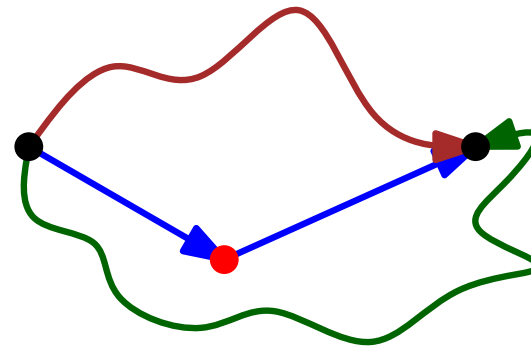
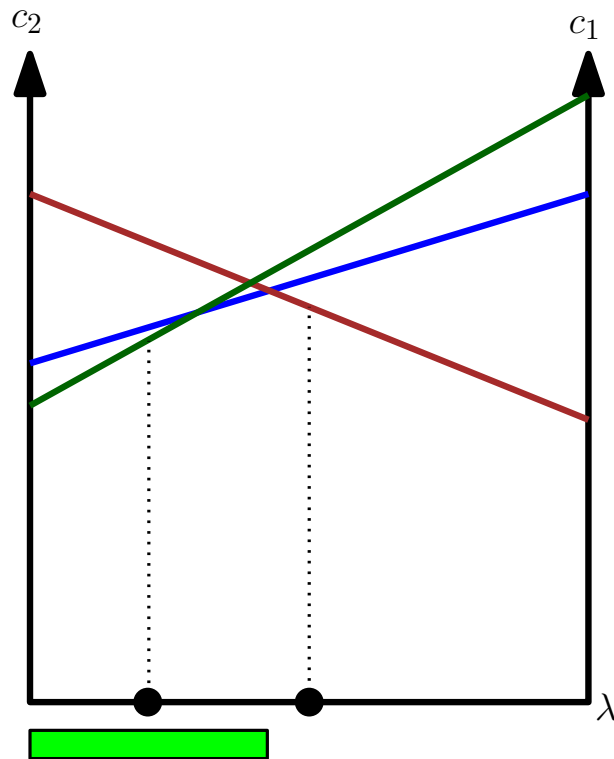
Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.

Check ob Pfad optimal für bestimmtes α = Dijkstra Lauf in G_α



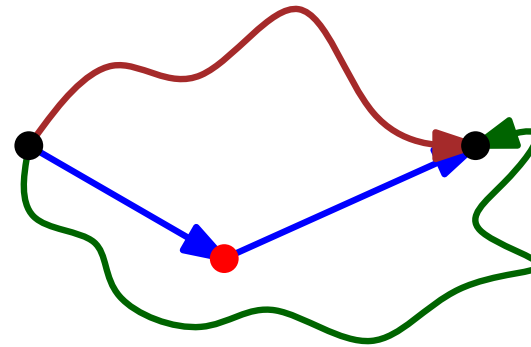
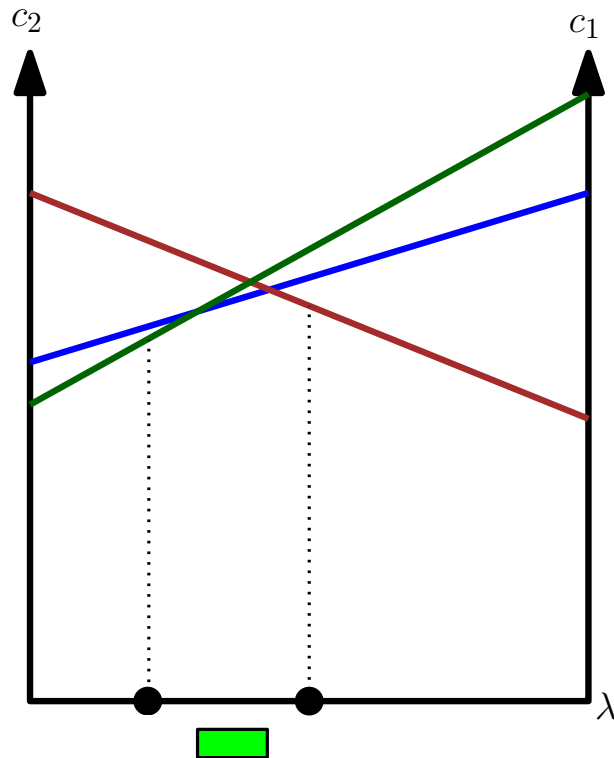
Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.

Check ob Pfad optimal für bestimmtes α = Dijkstra Lauf in G_α



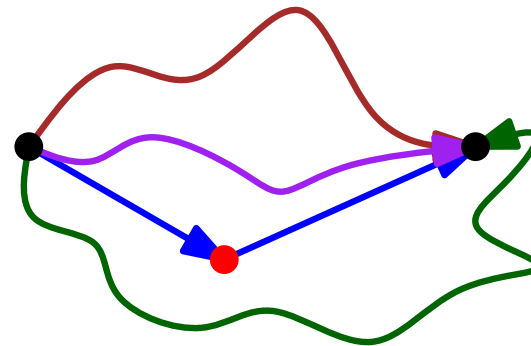
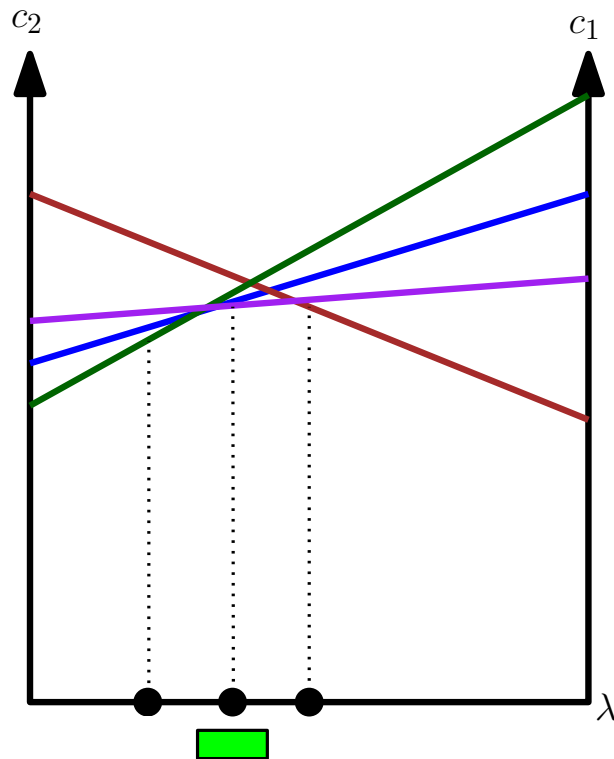
Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.

Check ob Pfad optimal für bestimmtes α = Dijkstra Lauf in G_α



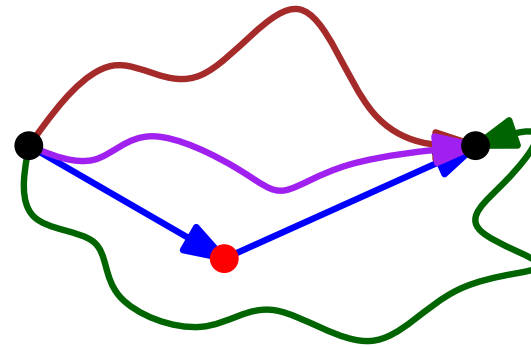
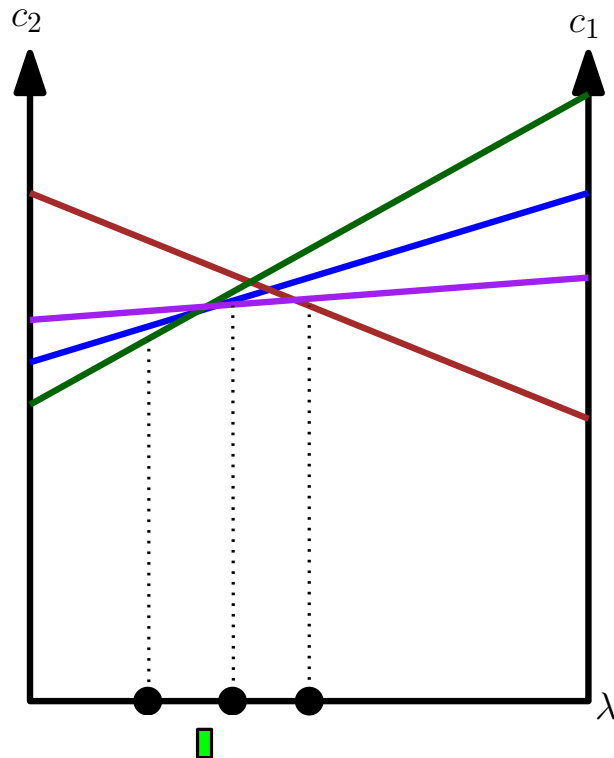
Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.

Check ob Pfad optimal für bestimmtes α = Dijkstra Lauf in G_α



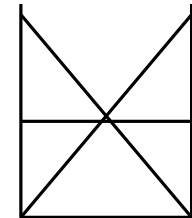
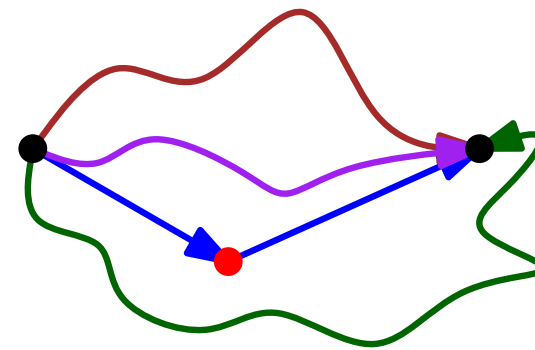
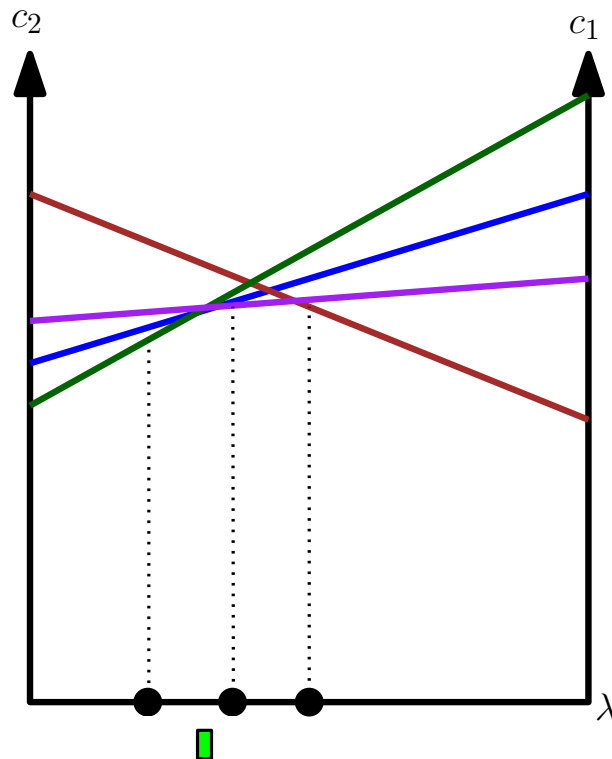
Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.

Check ob Pfad optimal für bestimmtes α = Dijkstra Lauf in G_α



$$c : E \rightarrow \mathbb{N}$$

$$M = \max_{e \in E} c(e)$$

Zwei Eckpunkte der UKH haben Mindestabstand $\Omega(1/(nM)^2)$.

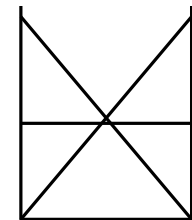
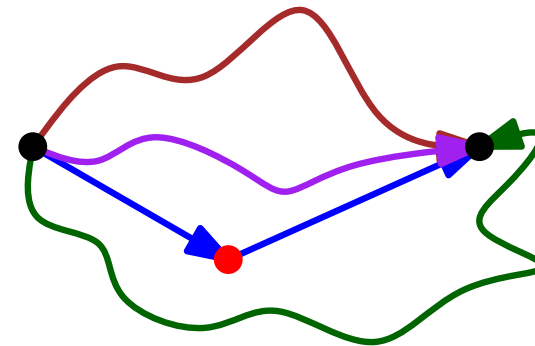
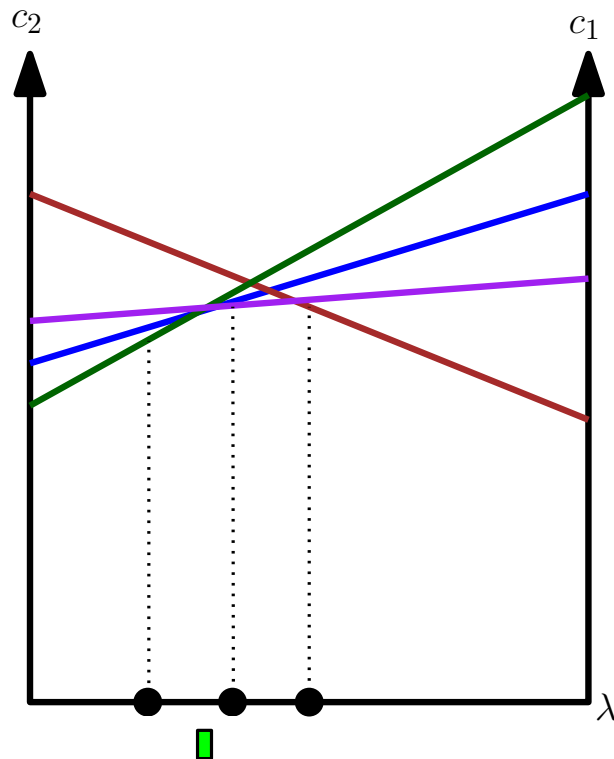
Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

α -optimal = Teil der unteren konvexen Hülle (UKH)

UKH kann exponentiell groß sein.

Check ob Pfad optimal für bestimmtes α = Dijkstra Lauf in G_α



$$c : E \rightarrow \mathbb{N}$$

$$M = \max_{e \in E} c(e)$$

Zwei Eckpunkte der UKH haben Mindestabstand $\Omega(1/(nM)^2)$.

Intervall wird in jeder Runde halbiert.

Laufzeit $\mathcal{O}(\log(nM)(n \log n + m))$

Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

Generalisierbar für $d > 2$.

Personalisierte CH

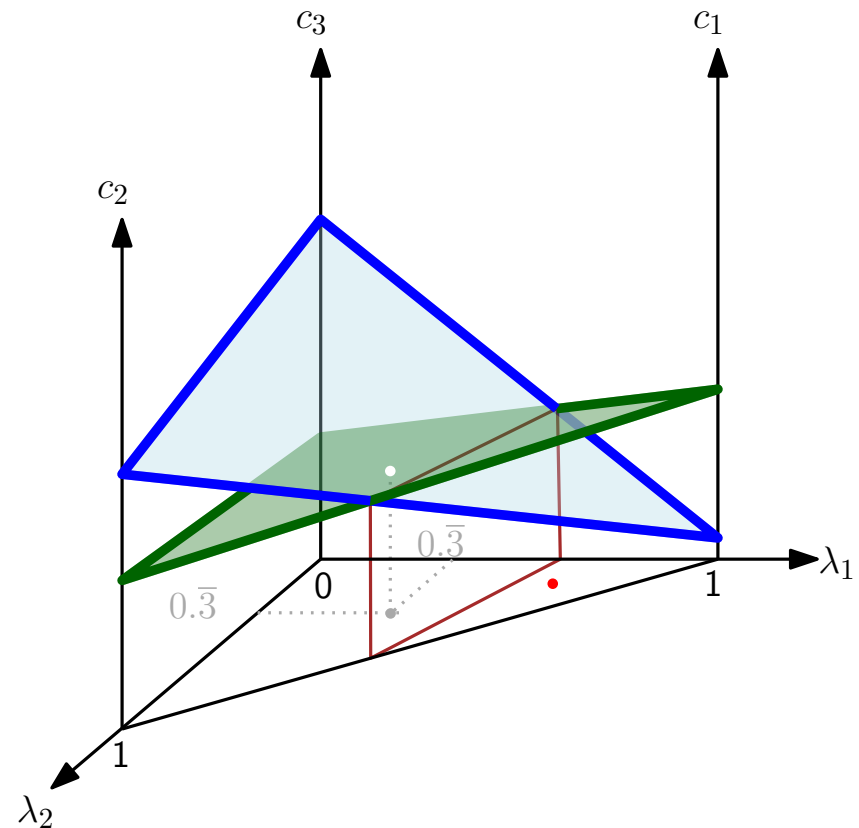
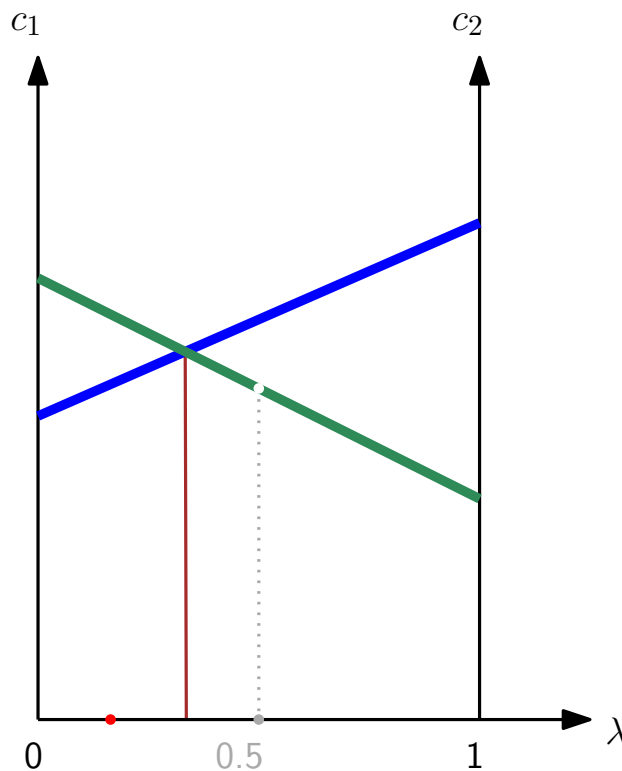
Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

Generalisierbar für $d > 2$.

Kosten c_1, \dots, c_d

UKH $\sum_{i=1}^{d-1} \lambda_i c_i + (1 - \sum_{i=1}^{d-1} \lambda_i) c_d \quad \lambda_i \in [0, 1], \sum_{i=1}^d \lambda_i = 1$

Linien \rightarrow Hyperebenen



Personalisierte CH

Alle α -optimalen Pfade müssen erhalten werden.

Generalisierbar für $d > 2$.

Erzeugt minimale CH für gegebene Kontraktionsreihenfolge.

Ermöglicht theoretische Laufzeitschranken.

Gute Kontraktionsreihenfolge?

Vorbereitung teuer, da mehrere Dijkstra Läufe notwendig sind für jede Shortcut-Entscheidung.

CAL, $d=2$ 18 min

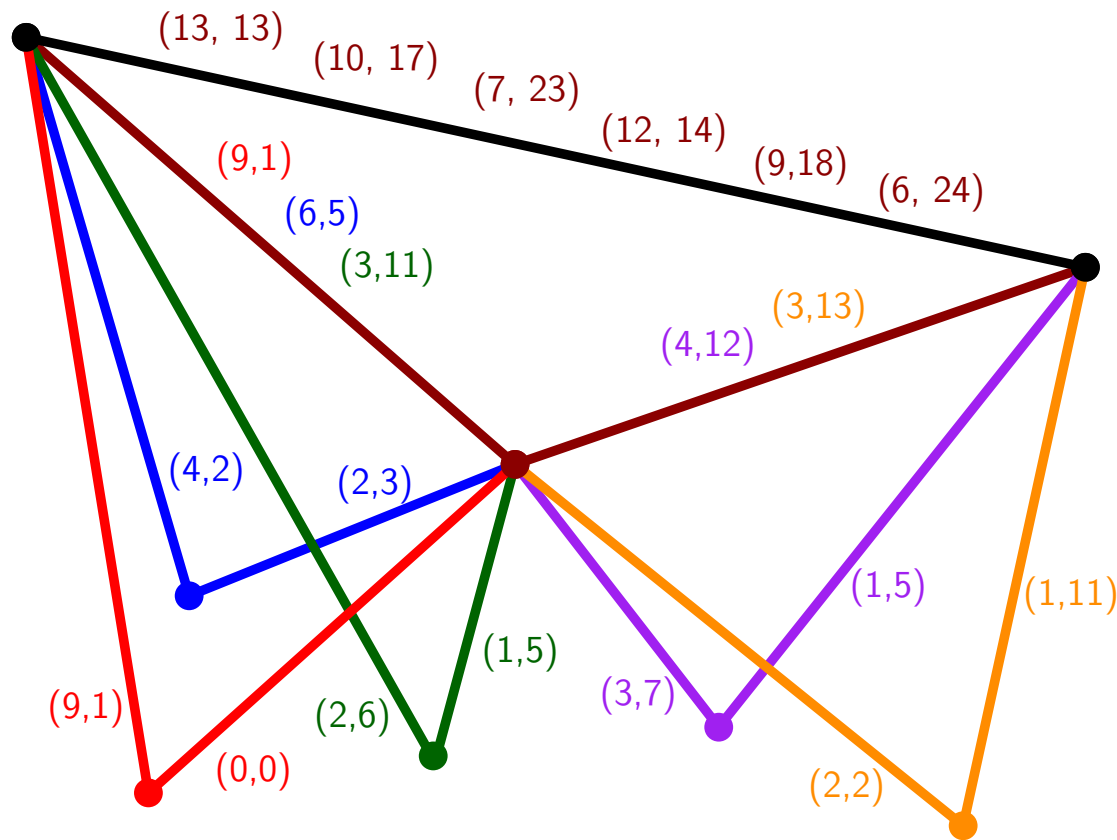
Speed-Up geringer für höheres d .

$d = 2 : \approx 1000, d = 3 : \approx 200$

Von Customizable zu Personalizable

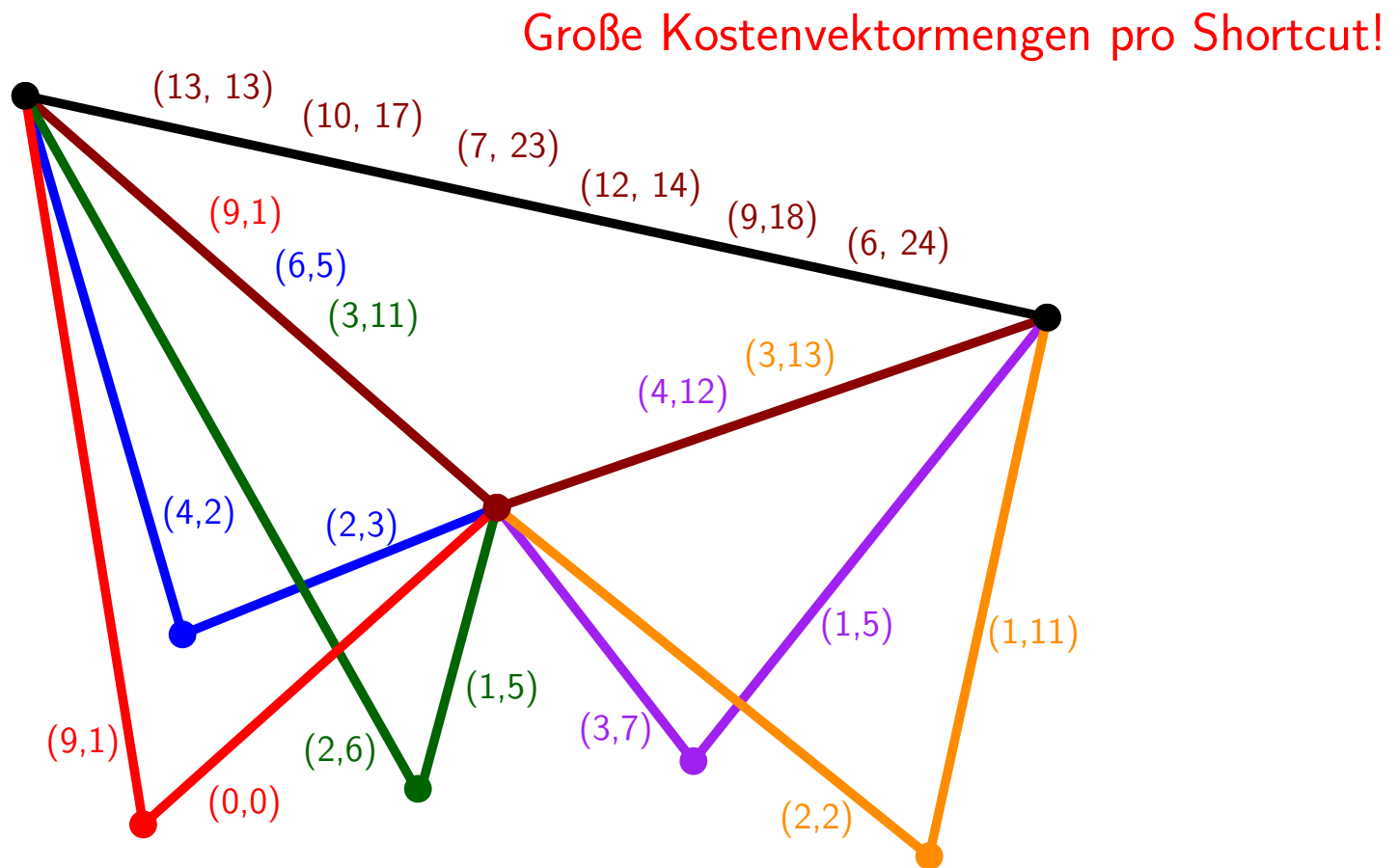
Von Customizable zu Personalizable

Idee konstruiere metrik-unabhängigen Overlay Graph, Customization mit Vektoren statt skalaren Kosten



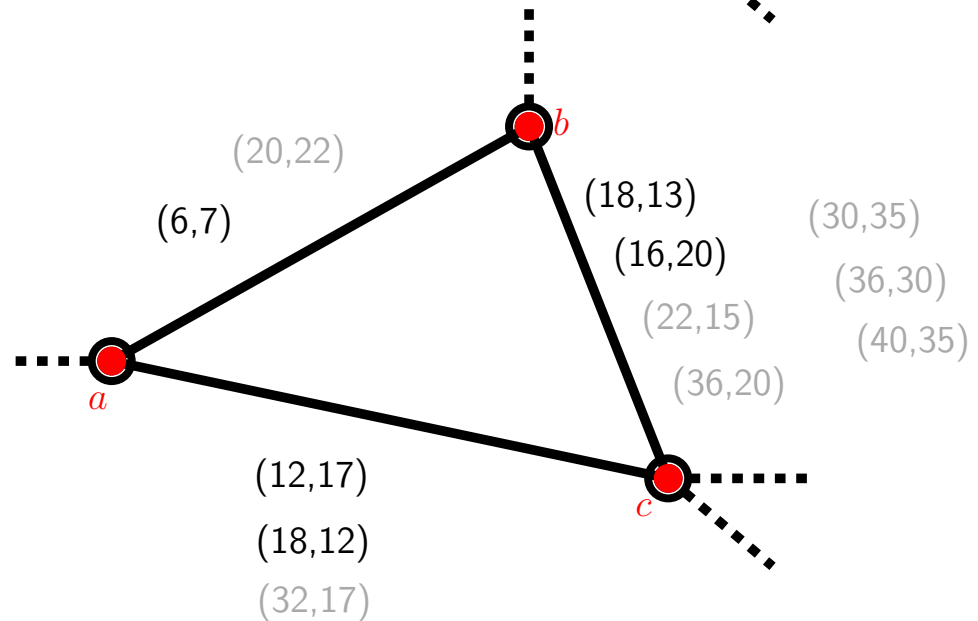
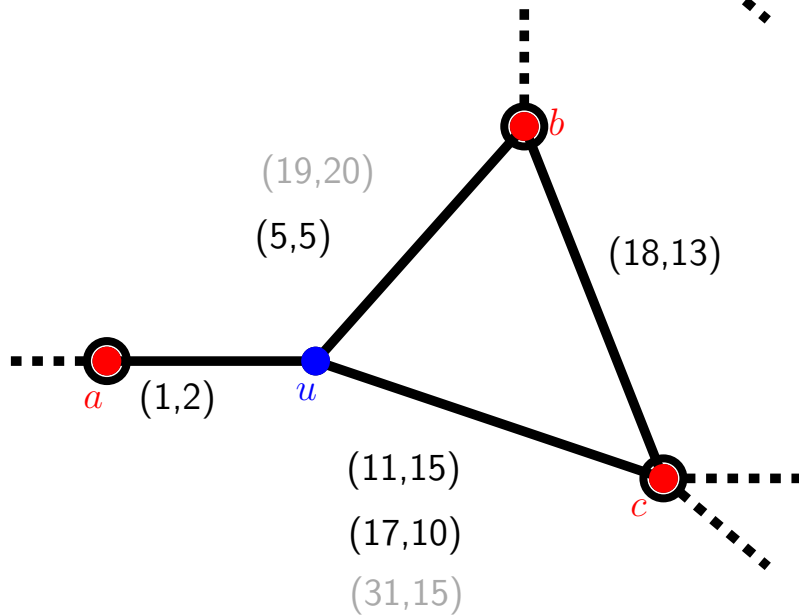
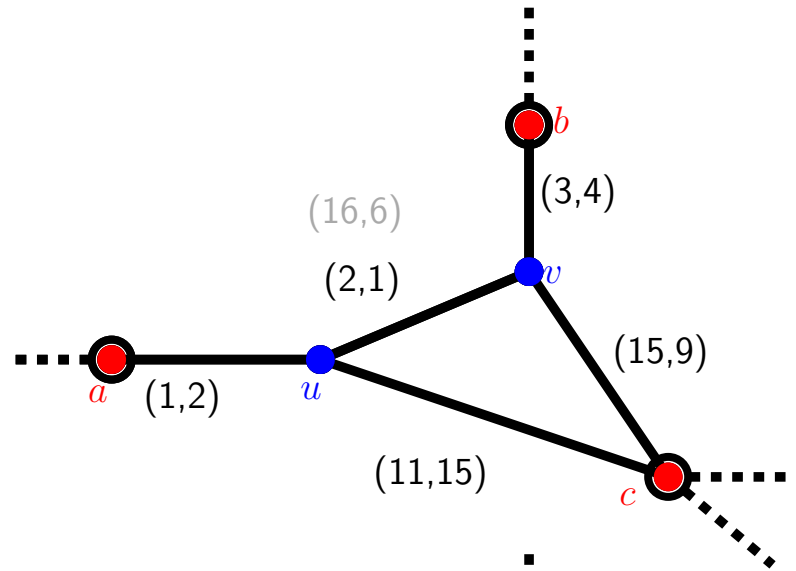
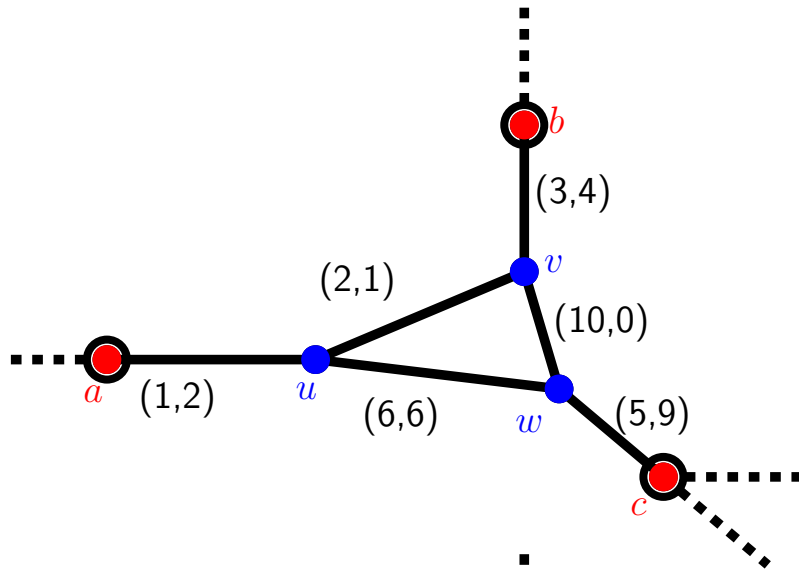
Von Customizable zu Personalizable

Idee konstruiere metrik-unabhängigen Overlay Graph, Customization mit Vektoren statt skalaren Kosten

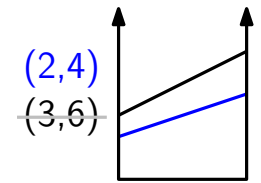


Von Customizable zu Personalizable

Viele Vektoren überflüssig für korrekte Queries...



Von Customizable zu Personalizable

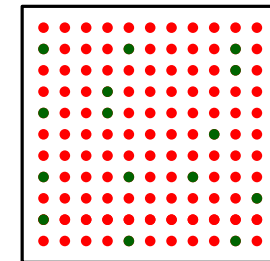


Lösche dominierte Vektoren

ein Vektor $v \in \mathbb{R}^d$ dominiert einen anderen Vektor $w \in \mathbb{R}^d$ wenn $v_i \leq w_i$
 $\forall i = 1, \dots, d$ und $v_i < w_i$ für mindest ein $i \in \{1, \dots, d\}$.

Naiver Ansatz

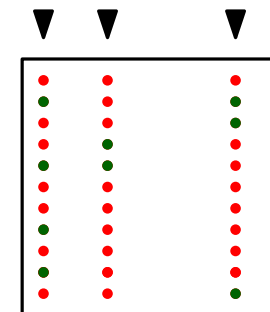
vergleiche alle Paare von Vektoren $\rightarrow \mathcal{O}(d|S|^2)$



Beschleunigung

wähle d Kandidaten (z.B. den kostenminimalen pro Dimension)
überprüfe für alle anderen Vektoren ob diese dominiert werden

\rightarrow runtime $\mathcal{O}(d^2|S|)$



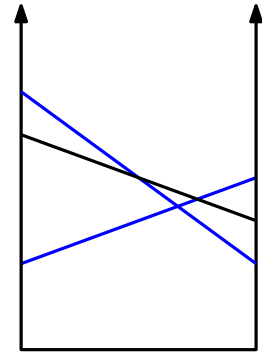
Von Customizable zu Personalizable

Löschen aufgespannter Vektoren

Lemma

Ein Vektor $v \in \mathbb{R}^d$ kann gelöscht werden wenn eine Konvexkombination von höchstens d anderen Vektoren v dominiert.

(2,4)
~~(5,3)~~
(6,2)



Von Customizable zu Personalizable

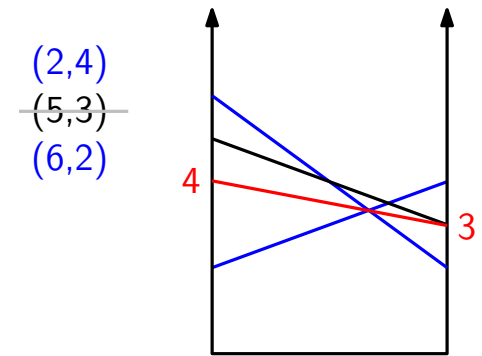
Löschen aufgespannter Vektoren

Lemma

Ein Vektor $v \in \mathbb{R}^d$ kann gelöscht werden wenn eine Konvexkombination von höchstens d anderen Vektoren v dominiert.

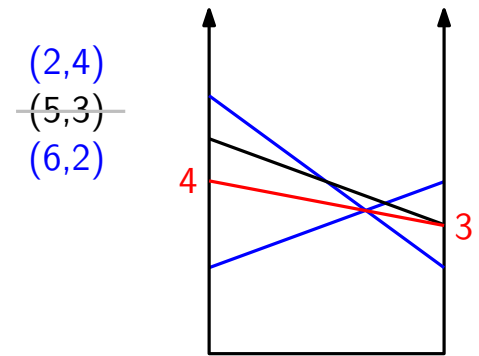
Annahme: $\exists \alpha : \alpha^T v = z$ minimal und eindeutig

w_1, \dots, w_d Vektoren die v' aufspannen mit $v' < v$



Von Customizable zu Personalizable

Löschen aufgespannter Vektoren



Lemma

Ein Vektor $v \in \mathbb{R}^d$ kann gelöscht werden wenn eine Konvexkombination von höchstens d anderen Vektoren v dominiert.

Annahme: $\exists \alpha : \alpha^T v = z$ minimal und eindeutig

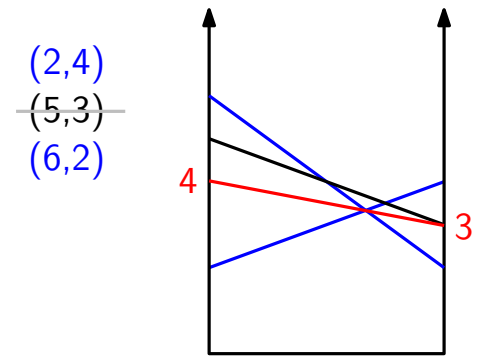
w_1, \dots, w_d Vektoren die v' aufspannen mit $v' < v$

$\sum \gamma_i w_i = v' < v$ mit $\sum \gamma_i = 1$ und $\gamma_i \geq 0$

$\alpha^T \sum \gamma_i w_i = \alpha^T v' < \alpha^T v = z$

Von Customizable zu Personalizable

Löschen aufgespannter Vektoren



Lemma

Ein Vektor $v \in \mathbb{R}^d$ kann gelöscht werden wenn eine Konvexkombination von höchstens d anderen Vektoren v dominiert.

Annahme: $\exists \alpha : \alpha^T v = z$ minimal und eindeutig

w_1, \dots, w_d Vektoren die v' aufspannen mit $v' < v$

$$\sum \gamma_i w_i = v' < v \quad \text{mit} \quad \sum \gamma_i = 1 \quad \text{und} \quad \gamma_i \geq 0$$

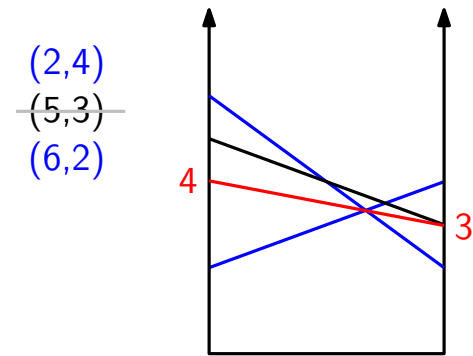
$$\alpha^T \sum \gamma_i w_i = \alpha^T v' < \alpha^T v = z$$

$$\Rightarrow \sum \gamma_i \alpha^T w_i < z$$

$$\alpha^T v \text{ minimal und eindeutig} \Rightarrow \alpha^T w_i > z \Rightarrow \sum \gamma_i \alpha^T w_i > \sum \gamma_i z = z$$

Von Customizable zu Personalizable

Löschen aufgespannter Vektoren



Lemma

Ein Vektor $v \in \mathbb{R}^d$ kann gelöscht werden wenn eine Konvexkombination von höchstens d anderen Vektoren v dominiert.

Annahme: $\exists \alpha : \alpha^T v = z$ minimal und eindeutig

w_1, \dots, w_d Vektoren die v' aufspannen mit $v' < v$

$$\sum \gamma_i w_i = v' < v \quad \text{mit} \quad \sum \gamma_i = 1 \quad \text{und} \quad \gamma_i \geq 0$$

$$\alpha^T \sum \gamma_i w_i = \alpha^T v' < \alpha^T v = z$$

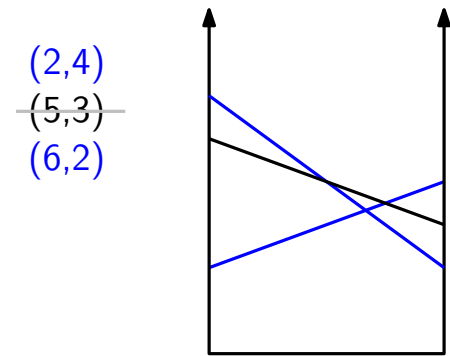
$$\Rightarrow \sum \gamma_i \alpha^T w_i < z$$

$$\alpha^T v \text{ minimal und eindeutig} \Rightarrow \alpha^T w_i > z \Rightarrow \sum \gamma_i \alpha^T w_i > \sum \gamma_i z = z$$

Widerspruch!

Von Customizable zu Personalizable

Löschen aufgespannter Vektoren



Lemma

Ein Vektor $v \in \mathbb{R}^d$ kann gelöscht werden wenn eine Konvexkombination von höchstens d anderen Vektoren v dominiert.

Pruning Orakel

Überprüfung auf Existenz einer solchen Konvexkombination mit folgendem Gleichungssystem:

$$\gamma_1 w_{11} + \gamma_2 w_{21} + \dots + \gamma_d w_{d1} \leq v_1$$

$$\gamma_1 w_{12} + \gamma_2 w_{22} + \dots + \gamma_d w_{d2} \leq v_2$$

...

$$\gamma_1 w_{1d} + \gamma_2 w_{2d} + \dots + \gamma_d w_{dd} \leq v_d$$

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \dots + \gamma_d = 1$$

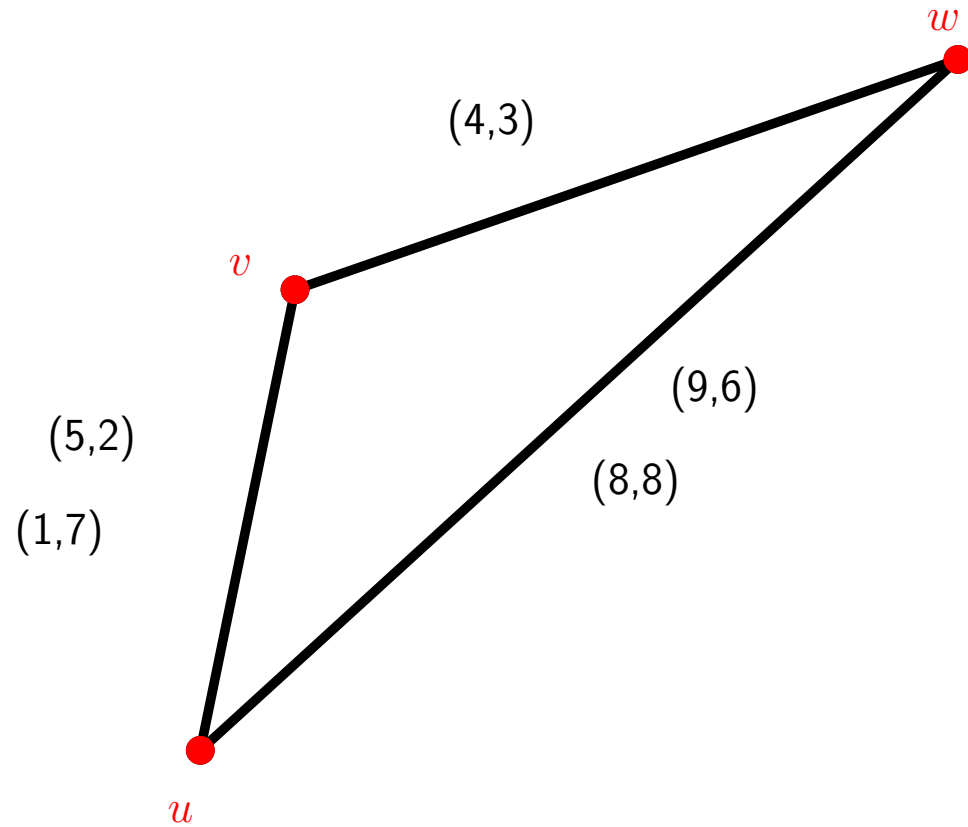
$$\gamma_i \geq 0$$

Theoretisch $b = \binom{|S|}{d}$ viele Basen möglich.

Wähle vielversprechende Kandidaten.

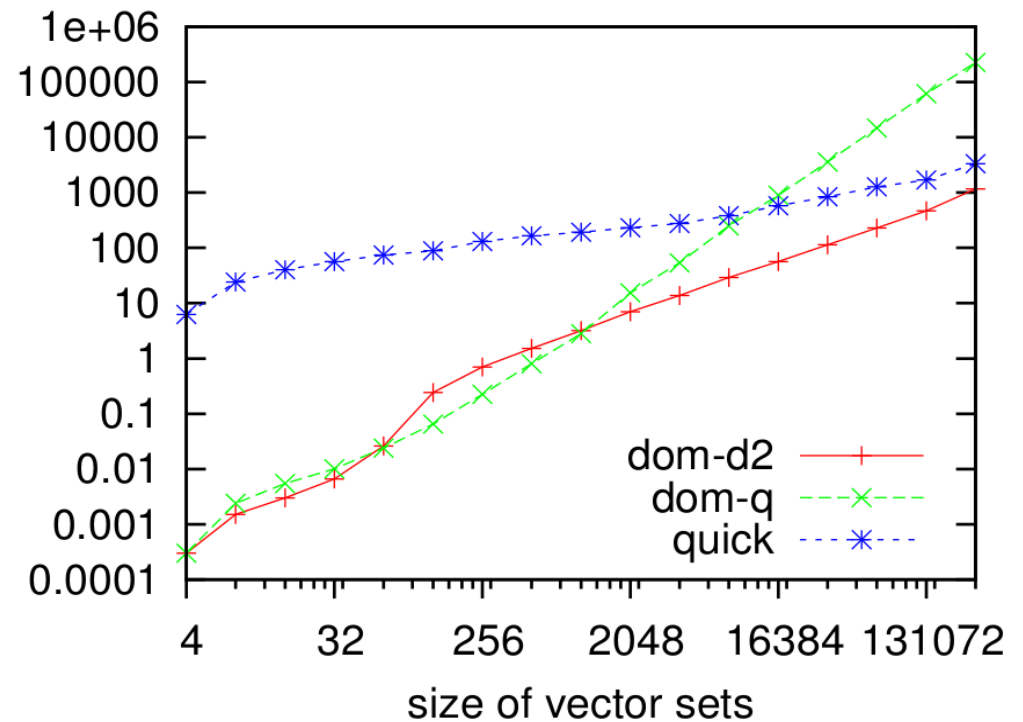
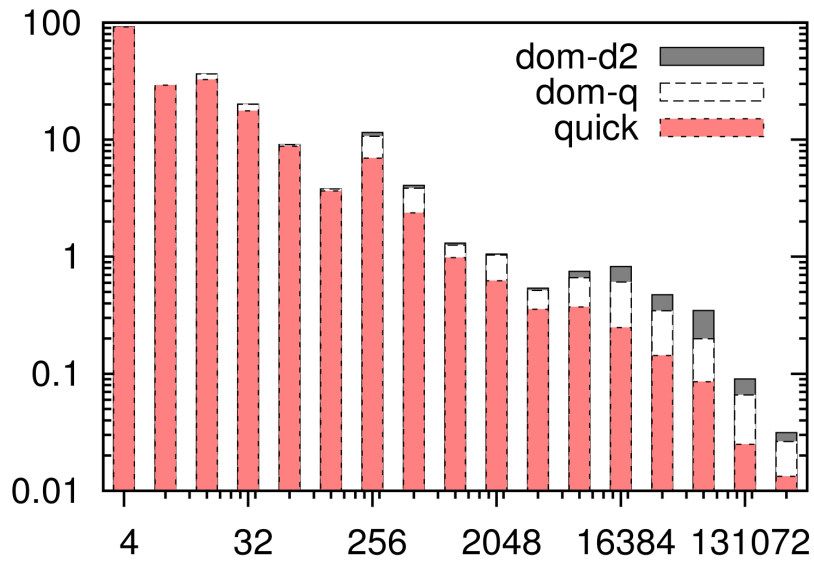
Von Customizable zu Personalizable

Dreiecks-Pruning



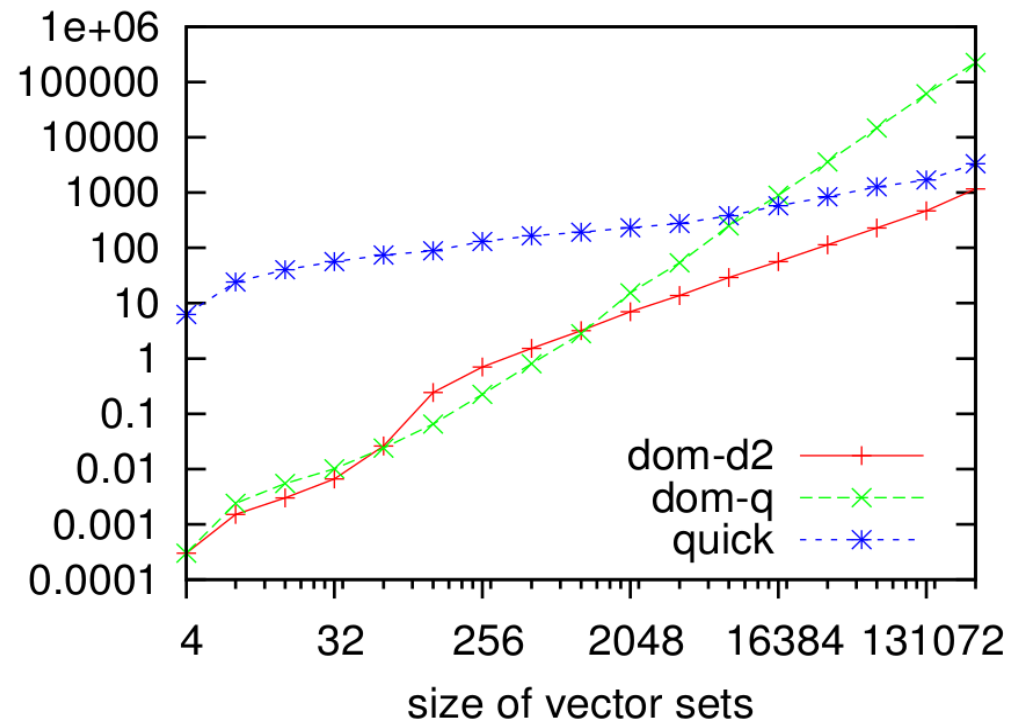
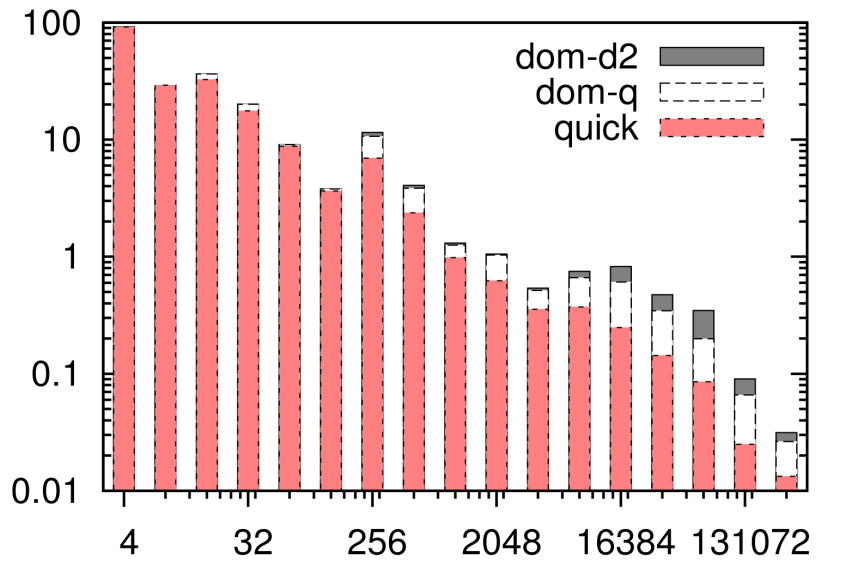
Von Customizable zu Personalizable

Experimentelle Pruning Ergebnisse



Von Customizable zu Personalizable

Experimentelle Pruning Ergebnisse



Bis $d = 64$ Anfragezeiten unter einer Sekunde.

Automatische α -Deduktion

Automatische α -Deduktion

Problem α manuell zu spezifizieren ist aufwändig und nicht trivial

0.3 Reisezeit, 0.4 Benzinkosten, 0.3 Staugefahr?

0.2 Reisezeit, 0.5 Benzinkosten, 0.3 Staugefahr?

0.2 Reisezeit, 0.2 Benzinkosten, 0.6 Staugefahr?

Automatische α -Deduktion

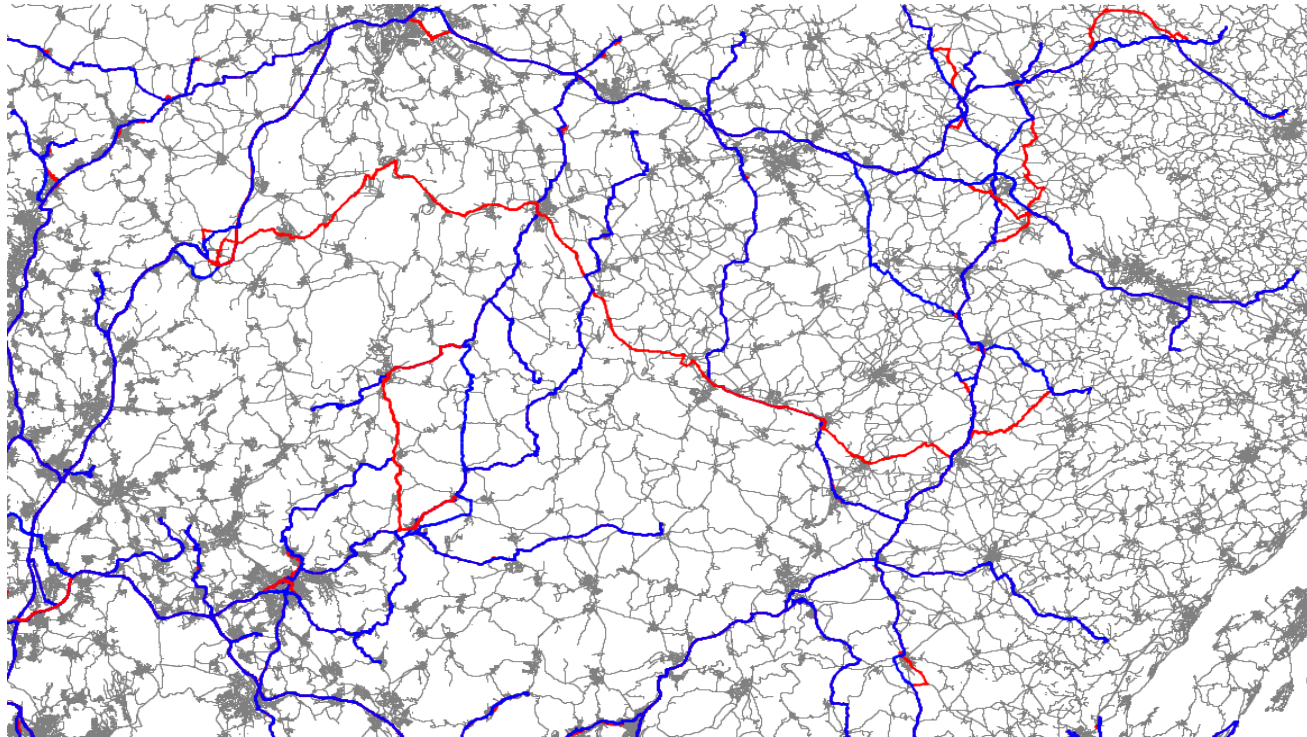
Problem α manuell zu spezifizieren ist aufwändig und nicht trivial

0.3 Reisezeit, 0.4 Benzinkosten, 0.3 Staugefahr?

0.2 Reisezeit, 0.5 Benzinkosten, 0.3 Staugefahr?

0.2 Reisezeit, 0.2 Benzinkosten, 0.6 Staugefahr?

Idee automatische α -Berechnung aus bisherigen Routen eines Nutzers



Automatische α -Deduktion

Eine Menge von Pfaden ist **zulässig**, wenn es ein α gibt, sodass alle diese Pfade optimal sind für dieses α .

O.B.d.A. $\alpha_i \in [0, 1], \sum_i \alpha_i = 1$

Wie findet man α für eine gegebene Menge P zulässiger Pfade?

Automatische α -Deduktion

Eine Menge von Pfaden ist **zulässig**, wenn es ein α gibt, sodass alle diese Pfade optimal sind für dieses α .

$$\text{O.B.d.A. } \alpha_i \in [0, 1], \sum_i \alpha_i = 1$$

Wie findet man α für eine gegebene Menge P zulässiger Pfade?

LP-Formulierung

$$\alpha_1 + \dots + \alpha_d = 1$$

$$\alpha_1 \geq 0$$

...

$$\alpha_d \geq 0$$

Automatische α -Deduktion

Eine Menge von Pfaden ist **zulässig**, wenn es ein α gibt, sodass alle diese Pfade optimal sind für dieses α .

$$\text{O.B.d.A. } \alpha_i \in [0, 1], \sum_i \alpha_i = 1$$

Wie findet man α für eine gegebene Menge P zulässiger Pfade?

LP-Formulierung

$$\alpha_1 + \dots + \alpha_d = 1$$

$$\alpha_1 \geq 0$$

...

$$\alpha_d \geq 0$$

$\forall p(s, t) \in P$: für alle alternativen $s - t$ -Pfade p' :

$\alpha^T c(p) - \alpha^T c(p') \leq 0$ **alle Alternativpfade müssen teurer sein als p für α**

Automatische α -Deduktion

Eine Menge von Pfaden ist **zulässig**, wenn es ein α gibt, sodass alle diese Pfade optimal sind für dieses α .

$$\text{O.B.d.A. } \alpha_i \in [0, 1], \sum_i \alpha_i = 1$$

Wie findet man α für eine gegebene Menge P zulässiger Pfade?

LP-Formulierung

$$\alpha_1 + \dots + \alpha_d = 1$$

$$\alpha_1 \geq 0$$

...

$$\alpha_d \geq 0$$

$\forall p(s, t) \in P$: für alle alternativen $s - t$ -Pfade p' :

$\alpha^T c(p) - \alpha^T c(p') \leq 0$ alle Alternativpfade müssen teurer sein als p für α

Problem potenziell exponentiell viele Alternativpfade

Automatische α -Deduktion

```
input : path set  $P$ , network  $G(V, E)$ ,  
       cost vectors  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+^d$   
output: feasible preference  $\alpha$   
  
1 begin  
  /* initialize LP */  
2  LP.add_constraint( $\sum_{i=1}^d \alpha_i = 1$ );  
3  LP.add_constraint( $\alpha_1 \geq 0$ );  
4  ...  
5  LP.add_constraint( $\alpha_d \geq 0$ );  
  /* get feasible  $\alpha \in \mathbb{R}^d$  */  
6   $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;  
  /* check and refine */  
7  while true do  
8    all_explained = true ;  
9    for  $p_k \in P$  do  
10      $\pi = \text{Dijkstra}(G, s_k, t_k, \alpha)$ ;  
11     if  $c(p_k, \alpha) > c(\pi, \alpha)$  then  
12       /* path  $p_k$  not explained by current  
13          $\alpha$  */  
14       all_explained = false;  
15       /* add constraint to make current  $\alpha$   
16         infeasible */  
17       LP.add_constraint(  
18          $\sum_{i=1}^d (c_i(p_k) - c_i(\pi)) \cdot \alpha_i \leq 0$ );  
19     if all_explained then  
20       break;  
21     else  
22        $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;  
23   return  $\alpha$ ;
```

Abhilfe

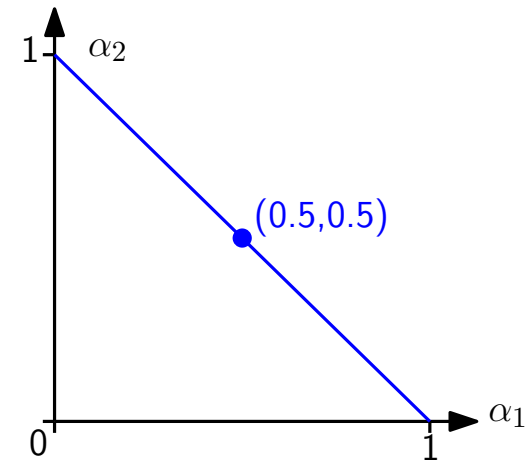
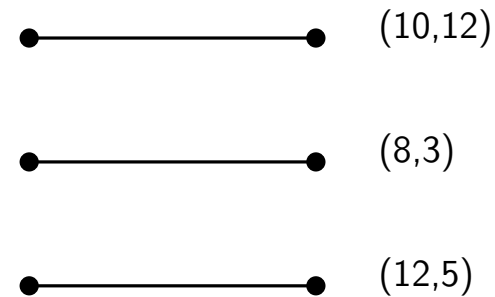
Füge Constraints nach Bedarf hinzu.

Automatische α -Deduktion

```
input : path set  $P$ , network  $G(V, E)$ ,  
       cost vectors  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+^d$   
output: feasible preference  $\alpha$   
  
1 begin  
  /* initialize LP */  
2  LP.add_constraint( $\sum_{i=1}^d \alpha_i = 1$ );  
3  LP.add_constraint( $\alpha_1 \geq 0$ );  
4  ...  
5  LP.add_constraint( $\alpha_d \geq 0$ );  
  /* get feasible  $\alpha \in \mathbb{R}^d$  */  
6   $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;  
  /* check and refine */  
7  while true do  
8    all_explained = true ;  
9    for  $p_k \in P$  do  
10      $\pi = \text{Dijkstra}(G, s_k, t_k, \alpha)$ ;  
11     if  $c(p_k, \alpha) > c(\pi, \alpha)$  then  
12       /* path  $p_k$  not explained by current  
13          $\alpha$  */  
14       all_explained = false;  
15       /* add constraint to make current  $\alpha$   
16         infeasible */  
17       LP.add_constraint(  
18          $\sum_{i=1}^d (c_i(p_k) - c_i(\pi)) \cdot \alpha_i \leq 0$ );  
19     if all_explained then  
20       break;  
21     else  
22        $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;  
23   return  $\alpha$ ;
```

Abhilfe

Füge Constraints nach Bedarf hinzu.



Automatische α -Deduktion

```

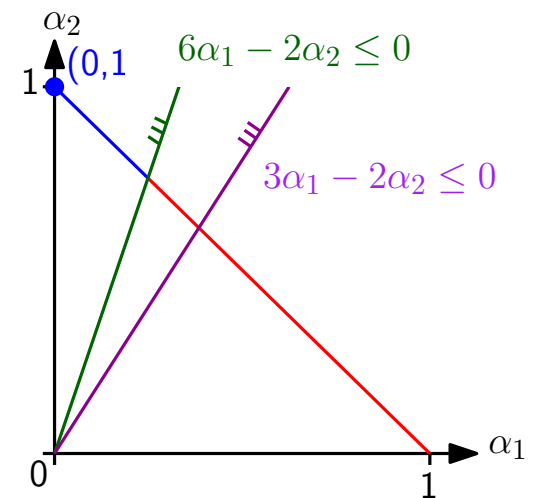
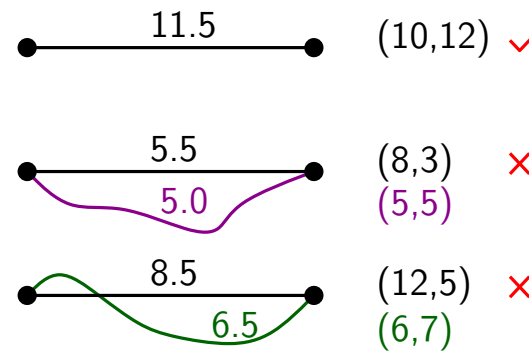
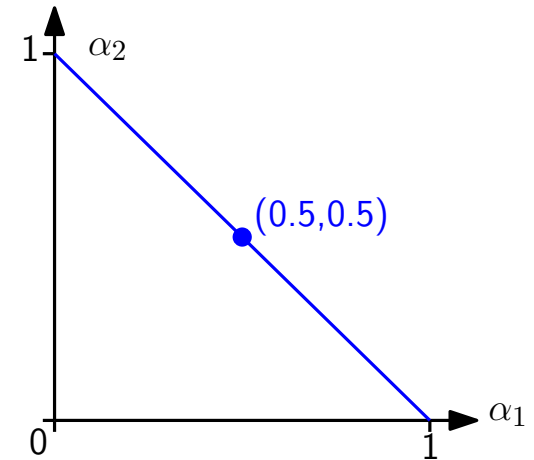
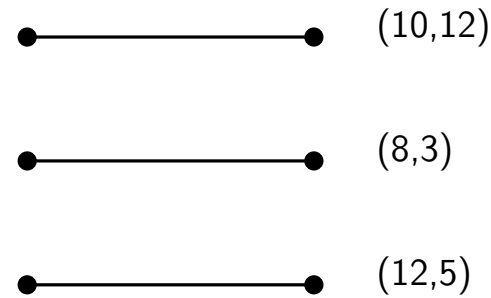
input  : path set  $P$ , network  $G(V, E)$ ,
        cost vectors  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+^d$ 
output: feasible preference  $\alpha$ 

1 begin
  /* initialize LP */
2  LP.add_constraint( $\sum_{i=1}^d \alpha_i = 1$ );
3  LP.add_constraint( $\alpha_1 \geq 0$ );
4  ...
5  LP.add_constraint( $\alpha_d \geq 0$ );
  /* get feasible  $\alpha \in \mathbb{R}^d$  */
6   $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
  /* check and refine */
7  while true do
8    all_explained = true;
9    for  $p_k \in P$  do
10    $\pi = \text{Dijkstra}(G, s_k, t_k, \alpha)$ ;
11   if  $c(p_k, \alpha) > c(\pi, \alpha)$  then
12     /* path  $p_k$  not explained by current
13      $\alpha$  */
14     all_explained = false;
15     /* add constraint to make current  $\alpha$ 
16     infeasible */
17     LP.add_constraint(
18        $\sum_{i=1}^d (c_i(p_k) - c_i(\pi)) \cdot \alpha_i \leq 0$ );
19   if all_explained then
20     break;
21   else
22      $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
23 return  $\alpha$ ;

```

Abhilfe

Füge Constraints nach Bedarf hinzu.



Automatische α -Deduktion

```

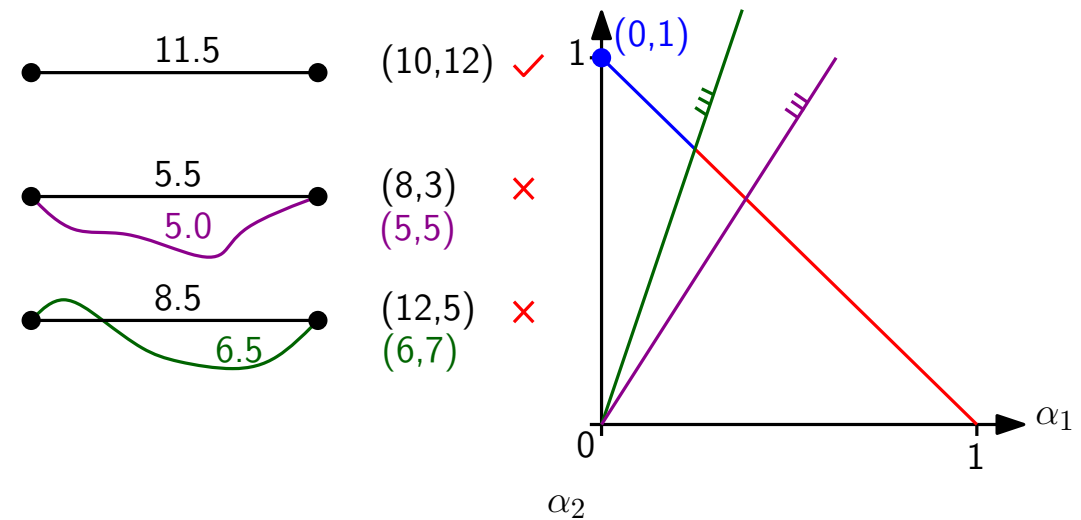
input  : path set  $P$ , network  $G(V, E)$ ,
        cost vectors  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+^d$ 
output: feasible preference  $\alpha$ 

1 begin
  /* initialize LP */
2 LP.add_constraint( $\sum_{i=1}^d \alpha_i = 1$ );
3 LP.add_constraint( $\alpha_1 \geq 0$ );
4 ...
5 LP.add_constraint( $\alpha_d \geq 0$ );
  /* get feasible  $\alpha \in \mathbb{R}^d$  */
6  $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
  /* check and refine */
7 while true do
8   all_explained = true;
9   for  $p_k \in P$  do
10     $\pi = \text{Dijkstra}(G, s_k, t_k, \alpha)$ ;
11    if  $c(p_k, \alpha) > c(\pi, \alpha)$  then
12      /* path  $p_k$  not explained by current
13       $\alpha$  */
14      all_explained = false;
15      /* add constraint to make current  $\alpha$ 
16      infeasible */
17      LP.add_constraint(
18         $\sum_{i=1}^d (c_i(p_k) - c_i(\pi)) \cdot \alpha_i \leq 0$ );
19    if all_explained then
20      break;
21    else
22       $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
23  return  $\alpha$ ;

```

Abhilfe

Füge Constraints nach Bedarf hinzu.



Automatische α -Deduktion

```

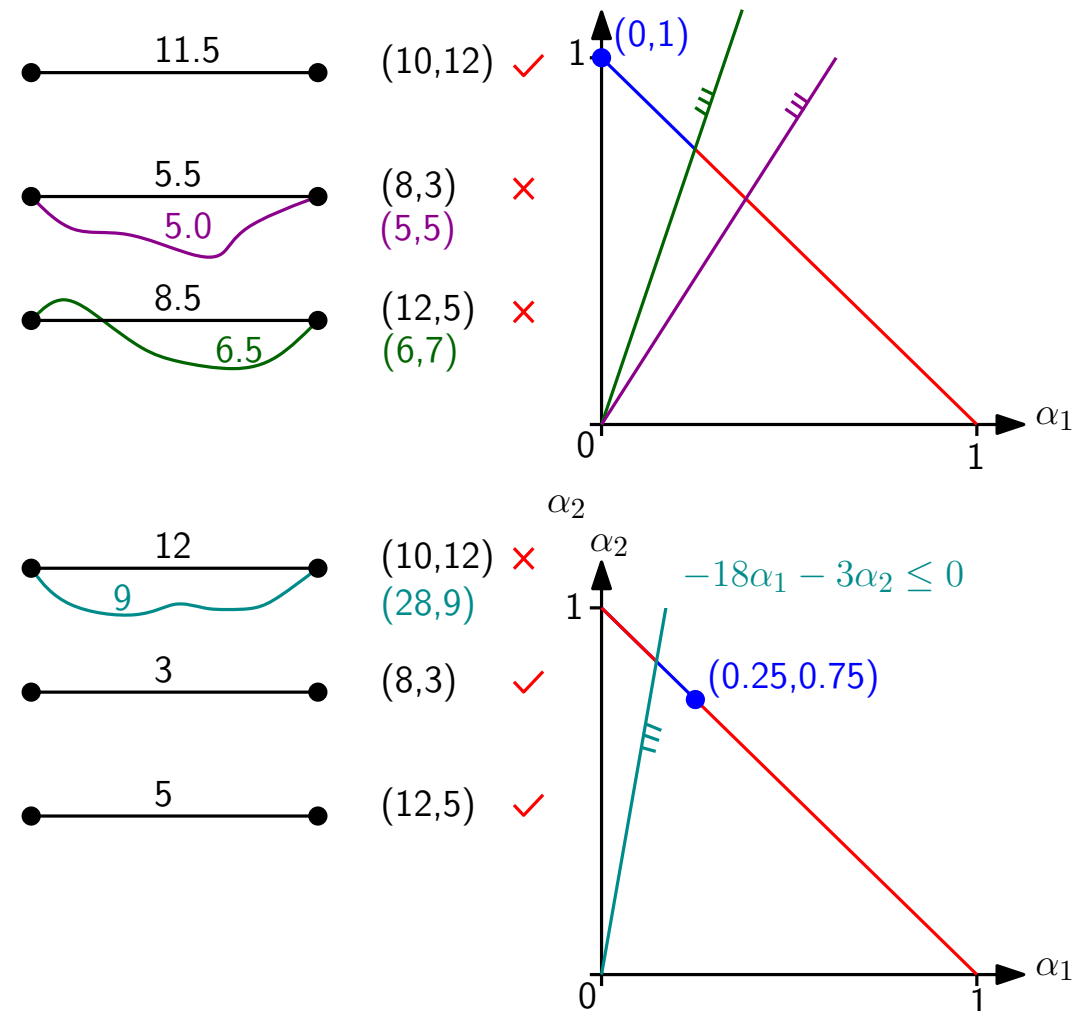
input : path set  $P$ , network  $G(V, E)$ ,
       cost vectors  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+^d$ 
output: feasible preference  $\alpha$ 

1 begin
  /* initialize LP */
2 LP.add_constraint( $\sum_{i=1}^d \alpha_i = 1$ );
3 LP.add_constraint( $\alpha_1 \geq 0$ );
4 ...
5 LP.add_constraint( $\alpha_d \geq 0$ );
  /* get feasible  $\alpha \in \mathbb{R}^d$  */
6  $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
  /* check and refine */
7 while true do
8   all_explained = true;
9   for  $p_k \in P$  do
10     $\pi = \text{Dijkstra}(G, s_k, t_k, \alpha)$ ;
11    if  $c(p_k, \alpha) > c(\pi, \alpha)$  then
12      /* path  $p_k$  not explained by current
13       $\alpha$  */
14      all_explained = false;
15      /* add constraint to make current  $\alpha$ 
16      infeasible */
17      LP.add_constraint(
18         $\sum_{i=1}^d (c_i(p_k) - c_i(\pi)) \cdot \alpha_i \leq 0$ );
19    if all_explained then
20      break;
21    else
22       $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
23  return  $\alpha$ ;

```

Abhilfe

Füge Constraints nach Bedarf hinzu.



Automatische α -Deduktion

```

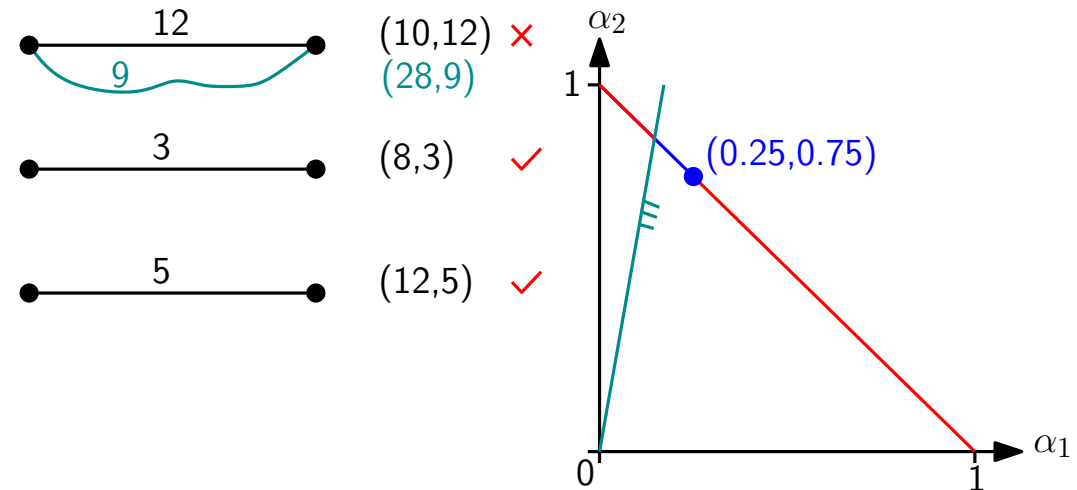
input  : path set  $P$ , network  $G(V, E)$ ,
        cost vectors  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+^d$ 
output: feasible preference  $\alpha$ 

1 begin
  /* initialize LP */
2  LP.add_constraint( $\sum_{i=1}^d \alpha_i = 1$ );
3  LP.add_constraint( $\alpha_1 \geq 0$ );
4  ...
5  LP.add_constraint( $\alpha_d \geq 0$ );
  /* get feasible  $\alpha \in \mathbb{R}^d$  */
6   $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
  /* check and refine */
7  while true do
8    all_explained = true;
9    for  $p_k \in P$  do
10    $\pi = \text{Dijkstra}(G, s_k, t_k, \alpha)$ ;
11   if  $c(p_k, \alpha) > c(\pi, \alpha)$  then
12     /* path  $p_k$  not explained by current
13      $\alpha$  */
14     all_explained = false;
15     /* add constraint to make current  $\alpha$ 
16     infeasible */
17     LP.add_constraint(
18        $\sum_{i=1}^d (c_i(p_k) - c_i(\pi)) \cdot \alpha_i \leq 0$ );
19   if all_explained then
20     break;
21   else
22      $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
23 return  $\alpha$ ;

```

Abhilfe

Füge Constraints nach Bedarf hinzu.



Automatische α -Deduktion

```

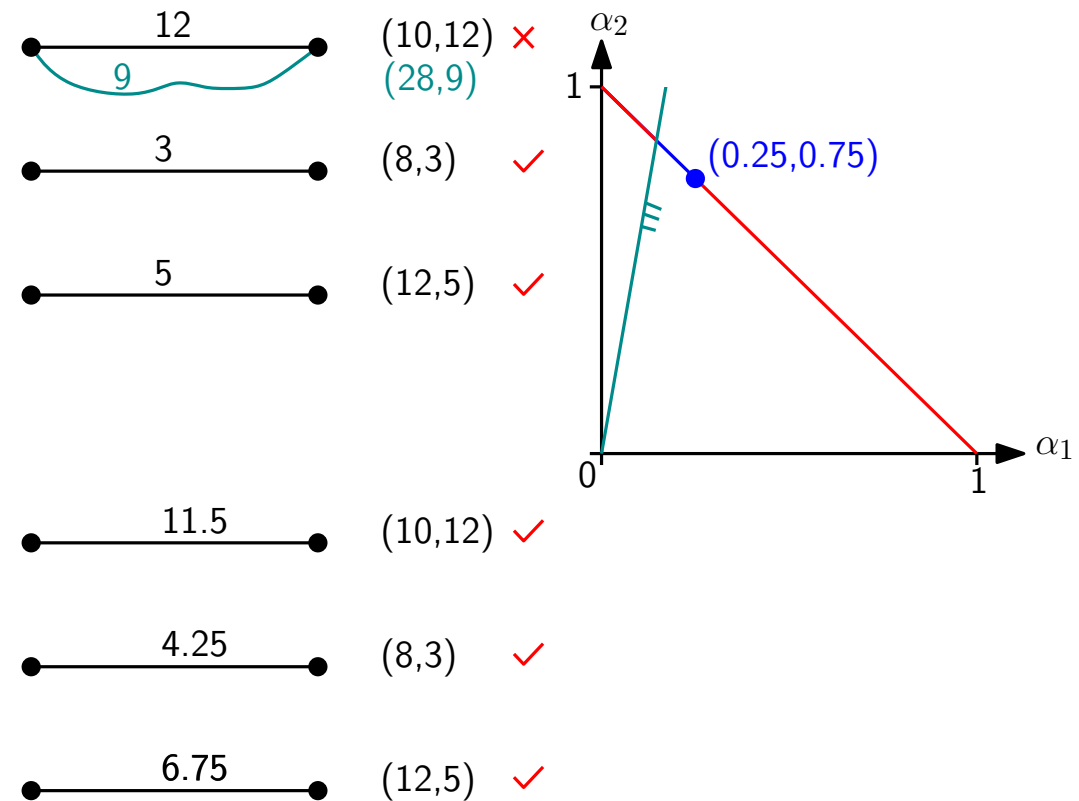
input  : path set  $P$ , network  $G(V, E)$ ,
        cost vectors  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+^d$ 
output: feasible preference  $\alpha$ 

1 begin
  /* initialize LP */
2 LP.add_constraint( $\sum_{i=1}^d \alpha_i = 1$ );
3 LP.add_constraint( $\alpha_1 \geq 0$ );
4 ...
5 LP.add_constraint( $\alpha_d \geq 0$ );
  /* get feasible  $\alpha \in \mathbb{R}^d$  */
6  $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
  /* check and refine */
7 while true do
8   all_explained = true;
9   for  $p_k \in P$  do
10     $\pi = \text{Dijkstra}(G, s_k, t_k, \alpha)$ ;
11    if  $c(p_k, \alpha) > c(\pi, \alpha)$  then
12     /* path  $p_k$  not explained by current
13      $\alpha$  */
14     all_explained = false;
15     /* add constraint to make current  $\alpha$ 
16     infeasible */
17     LP.add_constraint(
18        $\sum_{i=1}^d (c_i(p_k) - c_i(\pi)) \cdot \alpha_i \leq 0$ );
19   if all_explained then
20     break;
21   else
22      $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;
23 return  $\alpha$ ;

```

Abhilfe

Füge Constraints nach Bedarf hinzu.



Automatische α -Deduktion

```
input : path set  $P$ , network  $G(V, E)$ ,  
       cost vectors  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+^d$   
output: feasible preference  $\alpha$   
1 begin  
  /* initialize LP */  
2  LP.add_constraint( $\sum_{i=1}^d \alpha_i = 1$ );  
3  LP.add_constraint( $\alpha_1 \geq 0$ );  
4  ...  
5  LP.add_constraint( $\alpha_d \geq 0$ );  
  /* get feasible  $\alpha \in \mathbb{R}^d$  */  
6   $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;  
  /* check and refine */  
7  while true do  
8    all_explained = true ;  
9    for  $p_k \in P$  do  
10      $\pi = \text{Dijkstra}(G, s_k, t_k, \alpha)$ ;  
11     if  $c(p_k, \alpha) > c(\pi, \alpha)$  then  
12       /* path  $p_k$  not explained by current  
13          $\alpha$  */  
14       all_explained = false;  
15       /* add constraint to make current  $\alpha$   
16         infeasible */  
17       LP.add_constraint(  
18          $\sum_{i=1}^d (c_i(p_k) - c_i(\pi)) \cdot \alpha_i \leq 0$ );  
19     if all_explained then  
20       break;  
21     else  
22        $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;  
23   return  $\alpha$ ;
```

Abhilfe

Füge Constraints nach Bedarf hinzu.

Polyzeitalgorithmus via
Ellipsoidmethode.

Automatische α -Deduktion

```
input : path set  $P$ , network  $G(V, E)$ ,  
       cost vectors  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+^d$   
output: feasible preference  $\alpha$   
1 begin  
  /* initialize LP */  
2  LP.add_constraint( $\sum_{i=1}^d \alpha_i = 1$ );  
3  LP.add_constraint( $\alpha_1 \geq 0$ );  
4  ...  
5  LP.add_constraint( $\alpha_d \geq 0$ );  
  /* get feasible  $\alpha \in \mathbb{R}^d$  */  
6   $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;  
  /* check and refine */  
7  while true do  
8    all_explained = true ;  
9    for  $p_k \in P$  do  
10      $\pi = \text{Dijkstra}(G, s_k, t_k, \alpha)$ ;  
11     if  $c(p_k, \alpha) > c(\pi, \alpha)$  then  
12       /* path  $p_k$  not explained by current  
13          $\alpha$  */  
14       all_explained = false;  
15       /* add constraint to make current  $\alpha$   
16         infeasible */  
17       LP.add_constraint(  
18          $\sum_{i=1}^d (c_i(p_k) - c_i(\pi)) \cdot \alpha_i \leq 0$ );  
19     if all_explained then  
20       break;  
21     else  
22        $\alpha = \text{LP.solve}()$ ;  
23   return  $\alpha$ ;
```

Abhilfe

Füge Constraints nach Bedarf hinzu.

Polyzeitalgorithmus via
Ellipsoidmethode.

Beschleunigung in der Praxis:

CCH mit Customization pro
while-Durchlauf
(innerhalb der Schleife α für
alle Queries gleich)

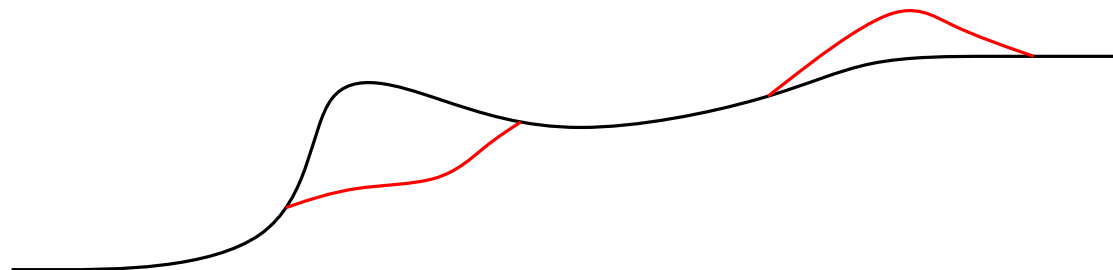
Automatische α -Deduktion

Resultate

$d = 10$

$ P $	Stadt			Bundesland			Deutschland		
	Zeit (s)	Runden	α_{com} A_N	Zeit (s)	Runden	α_{com} A_N	Zeit (s)	Runden	α_{com} A_N
1	0.2	1.8	0.19	33.7	29.0	0.51	141.7	31.4	0.67
10	0.4	6.1	0.17	24.1	14.9	0.21	73.8	16.2	0.23
50	0.4	6.2	0.06	19.9	10.2	0.05	47.3	9.5	0.04
100	0.4	5.8	0.03	20.5	7.7	0.03	32.4	5.2	0.01
1000	0.8	4.2	0.01	85.3	5.3	0.02	103.9	3.1	0.00

A_N misst wie stark sich Pfade unterscheiden, die mit dem echten Nutzer- α und dem von uns berechneten α generiert wurden.



Zusammenfassung

Beschleunigungstechniken in abgewandelter Form für personalisierte Queries anwendbar.

Personalisierte CH.

Notwendigkeit eines Shortcuts entscheidbar in Polyzeit.

Customizable → Personalizable.

Schnelles Prunen von hochdimensionalen Vektormengen.

Zusammenfassung

Beschleunigungstechniken in abgewandelter Form für personalisierte Queries anwendbar.

Personalisierte CH.

Notwendigkeit eines Shortcuts entscheidbar in Polyzeit.

Customizable → Personalizable.

Schnelles Prunen von hochdimensionalen Vektormengen.

Nutzerpräferenzen können automatisch aus Pfaddaten ermittelt werden.

LP-Formulierung

Ellipsoid-Methode + effizientes Dijkstra-Orakel für Constraints basierend auf CCH

Literatur

Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, Moiss Goldszmidt, John Krumm, Kunal Talwar, Renato F. Werneck:
Navigation made personal: inferring driving preferences from GPS traces.
SIGSPATIAL/GIS 2015: 31:1-31:9

Julian Dibbelt, Ben Strasser, Dorothea Wagner:
Fast exact shortest path and distance queries on road networks with parametrized costs.
SIGSPATIAL/GIS 2015: 66:1-66:4

Stefan Funke, Sabine Storandt:
Personalized route planning in road networks.
SIGSPATIAL/GIS 2015: 45:1-45:10

Stefan Funke, Sabine Storandt:
Polynomial-time construction of contraction hierarchies for multi-criteria objectives.
ALENEX 2013: 41-54

Robert Geisberger, Moritz Kobitzsch, Peter Sanders:
Route Planning with Flexible Objective Functions.
ALENEX 2010: 124-137