

Algorithmen für Routenplanung

10. Vorlesung, Sommersemester 2016

Ben Strasser | 25. Mai 2016

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER



**Alternative
Route**

flickr.com/photos/duncan/

Wiederholung Punkt-zu-Punkt

Anfrage:

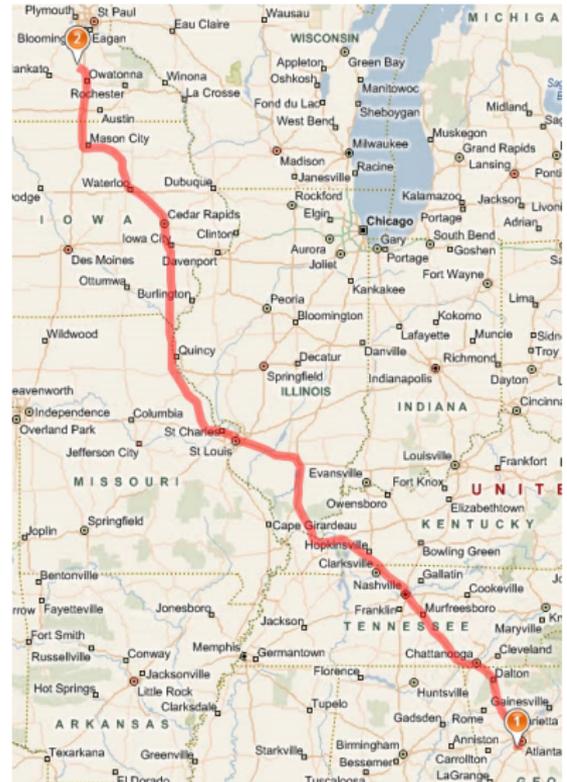
- finde die **beste** Route in einem Transportnetz

Idee:

- Netzwerk als Graph $G = (V, E)$
- Kantengewichte sind **Reisezeiten**
- **kürzester** Weg in G entspricht **schnellster** Verbindung

Ergebnisse:

- schnelle Algorithmen existieren



Alternativ-Routen

Anfrage:

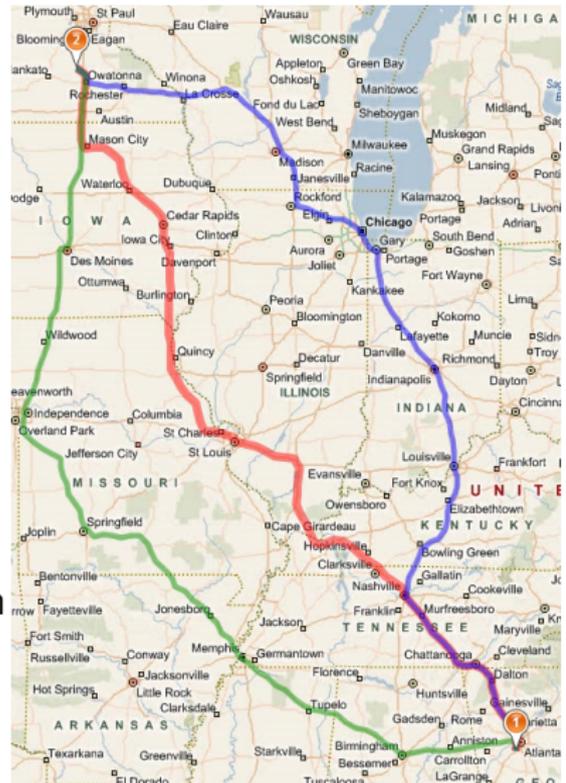
- finde **gute Alternativen** in einem Transportnetz

Problem:

- der kürzeste Weg ist wohl definiert
- Was aber ist eine gute Alternative?
- Problem erscheint rein heuristischer Natur

Ziele:

- lieber keine als schlechte Routen zeigen
- sollte nicht deutlich langsamer als Punkt-zu-Punkt sein

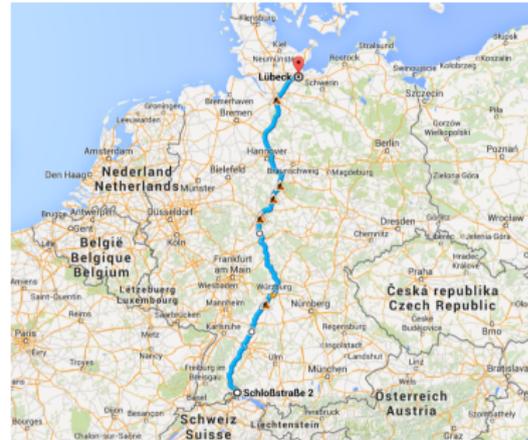
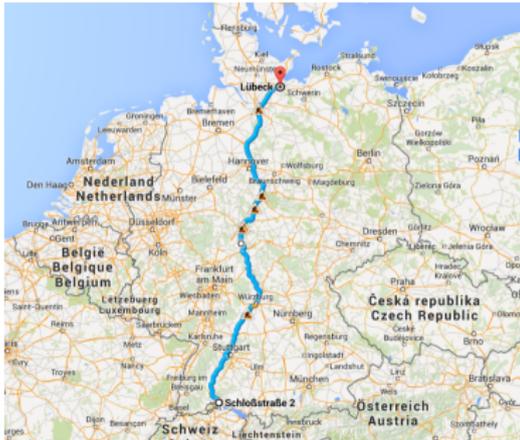


Berechne top- k kürzeste Wege

- + Wege sind möglichst kurz
- oft erst für hohes k relevant

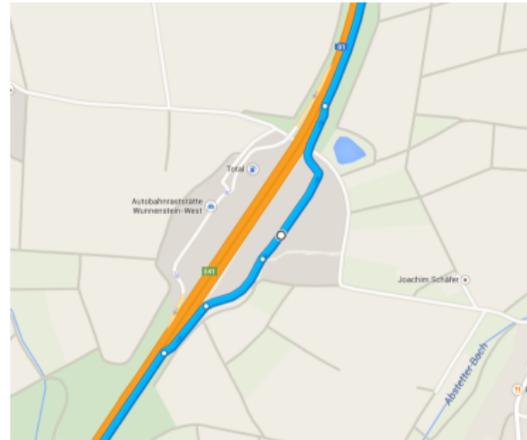
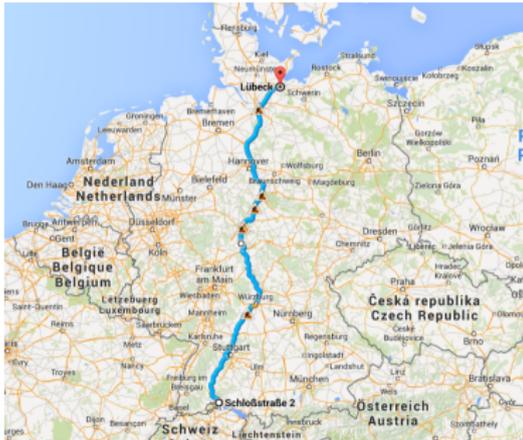
Berechne top- k kürzeste Wege

- + Wege sind möglichst kurz
- oft erst für hohes k relevant



Berechne top- k kürzeste Wege

- + Wege sind möglichst kurz
- oft erst für hohes k relevant

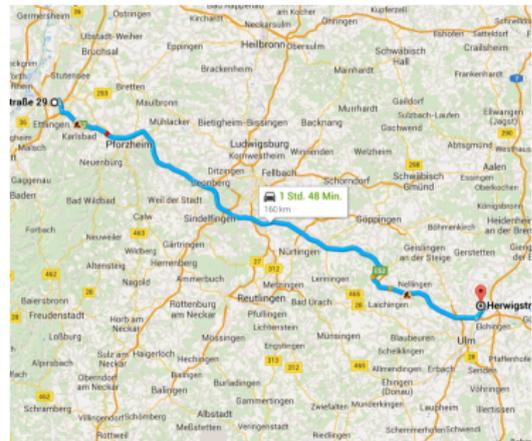
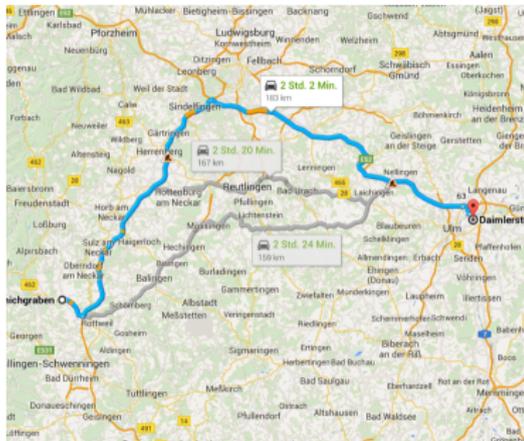


Optimiere verschiedene Metriken

- z.B. schnellster und kürzester Weg
- + bedient verschiedene Vorlieben
- verpasst interessante Alternativen

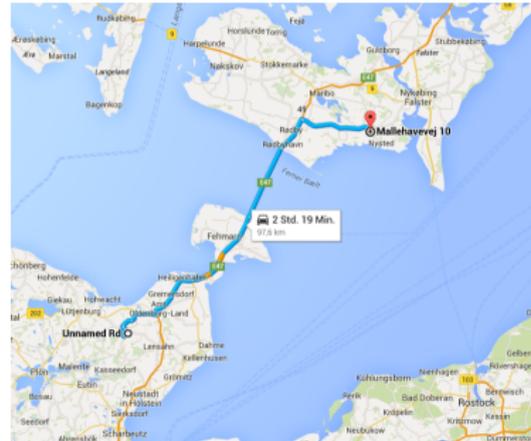
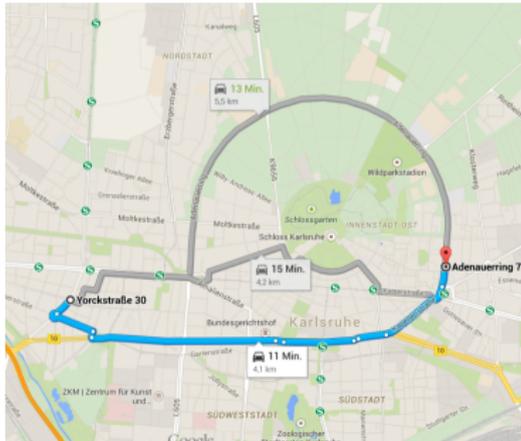
Optimiere verschiedene Metriken

- z.B. schnellster und kürzester Weg
- + bedient verschiedene Vorlieben
- verpasst interessante Alternativen



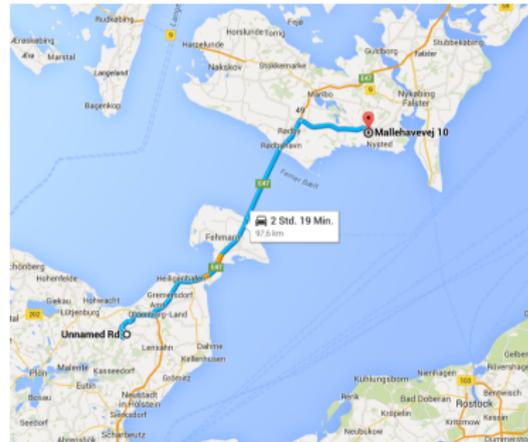
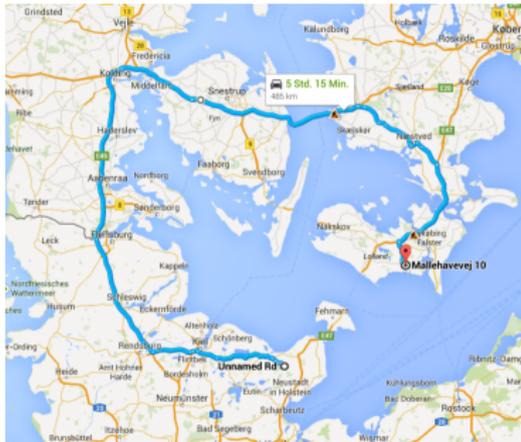
Disjunkte Pfade

- + stark unterschiedliche Pfade
- verpasst interessante Alternativen



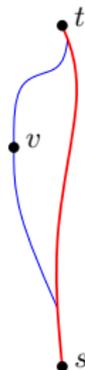
Disjunkte Pfade

- + stark unterschiedliche Pfade
- verpasst interessante Alternativen



Via-Knoten

- nutze dritten Knoten
- berechne zusammengesetzten Pfad
- Problem: **Woher** kommt dieser Knoten?



Simulierter Stau

- **verlangsamen** einzelne Segmente künstlich
- Gefahr vieler kleiner Umleitungen



Und wie?

- was macht eine gute Alternative aus
- wie berechnen wir sie schnell

Intuition

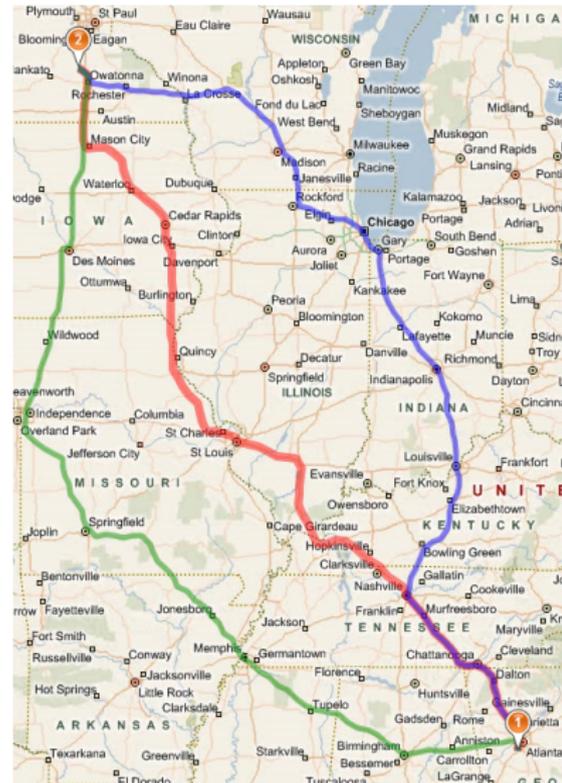
Alternativen sollten erfüllen:

- nicht viel länger als der kürzeste Weg
- signifikant verschieden

Erste Idee:

- finde einen Pfad, der Länge und **Gemeinsamkeit minimiert**
 - maximal $x\%$ länger
 - teilt maximal $y\%$

Ist das genug?



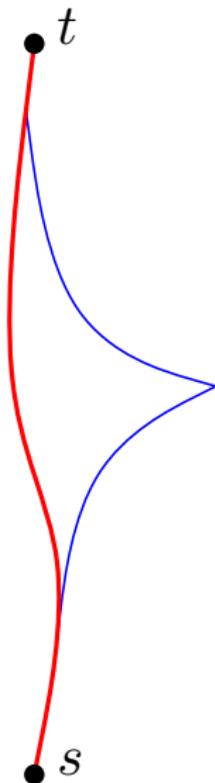
Das dritte Kriterium

Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- “Diese Strecke macht doch keinen Sinn. Das kann ich besser!”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
 - beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben
- ⇒ keine unnötigen lokalen Umwege



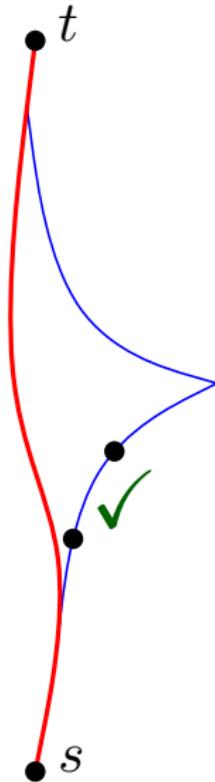
Das dritte Kriterium

Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- “Diese Strecke macht doch keinen Sinn. Das kann ich besser!”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
 - beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben
- ⇒ keine unnötigen lokalen Umwege



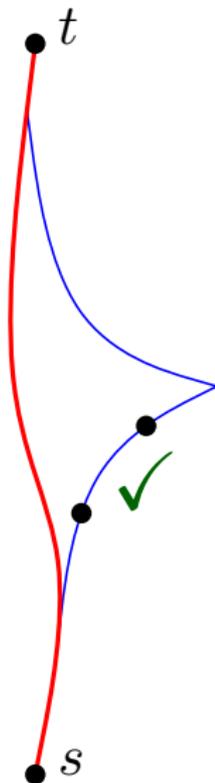
Das dritte Kriterium

Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- “Diese Strecke macht doch keinen Sinn. Das kann ich besser!”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
 - beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben
- ⇒ keine unnötigen lokalen Umwege



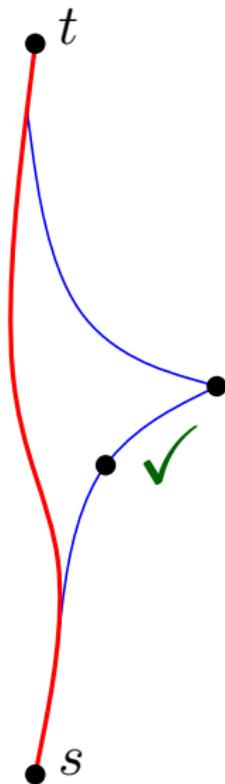
Das dritte Kriterium

Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- “Diese Strecke macht doch keinen Sinn. Das kann ich besser!”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
 - beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben
- ⇒ keine unnötigen lokalen Umwege



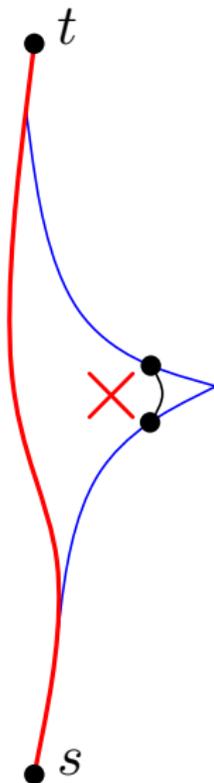
Das dritte Kriterium

Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- “Diese Strecke macht doch keinen Sinn. Das kann ich besser!”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
 - beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben
- ⇒ keine unnötigen lokalen Umwege



Idee

Alternativ-Pfade sollen hinreichend verschieden sein.

- P ist die Kantenmenge des kürzesten st -Pfads
- P' ist die Kantenmenge des alternativen st -Pfads
- $\ell(Q)$ ist die Summe über alle Kanten-Längen
- Eine Alternative ist γ -verschieden wenn

$$\ell(P \cap P') \leq \gamma \ell(P)$$

Idee

Alternativ-Pfade sollen kein große Umweg sein.

- Sei $\text{dist}(s, t)$ die Länge des kürzesten st -Pfads
- Sei P' der alternative st -Pfad und $\ell(P')$ seine Länge
- P' hat einen Stretch von höchstens ϵ wenn

$$\ell(P') \leq (1 + \epsilon) \text{dist}(s, t)$$

Kriterium für die Vorlesung vereinfacht, siehe [ADGW13] für Details.

Idee

Alternativ-Pfade sollen lokal sinnvoll sein.

- Sei P' der alternative Pfad und P'_{xy} der Subpfad von x bis y
- P' besteht den T -Test wenn für alle P'_{xy} mit $\ell(P'_{xy}) \leq T$ gilt, dass P'_{xy} ein kürzester xy -Pfad ist
- P' ist α -lokal-optimal wenn er den Test für $T = \alpha \text{dist}(s, t)$ besteht

Kriterium für die Vorlesung vereinfacht, siehe [ADGW13] für Details.

- **Ziel:** Finde Pfad der γ -verschieden ist, einen Stretch ϵ und α -lokal-optimal.

- **Ziel:** Finde Pfad der γ -verschieden ist, einen Stretch ϵ und α -lokal-optimal.
- γ , ϵ , und α sind Tuningparameter des Problems
- Typische Werte sind: $\alpha = 25\%$, $\epsilon = 25\%$, $\gamma = 80\%$

- **Ziel:** Finde Pfad der γ -verschieden ist, einen Stretch ϵ und α -lokal-optimal.
- γ , ϵ , und α sind Tuningparameter des Problems
- Typische Werte sind: $\alpha = 25\%$, $\epsilon = 25\%$, $\gamma = 80\%$
- Bei mehreren Alternativen:
Neue Alternative muss γ -verschieden von der Vereinigung aller bisher gefunden Pfade sein.

Weiteres Vorgehen

- Bisher: Wir haben gültige Alternativen formalisiert
- Nun: Wie finden wir gute Alternativen?

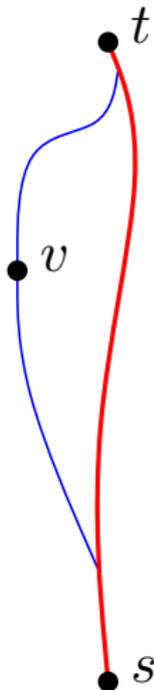
- Bisher: Wir haben gültige Alternativen formalisiert
- Nun: Wie finden wir gute Alternativen?

- **Vorgehen:**
 - Finde Kandidaten-Pfad nach einem heuristischen Verfahren
 - Prüfe ob der Pfad eine gute Alternative ist
- Findet nicht immer eine Alternative

- Bisher: Wir haben gültige Alternativen formalisiert
- Nun: Wie finden wir gute Alternativen?
- **Vorgehen:**
 - Finde Kandidaten-Pfad nach einem heuristischen Verfahren
 - Prüfe ob der Pfad eine gute Alternative ist
- Findet nicht immer eine Alternative
- **Problem:** Wie effizient testen?
- Nicht trivial
- Der Test braucht eine nicht vernachlässigbare Menge von Rechenzeit
- Details nicht in der Vorlesung

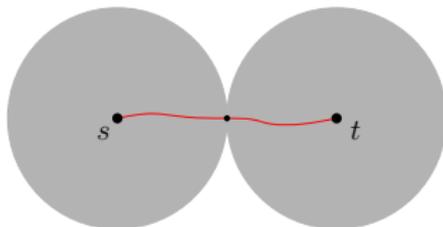
Single via paths:

- **Konkatenation** von zwei kürzesten Pfaden: $s-v$ und $v-t$
- Eigenschaften:
 - **lineare** Anzahl Pfade
 - Einzelner Pfad ist definiert durch via Knoten v (Notation: P_v)
 - lokal optimal von s nach v und v nach t
 - Verletzungen nur um v herum
 - Alternative können effizient berechnet werden sobald v bekannt ist



Relaxiertes Stop-Kriterium

- suche bidirektional
- stoppe sobald Radii größer als $(1 + \epsilon)\ell(Opt)$



Finde Alternative:

- für alle v , die von beiden Suchen gescannt worden sind:
- Teste ob P_v den Anforderungen genügt
- finde **besten** P_v anhand einer Optimierungsfunktion

Problem:

- Anzahl der Kandidaten ist **sehr hoch**
- Interaktion mit Beschleunigungstechniken?

Relaxiertes Stop-Kriterium

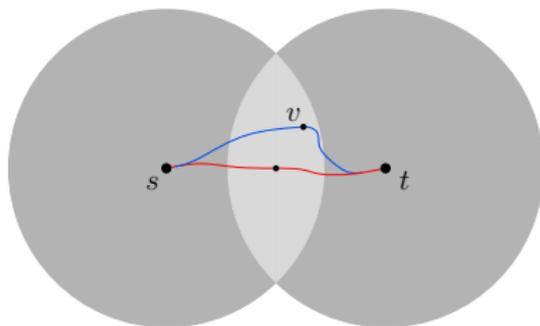
- suche bidirektional
- stoppe sobald Radii größer als $(1 + \epsilon)\ell(Opt)$

Finde Alternative:

- für alle v , die von beiden Suchen gescannt worden sind:
- Teste ob P_v den Anforderungen genügt
- finde **besten** P_v anhand einer Optimierungsfunktion

Problem:

- Anzahl der Kandidaten ist **sehr hoch**
- Interaktion mit Beschleunigungstechniken?



Idee

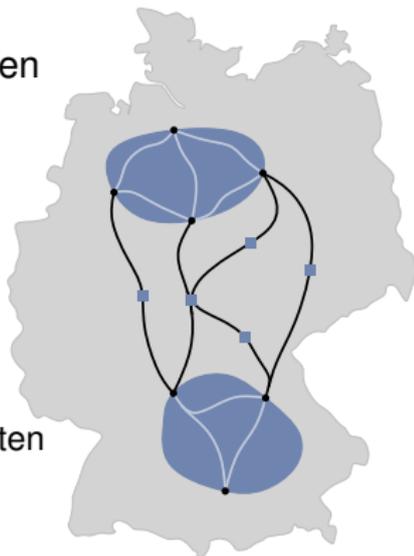
- Lasse Vorwärts- und Rückwärtssuche laufen bis Stretch erreicht ist
- Entpacke Pfad für jeden Knoten im gemeinsamen Suchraum
- Teste Pfad

Probleme

- gegenläufige Ziele
 - CH will Suchraum klein haben
 - Alternativrouten brauchen genug Kandidaten
- Tests und Pfadenpackungen kosten Zeit

“Lösung”

- Für gute Alternativen muss man vereinzelt auch Kanten folgen die den Suchraum verlassen
- Je weiter man den Suchraum verlässt, je besser werden die gefunden Pfad, aber je schlechter werden die Laufzeiten
- Siehe [ADGW13] für Details



Idee

- Analog zu Dijkstra
- Lasse Vorwärts- und Rückwärtssuche laufen bis Stretch erreicht ist
- Teste Pfad

Probleme

- Reach dünnt Suchraum schlechter aus als CH
- Mehr Kandidaten
- Bessere Alternativen
- Aber langsamer

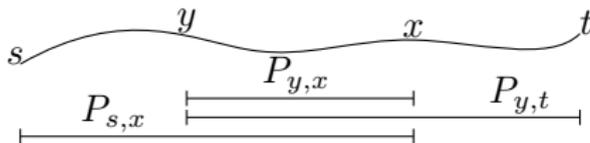
Plateau

Problem mit Via-Knoten:

- lokale Optimalität am Via-Knoten verletzt

Problem mit Via-Knoten:

- lokale Optimalität am Via-Knoten verletzt



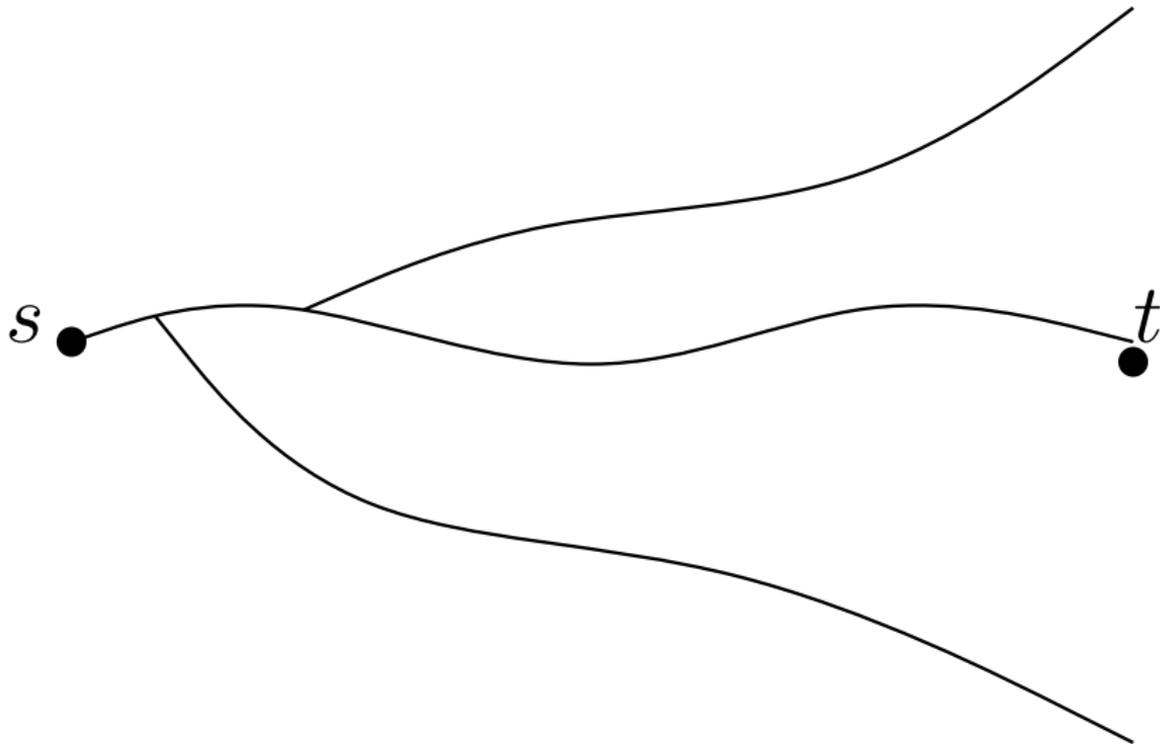
Idee:

- Suche zwei kürzeste Pfade $P_{s,y}$ und $P_{x,t}$
- mit $P_{x,y} \subseteq P_{s,y}$ und $P_{x,y} \subseteq P_{x,t}$
- $P_{x,y}$ heißt Plateau
- Alternative besteht T -Test für $T \leq \ell(P_{x,y})$
- Langes Plateau \rightarrow gute Alternative
- Randfall Via-Knoten: $x = y$

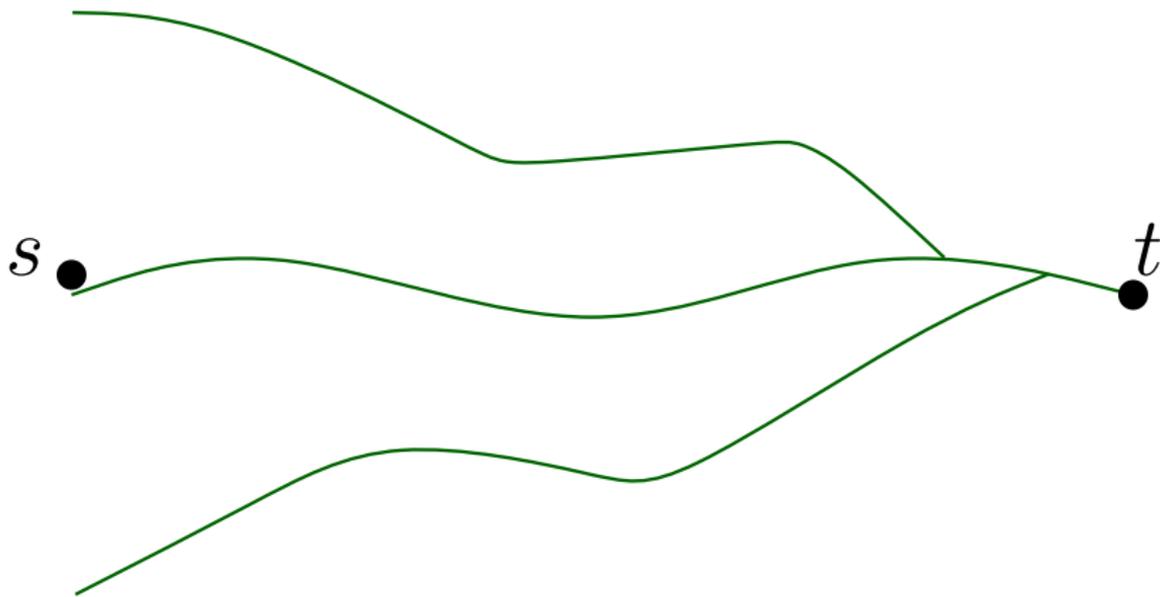
s ●

t
●

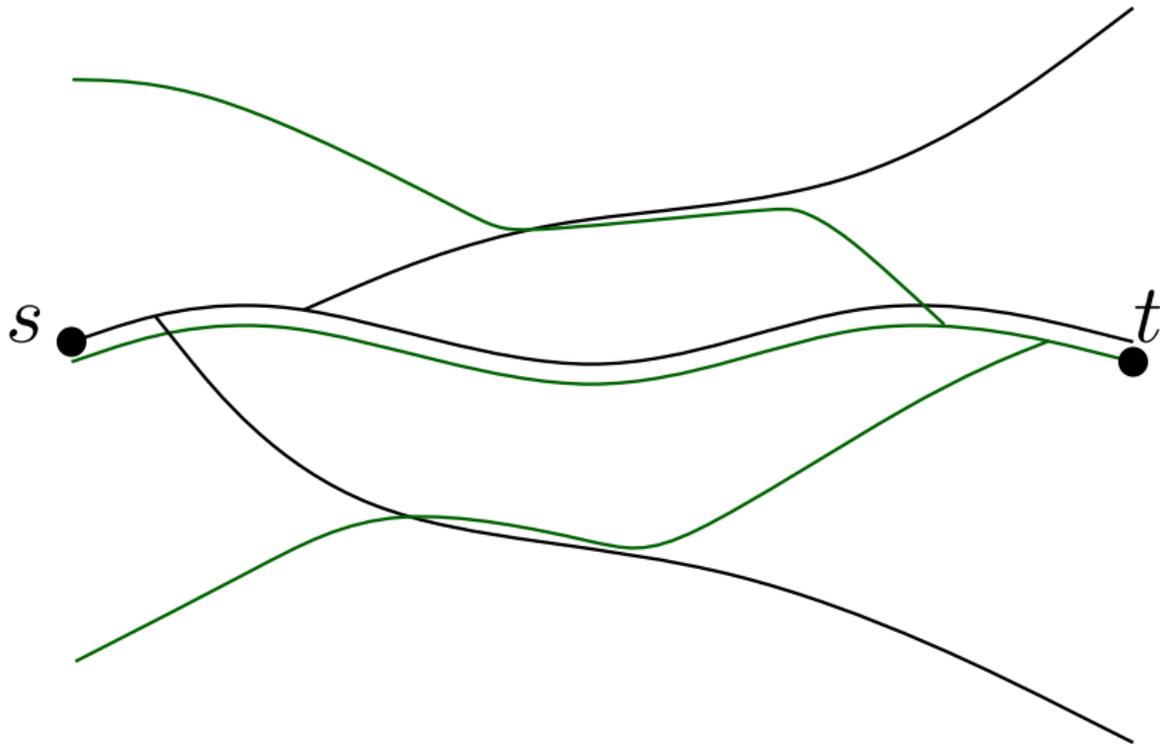
Plateau



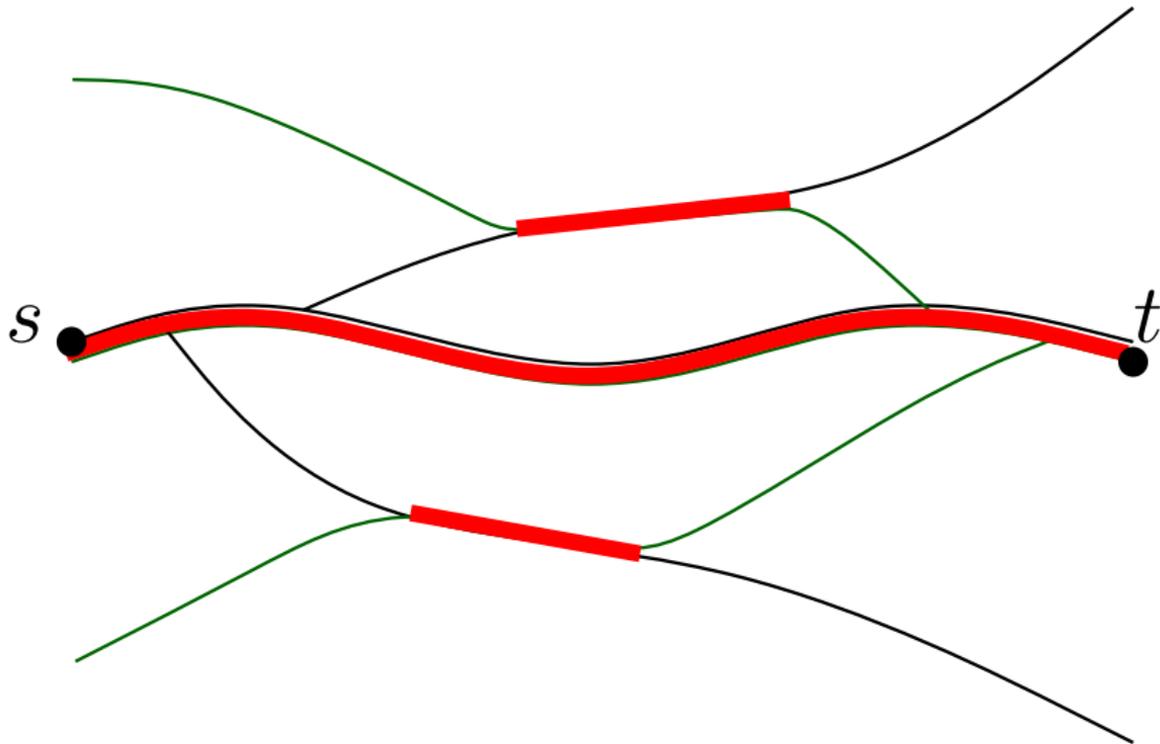
Plateau



Plateau

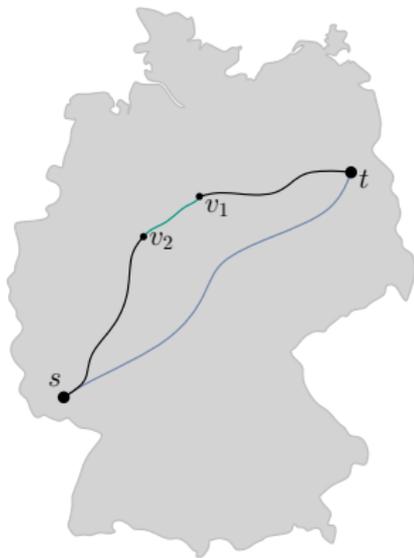


Plateau



- benötigt optimale Suchbäume
- einfach mit Dijkstra
- CH: komplex, aber möglich

(Grundlage: vollständiges Entpacken des Suchraums: [Kob13])



- Via-Knoten einfacher und schneller zu berechnen
 - Aber: Mehr Via-Knoten als Plateaux
 - d.h. mehr Zulässigkeitstests mit Via-Knoten
-
- Jede Plateau-Alternative ist auch eine Via-Alternative
 - **Beweis:**
 - Sei $P_{s,t} = s \rightarrow y \rightarrow x \rightarrow t$ die Plateau-Alternative
 - Für jeder Knoten $v \in P_{y,x}$ ist $P_{s,t}$ eine Via-Alternative mit Via-Knoten v , da $P_{s,v}$ und $P_{v,t}$ kürzeste Pfade sind

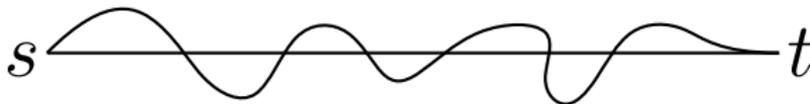
Idee:

- Suche kürzesten Pfad P_1
- Simuliere Stau auf P_1
- Suche neuen kürzesten Pfad P_2 der Stau in Betracht zieht
- Simuliere Stau auf P_1 und P_2
- Suche neuen kürzesten Pfad P_3 der Stau in Betracht zieht
- ...
- Wiederhole bis Alternativen zu lang werden

Idee:

- Suche kürzesten Pfad P_1
 - Simuliere Stau auf P_1
 - Suche neuen kürzesten Pfad P_2 der Stau in Betracht zieht
 - Simuliere Stau auf P_1 und P_2
 - Suche neuen kürzesten Pfad P_3 der Stau in Betracht zieht
 - ...
 - Wiederhole bis Alternativen zu lang werden
-
- Englischer Fachbegriff: Penalty Method
 - Quelle: [BDGS11]

Ist das eine gute Alternative?



- Nicht lokal optimal
- Bestrafe nicht nur die Kanten auf dem Weg, sondern auch die inzidente Kanten.

Strafterme

- Einfluss von additiven Straftermen hängt vom Graph ab
mehr Grad-2 Knoten \rightarrow größerer Einfluss
- **Lösung:** Multiplikative Strafterme
- Anders formuliert: Setzt die Geschwindigkeit gleichmäßig runter
anstatt jede Kante um x Sekunden zu verlängern

Wie implementieren

- Benutze 3-Phasen Vorberechnungstechnik
- Nur Teile der Metrik ändern sich → kann ausgenutzt werden
- [KRS13] baut auf MLD/CRP auf

algorithm	first		second		third	
	time [ms]	success rate [%]	time [ms]	success rate [%]	time [ms]	success rate [%]
X-BDV	11 451.5	94.5	12 225.9	80.6	13 330.9	59.6
CRP- π	130.0	96.3	130.0	84.0	130.0	62.9
X-REV	20.4	91.3	33.6	70.3	42.6	43.0
HiDAR	18.2	91.5	18.2	75.7	18.2	55.9
X-CHV-v1	16.9	90.7	20.3	70.1	22.1	42.3
X-CHV-v2	3.1	58.2	3.6	28.6	3.9	10.9

- X-BDV: Bidirektionaler Dijkstra
- X-REV: Reach
- X-CHV-v1 und X-CHV-v2: Zwei CH-Varianten, v1 sucht mehr Kanten außerhalb des Suchraums ab
- HiDAR: Plateau-CH
- CRP- π : Simulierter Stau

- Eine gute Alternative ist:
 - Nicht viel länger
 - Lokal-optimal
 - Hinreichend verschieden
- Alternativen findet man durch
 - Kandidaten heuristisch aufzählen
 - Schlechte Kandidaten Ausfiltern
- Kandidaten findet man mit
 - Via-Knoten
 - Plateaux
 - Simuliertem Stau



Ittai Abraham, Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, and Renato F. Werneck.

Alternative routes in road networks.

ACM Journal of Experimental Algorithmics, 18(1):1–17, 2013.



Roland Bader, Jonathan Dees, Robert Geisberger, and Peter Sanders.

Alternative route graphs in road networks.

In *Proceedings of the 1st International ICST Conference on Theory and Practice of Algorithms in (Computer) Systems (TAPAS'11)*, volume 6595 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 21–32. Springer, 2011.



Moritz Kobitzsch.

HiDAR: An alternative approach to alternative routes.

In *Proceedings of the 21st Annual European Symposium on Algorithms (ESA'13)*, volume 8125 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 613–624. Springer, 2013.



Moritz Kobitzsch, Marcel Radermacher, and Dennis Schieferdecker.

Evolution and evaluation of the penalty method for alternative graphs.

In *Proceedings of the 13th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modeling, Optimization, and Systems (ATMOS'13)*, OpenAccess Series in Informatics (OASISs), pages 94–107, 2013.