Karlsruher Institut für Technologie

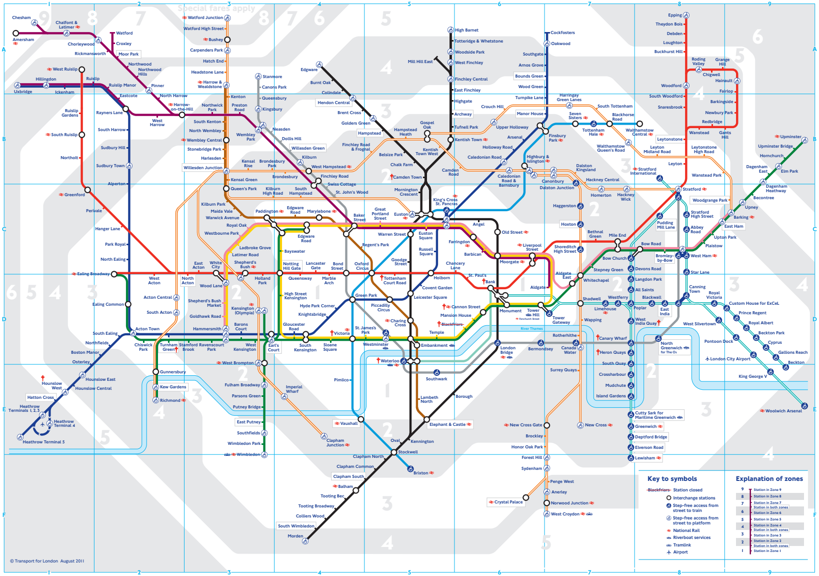
Algorithmen für Routenplanung

14. Vorlesung, Sommersemester 2015

Tobias Zündorf | 22. Juni 2015

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER

Fahrplanauskunft



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Abgrenzung zu Straßennetzwerken

Eingabe bei Straßennetzen

- Straßenkarte bestehend aus
- Kreuzungen
- Straßensegmenten
- Verschiedene Metriken (Reisezeit, Distanz, ...)

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Abgrenzung zu Straßennetzwerken

Eingabe bei Straßennetzen

- Straßenkarte bestehend aus
- Kreuzungen
- Straßensegmenten
- Verschiedene Metriken (Reisezeit, Distanz, ...)

Was ist Eingabe bei der Fahrplanauskunft?

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Fahrpläne

Gegeben (Fahrplan):

- Menge $\mathcal{B}$ von Bahnhöfen (Stops, Bahnsteigen, ...),
- Menge $\mathcal{Z}$ von Zügen (Bussen, Trams, etc)
- Menge $\mathcal{C}$ von elementaren Verbindungen
- Zur Modellierung von Umstiegen:
    - Mindestumstiegszeiten am Bahnhof: *transfer* $: \mathcal{B} \to \mathbb{N}$.
    - Fußwege zwischen (nahen) Bahnhöfen: *footpath* $: \mathcal{B} \times \mathcal{B} \to \mathbb{N}$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Fahrpläne

Gegeben (Fahrplan):

- Menge $\mathcal{B}$ von Bahnhöfen (Stops, Bahnsteigen, ...),
- Menge $\mathcal{Z}$ von Zügen (Bussen, Trams, etc)
- Menge $\mathcal{C}$ von elementaren Verbindungen
- Zur Modellierung von Umstiegen:
  - Mindestumstiegszeiten am Bahnhof: *transfer* : $\mathcal{B} \to \mathbb{N}$.
  - Fußwege zwischen (nahen) Bahnhöfen: *footpath* : $\mathcal{B} \times \mathcal{B} \to \mathbb{N}$

Elementare Verbindung: Tupel bestehend aus

- Zug $Z \in \mathcal{Z}$
- Abfahrtsbahnhof $S_{\text{dep}} \in \mathcal{B}$
- Zielbahnhof $S_{\text{arr}} \in \mathcal{B}$
- Abfahrtszeit $\tau_{\text{dep}} \in \Pi$
- Ankunftszeit $\tau_{\text{arr}} \in \Pi$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Fahrpläne

Gegeben (Fahrplan):

- Menge $\mathcal{B}$ von Bahnhöfen (Stops, Bahnsteigen, ...),
- Menge $\mathcal{Z}$ von Zügen (Bussen, Trams, etc)
- Menge $\mathcal{C}$ von elementaren Verbindungen
- Zur Modellierung von Umstiegen:
  - Mindestumstiegszeiten am Bahnhof: *transfer* : $\mathcal{B} \to \mathbb{N}$.
  - Fußwege zwischen (nahen) Bahnhöfen: *footpath* : $\mathcal{B} \times \mathcal{B} \to \mathbb{N}$

Elementare Verbindung: Tupel bestehend aus

- Zug $Z \in \mathcal{Z}$
- Abfahrtsbahnhof $S_{\text{dep}} \in \mathcal{B}$
- Zielbahnhof $S_{\text{arr}} \in \mathcal{B}$
- Abfahrtszeit $\tau_{\text{dep}} \in \Pi$
- Ankunftszeit $\tau_{\text{arr}} \in \Pi$
- **Interpretation:** Zug Z fährt von S_{dep} nach S_{arr} ohne Zwischenhalt von τ_{dep} bis τ_{arr} Uhr

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Fahrpläne II

Trips

- Fahrt *eines* Zuges Z
- Von Endstation zu Endstation
- Abfahrten an den Stops zu bestimmten Zeiten

Fahrpläne II

Trips

- Fahrt *eines* Zuges Z
- Von Endstation zu Endstation
- Abfahrten an den Stops zu bestimmten Zeiten

Routen

- Partitionierung der Trips
- Zwei Trips t_1, t_2 gehören zur gleichen Route, gdw.
- t_1 und t_2 folgen der genau gleichen Sequenz von Stops

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Fahrpläne, Beispiel

Beispiel für einen Fahrplan: Menge elementarer Verbindungen

```
(IR 2269, Karlsruhe Hbf,   Pforzheim Hbf,  10:05, 10:23)
(IR 2269, Pforzheim Hbf,   Muehlacker,     10:25, 10:33)
(IR 2269, Muehlacker,      Vaihingen(Enz), 10:34, 10:40)
(IR 2269, Vaihingen(Enz),  Stuttgart Hbf,  10:41, 10:57)
...
(ICE 791, Stuttgart Hbf,   Ulm Hbf,        11:12, 12:06)
(ICE 791, Ulm Hbf,         Augsburg Hbf,   12:08, 12:47)
(ICE 791, Augsburg Hbf,    Muenchen Hbf,   12:49, 13:21)
```

mit Zug-ID, Abfahrtshalt, Ankunftshalt und Anfahrts-/Ankunftszeit.

Weiteres: (kurze) Fußwege für Umstiege, z.B. Bahnhof zu Bahnhofsvorplatz; Mindestumstiegszeiten

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Fahrpläne, Beispiel

Beispiel für einen Fahrplan: Menge elementarer Verbindungen

```
(IR 2269, Karlsruhe Hbf,   Pforzheim Hbf,   10:05, 10:23)
(IR 2269, Pforzheim Hbf,   Muehlacker,      10:25, 10:33)
(IR 2269, Muehlacker,      Vaihingen(Enz),  10:34, 10:40)
(IR 2269, Vaihingen(Enz),  Stuttgart Hbf,   10:41, 10:57)
...
(ICE 791, Stuttgart Hbf,   Ulm Hbf,         11:12, 12:06)
(ICE 791, Ulm Hbf,         Augsburg Hbf,    12:08, 12:47)
(ICE 791, Augsburg Hbf,    Muenchen Hbf,    12:49, 13:21)
```

mit Zug-ID, Abfahrtshalt, Ankunftshalt und Anfahrts-/Ankunftszeit.

Weiteres: (kurze) Fußwege für Umstiege, z.B. Bahnhof zu Bahnhofsvorplatz; Mindestumstiegszeiten

Frage: Wie Fahrplan modellieren?

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Modellierung von Fahrplänen

Zwei grundlegende Ansätze

1. Modellierung als gerichteter Graph
2. Keine besondere Modellierung (benutze Fahrplan "direkt")

Modellierung von Fahrplänen

Zwei grundlegende Ansätze

1. Modellierung als gerichteter Graph
2. Keine besondere Modellierung (benutze Fahrplan "direkt")

Jetzt ersteres, später zweiteres.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Modellierung von Fahrplänen

Zwei grundlegende Ansätze

1. Modellierung als gerichteter Graph
2. Keine besondere Modellierung (benutze Fahrplan "direkt")

Jetzt ersteres, später zweiteres.

Modellierung als Graph

- Reduziere auf (bekanntes) kürzeste-Wege-Problem
- Optimale Reiserouten entsprechen kürzesten Wegen
- Frage: Wie die Zeitabhängigkeit (Abfahrten/Ankünfte) kodieren?

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Modellierung: Zwei Ansätze

1. Zeitexpandiert

- Zeitabhängigkeiten ausrollen
- Knoten entsprechen Ereignissen im Fahrplan
- Kanten verbinden Ereignisse miteinander
  - Zugfahrt eines Zuges,
  - Umstieg zwischen Zügen,
  - Warten

\- Großer Graph (viele Knoten und Kanten)

\+ Einfacher Anfragealgorithmus (Dijkstra)

2. Zeitabhängig

- Zeitabhängigkeit an den Kanten
- Knoten entsprechen Bahnhöfen
- Kante $\Leftrightarrow$ Zug verbindet Bahnhöfe
  - Transferzeiten?

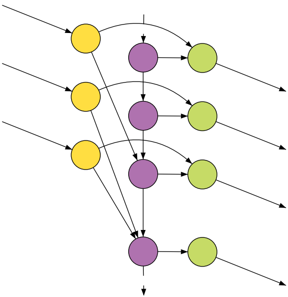
\+ Kleiner Graph

\- Zeitabhängige KW-Algorithmen?

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

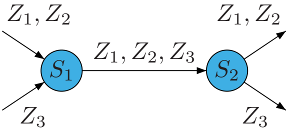
Modellierung: Zwei Ansätze

1. Zeitexpandiert



- Arrival-, Transfer- und Departure-Ereignisse
- Für jeden Zug
- Kantengewicht = Zeitdiff. (alternativ: ungewichtet, Knotenlabel = Ereigniszeit)

2. Zeitabhängig

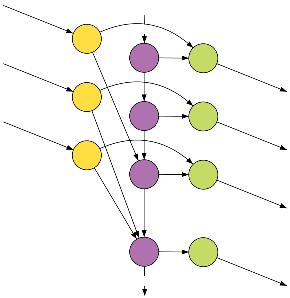


- Pro Bahnhof: Stationsknoten
- Kanten: zeitabhängig
- Umstiege?

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

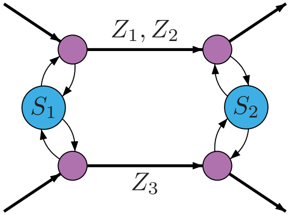
Modellierung: Zwei Ansätze

1. Zeitexpandiert



- Arrival-, Transfer- und Departure-Ereignisse
- Für jeden Zug
- Kantengewicht = Zeitdiff. (alternativ: ungewichtet, Knotenlabel = Ereigniszeit)

2. Zeitabhängig



- Pro Bahnhof: Stationsknoten
- Partitioniere Züge in Routen
- Pro Route: Routen-Knoten
- Routenkanten: zeitabhängig
- Stationskanten: Transferzeit

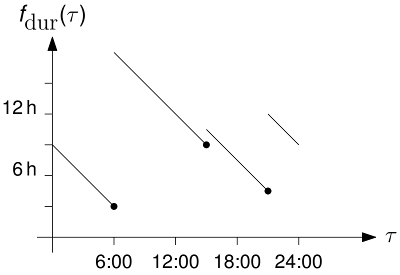
Zeitabhängige Kanten

Elem. Verbindungen modelliert durch stückweise lineare Funktionen

Elem. Verbindungen zw. S_i und S_j:

id	dep.-time	travel-time
1	06:00	3 h 00 min
2	15:00	9 h 00 min
3	21:00	4 h 30 min
⋮	⋮	⋮

Entsprechende Funktion:



- Für jede Verbindung: Connection Point (τ, w)
  $\tau \hat{=}$ Abfahrtszeit, $w \hat{=}$ Reisezeit (bzw. Ankunftszeit)
- Zwischen Verbindungen: Lineares Warten

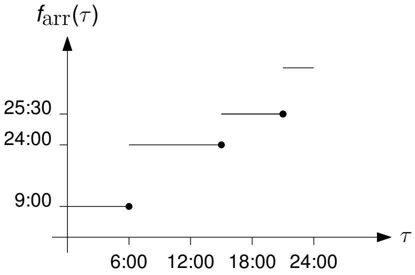
Zeitabhängige Kanten

Elem. Verbindungen modelliert durch stückweise lineare Funktionen

Elem. Verbindungen zw. S_i und S_j:

id	dep.-time	travel-time
1	06:00	3 h 00 min
2	15:00	9 h 00 min
3	21:00	4 h 30 min
⋮	⋮	⋮

Entsprechende Funktion:



- Für jede Verbindung: Connection Point (τ, w)
  $\tau \mathrel{\hat=}$ Abfahrtszeit, $w \mathrel{\hat=}$ Reisezeit (bzw. Ankunftszeit)
- Zwischen Verbindungen: Lineares Warten

FIFO-Eigenschaft (Wdh.)

Definition

Sei $f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ eine Reisezeit-Funktion. f erfüllt die *FIFO-Eigenschaft*, wenn für jedes $\varepsilon > 0$ und alle $\tau \in \mathbb{R}_0^+$ gilt, dass

$$f(\tau) \leq \varepsilon + f(\tau + \varepsilon).$$

Diskussion

- Interpretation: “Warten lohnt sich nie”
- Kürzeste Wege auf Graphen mit non-FIFO Funktionen zu finden ist NP-schwer.
  (wenn Warten an Knoten nicht erlaubt ist)

  $\Rightarrow$ Sicherstellen, dass Funktionen FIFO-Eigenschaft erfüllen.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

FIFO-Eigenschaft (Wdh.)

Definition

Sei $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ eine Ankunftszeit-Funktion. f erfüllt die *FIFO-Eigenschaft*, wenn für jedes $\varepsilon > 0$ und alle $\tau \in \mathbb{R}_0^+$ gilt, dass

$$f(\tau) \leq f(\tau + \varepsilon).$$

Diskussion

- Interpretation: "Warten lohnt sich nie"
- Kürzeste Wege auf Graphen mit non-FIFO Funktionen zu finden ist NP-schwer.
  (wenn Warten an Knoten nicht erlaubt ist)

  $\Rightarrow$ Sicherstellen, dass Funktionen FIFO-Eigenschaft erfüllen.

Anfrageszenarien

Zeit-Anfrage:

- finde kürzesten Weg für Abfahrtszeit τ
- analog zu Dijkstra?

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Anfrageszenarien

Zeit-Anfrage:

- finde kürzesten Weg für Abfahrtszeit τ
- analog zu Dijkstra?

Profil-Anfrage:

- finde kürzesten Weg für alle Abfahrtszeitpunkte
- analog zu Dijkstra?

Zeit-Anfragen

Gegeben: Startbahnhof S, Zielbahnhof T und Abfahrtszeit τ_S

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Zeit-Anfragen

Gegeben: Startbahnhof S, Zielbahnhof T und Abfahrtszeit τ_S

1. Zeitexpandiert

Startknoten:

- *Erstes* Transferevent in S mit Zeit $\tau \geq \tau_S$.

Zielknoten:

- Im Vorraus unbekannt!
- Stoppkriterium: Erster gesettleter Knoten an T induziert schnellste Verbindung zu T

2. Zeitabhängig

Startknoten:

- Bahnhofsknoten S

Zielknoten:

- Bahnhofsknoten T

Anfrage:

- Time-Dependent Dijkstra mit Zeit τ_S
- Hier: Ankunftszeit im Vorraus unbekannt

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Zeit-Anfragen

Algorithm 1: `Time-Dijkstra`$(G = (V, E), s, \tau)$

```
d[s] = 0
Q.clear(), Q.add(s, 0)
while !Q.empty() do
    u ← Q.deleteMin()
    for all edges e = (u, v) ∈ E do
        // len(e, ·) = f_dep^e(·)
        if d[u] + len(e, τ + d[u]) < d[v] then
            d[v] ← d[u] + len(e, τ + d[u])
            p[v] ← u
            if v ∈ Q then Q.decreaseKey(v, d[v])

            else Q.insert(v, d[v])
```


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Zeit-Anfragen

Algorithm 2: `Time-Dijkstra`$(G = (V, E), s, \tau)$

$d[s] = \tau$

$Q.clear(),\ Q.add(s, 0)$

while $!Q.empty()$ **do**

$\quad u \leftarrow Q.deleteMin()$

$\quad$ **for** *all edges* $e = (u, v) \in E$ **do**

$\quad\quad$ // $\text{len}(e, \cdot) = f_{\text{arr}}^{e}(\cdot)$

$\quad\quad$ **if** $\text{len}(e, d[u]) < d[v]$ **then**

$\quad\quad\quad d[v] \leftarrow \text{len}(e, d[u])$

$\quad\quad\quad p[v] \leftarrow u$

$\quad\quad\quad$ **if** $v \in Q$ **then** $Q.decreaseKey(v, d[v])$

$\quad\quad\quad$ **else** $Q.insert(v, d[v])$

Diskussion Zeit-Anfragen

Beobachtung:

- Nur ein Unterschied zu Dijkstra
- Auswertung der Kanten

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Diskussion Zeit-Anfragen

Beobachtung:

- Nur ein Unterschied zu Dijkstra
- Auswertung der Kanten

non-FIFO Netzwerke:

- Im Kreis fahren kann sich lohnen
- NP-schwer (wenn Warten an Knoten nicht erlaubt ist)
- Transportnetzwerke sind FIFO modellierbar (notfalls Multikanten)

Diskussion Zeit-Anfragen

Beobachtung:

- Nur ein Unterschied zu Dijkstra
- Auswertung der Kanten

non-FIFO Netzwerke:

- Im Kreis fahren kann sich lohnen
- NP-schwer (wenn Warten an Knoten nicht erlaubt ist)
- Transportnetzwerke sind FIFO modellierbar (notfalls Multikanten)

In unserem Szenario:

- Sicherstellen dass alle Routen FIFO sind.
- Für alle Trips t_i, t_j der Route muss gelten:
- t_i fährt an *jeder* Station jeweils vor t_j ab (oder andersherum).

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Profil-Anfragen

Gegeben: Startbahnhof S, Zielbahnhof T

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Profil-Anfragen

Gegeben: Startbahnhof S, Zielbahnhof T

1. Zeitexpandiert

?

(Geht, aber nicht Teil der VL)

2. Zeitabhängig

Startknoten:

- Bahnhofsknoten S

Zielknoten:

- Bahnhofsknoten T

Anfrage:

- Label-Correcting Algorithmus von S

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Profil-Anfragen

Algorithm 3: `Profile-Search`$(G = (V, E), s)$

$d_*[s] = 0$

$Q.clear(),\ Q.add(s, 0)$

while $!Q.empty()$ **do**

  $u \leftarrow Q.deleteMin()$

  for *all edges* $e = (u, v) \in E$ **do**

    if $d_*[u] \oplus \mathrm{len}(e) \ngeq d_*[v]$ **then**

      $d_*[v] \leftarrow \min(d_*[u] \oplus \mathrm{len}(e), d_*[v])$

      if $v \in Q$ **then** $Q.decreaseKey(v, \underline{d}[v])$

      else $Q.insert(v, \underline{d}[v])$

Diskussion Profil-Anfragen

Beobachtungen:

- Operationen auf Funktionen
- Knotenlabel: Funktion
- Knotenlabel nicht skalar $\Rightarrow$ keine Totalordnung der Knotenlabel
- Wonach Priority Queue ordnen?
- Priorität im Prinzip frei wählbar
  ($\underline{d}[u]$ ist das Minimum der Funktion $d_*[u]$)
- Knoten können mehrfach besucht werden $\Rightarrow$ label-correcting

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Operationen

Funktion gegeben durch:

- Menge von Interpolationspunkten
- $I^f := \{(t_1^f, w_1^f), \ldots, (t_k^f, w_k^f)\}$

3 Operationen notwendig:

- Auswertung
- Linken $\oplus$
- Minimumsbildung

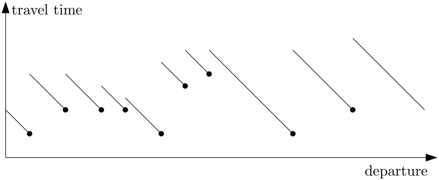
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Public Transport: Auswertung

Evaluation von $f(\tau)$:

- Suche Punkte mit $t_i \geq \tau$ und $t_i - \tau$ minimal
- dann Evaluation durch

$$f(\tau) = w_i + (t_i - \tau)$$

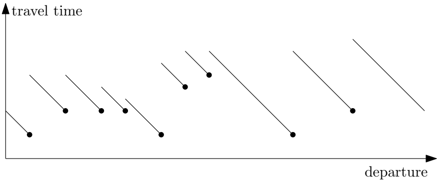


Public Transport: Auswertung

Evaluation von $f(\tau)$:

- Suche Punkte mit $t_i \geq \tau$ und $t_i - \tau$ minimal
- dann Evaluation durch

$$f(\tau) = w_i + (t_i - \tau)$$



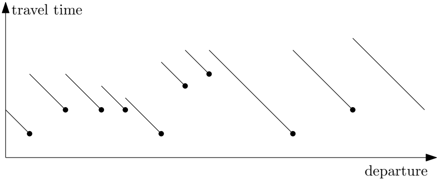
Problem:

- Finden von t_i und t_{i+1}
- Theoretisch:
  - Lineare Suche: $\mathcal{O}(|I|)$
  - Binäre Suche: $\mathcal{O}(\log_2 |I|)$

Evaluation von $f(\tau)$:

- Suche Punkte mit $t_i \geq \tau$ und $t_i - \tau$ minimal
- dann Evaluation durch

$$f(\tau) = w_i + (t_i - \tau)$$



Problem:

- Finden von t_i und t_{i+1}
- Theoretisch:
  - Lineare Suche: $\mathcal{O}(|I|)$
  - Binäre Suche: $\mathcal{O}(\log_2 |I|)$
- praktisch:
  - $|I| < 30$: Lineare Suche
  - Sonst: Lineare Suche mit Startpunkt $\frac{\tau}{\Pi} \cdot |I|$

Linken

KIT
Karlsruher Institut für Technologie

Definition

Seien $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ und $g : \mathbb{R}_0^+$ zwei Reisezeit-Funktionen die die FIFO-Eigenschaft erfüllen. Die Linkoperation $f \oplus g$ ist dann definiert durch

$$f \oplus g := f + g \circ (\mathrm{id} + f)$$

Oder

$$(f \oplus g)(\tau) := f(\tau) + g(\tau + f(\tau))$$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Linken

Definition

Seien $f : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ und $g : \mathbb{R}_0^+$ zwei Ankunftszeit-Funktionen die die FIFO-Eigenschaft erfüllen. Die Linkoperation $f \oplus g$ ist dann definiert durch

$$f \oplus g := g \circ f$$

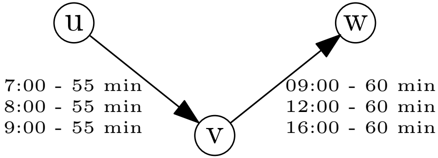
Oder

$$(f \oplus g)(\tau) := g(f(\tau))$$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Public Transport: Link

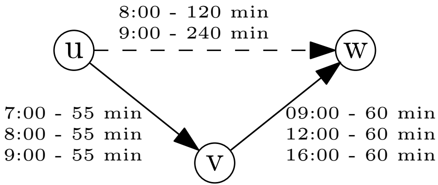
Linken zweier Funktionen f und g



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Public Transport: Link

Linken zweier Funktionen f und g

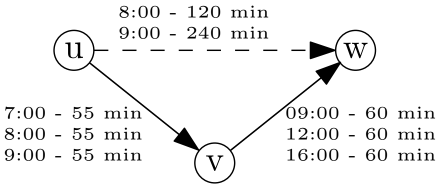


Public Transport: Link

Linken zweier Funktionen f und g

- Für jeden Punkt (t_i^f, w_i^f) bestimme den Verbindungspunkt (t_j^g, w_j^g) mit $t_j^g - t_i^f - w_i^f \geq 0$ minimal

= Erste Verbindung, die man auf g erreichen kann



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

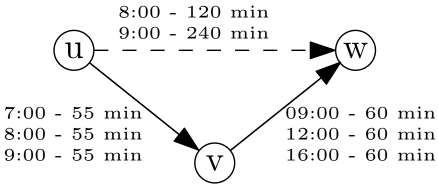
Public Transport: Link

Linken zweier Funktionen *f* und *g*

- Für jeden Punkt (t_i^f, w_i^f) bestimme den Verbindungspunkt (t_j^g, w_j^g) mit $t_j^g - t_i^f - w_i^f \geq 0$ minimal

= Erste Verbindung, die man auf *g* erreichen kann

- Füge $(t_i^f, t_j^g + w_j^g - t_i^f)$ hinzu



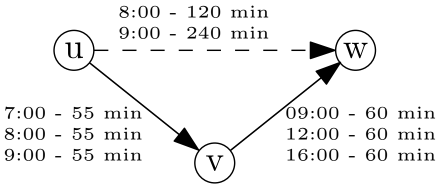
Public Transport: Link

Linken zweier Funktionen f und g

- Für jeden Punkt (t_i^f, w_i^f) bestimme den Verbindungspunkt (t_j^g, w_j^g) mit $t_j^g - t_i^f - w_i^f \geq 0$ minimal

= Erste Verbindung, die man auf g erreichen kann

- Füge $(t_i^f, t_j^g + w_j^g - t_i^f)$ hinzu
- Wenn zwei Punkte den gleichen Verbindungspunkt haben, behalte nur den mit größerem t_i^f



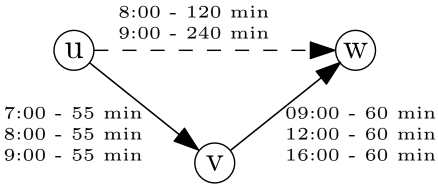
Public Transport: Link

Linken zweier Funktionen f und g

- Für jeden Punkt (t_i^f, w_i^f) bestimme den Verbindungspunkt (t_j^g, w_j^g) mit $t_j^g - t_i^f - w_i^f \geq 0$ minimal

= Erste Verbindung, die man auf g erreichen kann

- Füge $(t_i^f, t_j^g + w_j^g - t_i^f)$ hinzu
- Wenn zwei Punkte den gleichen Verbindungspunkt haben, behalte nur den mit größerem t_i^f
- Sweep-Algorithmus



Public Transport: Diskussion Link

Laufzeit

- Sweep-Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Public Transport: Diskussion Link

Laufzeit

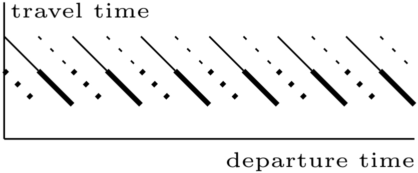
- Sweep-Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Gelinkte Funktion hat $\min\{|I^f|, |I^g|\}$ Interpolationspunkte

Public Transport: Merge

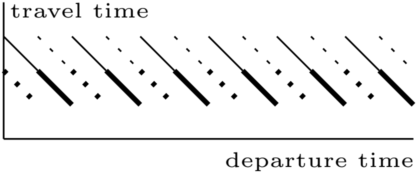
Minimum zweier Funktionen *f* und *g*



Public Transport: Merge

Minimum zweier Funktionen f und g

- Für alle (t_i^f, w_i^f): behalte Punkt, wenn $w_i^f < g(t_i^f)$
- Für alle (t_j^g, w_j^g): behalte Punkt, wenn $w_j^g < f(t_j^g)$
- Keine Schnittepunkte möglich(!)



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

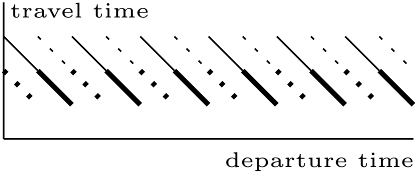
Public Transport: Merge

Minimum zweier Funktionen f und g

- Für alle (t_i^f, w_i^f): behalte Punkt, wenn $w_i^f < g(t_i^f)$
- Für alle (t_j^g, w_j^g): behalte Punkt, wenn $w_j^g < f(t_j^g)$
- Keine Schnittepunkte möglich(!)

Vorgehen:

- Linearer Sweep



Public Transport: Diskussion Merge

Laufzeit

- Sweep-Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Public Transport: Diskussion Merge

Laufzeit

- Sweep-Algorithmus
- $\mathcal{O}(|I^f| + |I^g|)$
- Zum Vergleich: Zeitunabhängig: $\mathcal{O}(1)$

Speicherverbrauch

- Keine Schnittpunkte

$\Rightarrow$ Minimum-Funktion kann maximal $|I^f| + |I^g|$ Interpolationspunkte enthalten

Profil-Anfragen

Gegeben:
Zeitabhängiges Netzwerk $G = (V, E)$ und Startbahnhof S.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Profil-Anfragen

Gegeben:
Zeitabhängiges Netzwerk $G = (V, E)$ und Startbahnhof S.

Problem (Profil-Anfrage):
Berechne die *Reisezeitfunktion* $\text{dist}_S(v, \tau)$, so dass $\text{dist}_S(v, \tau)$ die Länge des kürzesten Weges von S nach v in G zur Abfahrtszeit τ an S für alle $\tau \in \Pi$ und $v \in V$ ist.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Profil-Anfragen

Gegeben:
Zeitabhängiges Netzwerk $G = (V, E)$ und Startbahnhof S.

Problem (Profil-Anfrage):
Berechne die *Reisezeitfunktion* $\mathrm{dist}_S(v, \tau)$, so dass $\mathrm{dist}_S(v, \tau)$ die Länge des kürzesten Weges von S nach v in G zur Abfahrtszeit τ an S für alle $\tau \in \Pi$ und $v \in V$ ist.

Bisheriger Ansatz:
Erweitere Dijkstra's Algorithmus zu Label-Correcting Algorithmus

- Benutze Funktionen statt Konstanten
- Verliert Label-Setting Eigenschaft von Dijkstra
- Deutlich langsamer als Dijkstra ($\approx$ Faktor 50)

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Hauptidee

Beobachtung: Jeder Reiseplan ab *S* (irgendwohin) beginnt mit einer *Verbindung* an *S*.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Hauptidee

Beobachtung: Jeder Reiseplan ab S (irgendwohin) beginnt mit einer *Verbindung* an S.

Naiver Ansatz

Für jede ausgehende Verbindung c_i an S: Separate Zeitanfrage mit Abfahrtszeit $\tau_{\text{dep}}(c_i)$.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Hauptidee

Beobachtung: Jeder Reiseplan ab S (irgendwohin) beginnt mit einer *Verbindung* an S.

Naiver Ansatz

Für jede ausgehende Verbindung c_i an S: Separate Zeitanfrage mit Abfahrtszeit $\tau_{\text{dep}}(c_i)$.

Nachteile

- Zu viele redundante Berechnungen
- Nicht jede Verbindung ab S trägt zu $\text{dist}_S(v, \cdot)$ bei
  Langsame Züge für weite Reisen machen wenig Sinn

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
6:30 8:30	7:04 8:30	9:26 14:28	10:34 14:28	11:08 14:28	12:42 14:28	13:01 16:46	13:58 16:46	16:46 23:30	18:24 23:30	19:20 23:30	21:08 23:30

Hauptidee

Beobachtung: Jeder Reiseplan ab S (irgendwohin) beginnt mit einer *Verbindung* an S.

Naiver Ansatz

Für jede ausgehende Verbindung c_i an S: Separate Zeitanfrage mit Abfahrtszeit $\tau_{\text{dep}}(c_i)$.

Nachteile

- Zu viele redundante Berechnungen
- Nicht jede Verbindung ab S trägt zu $\text{dist}_S(v, \cdot)$ bei
  Langsame Züge für weite Reisen machen wenig Sinn

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
6:30	7:04	9:26	10:34	11:08	12:42	13:01	13:58	16:46	18:24	19:20	21:08
8:30	8:30	14:28	14:28	14:28	14:28	16:46	16:46	23:30	23:30	23:30	23:30

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Hauptidee

Beobachtung: Jeder Reiseplan ab S (irgendwohin) beginnt mit einer *Verbindung* an S.

Naiver Ansatz

Für jede ausgehende Verbindung c_i an S: Separate Zeitanfrage mit Abfahrtszeit $\tau_{\text{dep}}(c_i)$.

Nachteile

- Zu viele redundante Berechnungen
- Nicht jede Verbindung ab S trägt zu $\text{dist}_S(v, \cdot)$ bei
  Langsame Züge für weite Reisen machen wenig Sinn

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30 8:30	7:04 8:30	9:26 14:28	10:34 14:28	11:08 14:28	12:42 14:28	13:01 16:46	13:58 16:46	16:46 23:30	18:24 23:30	19:20 23:30	21:08 23:30

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Hauptidee

Beobachtung: Jeder Reiseplan ab S (irgendwohin) beginnt mit einer *Verbindung* an S.

Naiver Ansatz

Für jede ausgehende Verbindung c_i an S: Separate Zeitanfrage mit Abfahrtszeit $\tau_{\text{dep}}(c_i)$.

Nachteile

- Zu viele redundante Berechnungen
- Nicht jede Verbindung ab S trägt zu $\text{dist}_S(v, \cdot)$ bei
  Langsame Züge für weite Reisen machen wenig Sinn

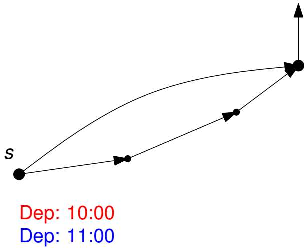
~~0~~	1	~~2~~	~~3~~	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~	11
~~6:30~~	7:04	~~9:26~~	~~10:34~~	~~11:08~~	12:42	~~13:01~~	13:58	~~16:46~~	~~18:24~~	~~19:20~~	21:08
~~8:30~~	8:30	~~14:28~~	~~14:28~~	~~14:28~~	14:28	~~16:46~~	16:46	~~23:30~~	~~23:30~~	~~23:30~~	23:30

(“Connection reduction”)

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Self-Pruning

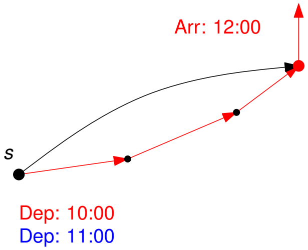
Beobachtung:
Verbindungen können sich dominieren.



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Self-Pruning

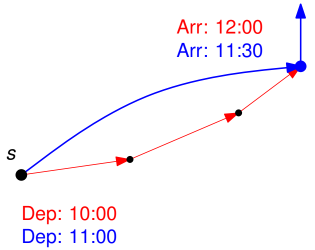
Beobachtung:
Verbindungen können sich dominieren.



Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Self-Pruning

Beobachtung:
Verbindungen können sich dominieren.



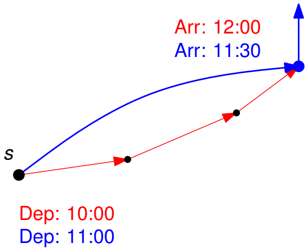
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Self-Pruning

Beobachtung:
Verbindungen können sich dominieren.

Einführung: **Self-Pruning** (SP):

1. Benutze eine gemeinsame Queue
2. Keys sind Ankunftszeiten
3. Sortiere Verbindungen c_i an S nach Abfahrtszeit



Beim Settlen von Knoten v und Verb.-Index i:
Prüfe ob v bereits gesettled mit Verbindung $j > i$; Dann **Prune** i an v

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Self-Pruning II

Karlsruher Institut für Technologie

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label maxconn(v) an jedem Knoten v
  Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update maxconn(v) beim Settlen von v

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Self-Pruning II

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label maxconn(v) an jedem Knoten v
  Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update maxconn(v) beim Settlen von v

Beim Settlen von Knoten v und Verb.-Index i:
Prüfe ob v bereits gesettled mit Verbindung $j > i$; Dann **Prune** i an v

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Self-Pruning II

Karlsruher Institut für Technologie

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label maxconn(v) an jedem Knoten v
  Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update maxconn(v) beim Settlen von v

Beim Settlen von Knoten v und Verb.-Index i:
Prüfe ob maxconn(v) $> i$; Dann **Prune** i an v

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Self-Pruning II

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label maxconn(v) an jedem Knoten v
  Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update maxconn(v) beim Settlen von v

Beim Settlen von Knoten v und Verb.-Index i:
Prüfe ob $\text{maxconn}(v) > i$; Dann **Prune** i an v

Wiederherstellung von Dijkstra's Label-Setting Eigenschaft pro Verbindung

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Self-Pruning II

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label maxconn(v) an jedem Knoten v
  Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update maxconn(v) beim Settlen von v

Beim Settlen von Knoten v und Verb.-Index i:
Prüfe ob $\text{maxconn}(v) > i$; Dann **Prune** i an v

Wiederherstellung von Dijkstra's Label-Setting Eigenschaft pro Verbindung

$\Rightarrow$ Self-Pruning Connection-Setting Algorithmus (SPCS)

Parallelisierung: Idee

Gegeben:

Shared Memory Processing mit p Cores

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Parallelisierung: Idee

Gegeben:
Shared Memory Processing mit p Cores

Idee:
Verteile Verbindungen c_i von S auf verschiedene Threads

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
6:30	7:04	9:26	10:34	11:08	12:42	13:01	13:58	16:46	18:24	19:20	21:08
Thread 0			Thread 1			Thread 2			Thread 3		

- Jeder Thread führt SPCS auf seiner Teilmenge der Verbindungen aus
- Ergebnisse werden im Anschluss zu $\text{dist}_S(v, \cdot)$ zusammengeführt
- Führe Connection Reduction auf gemergtem Ergebnis durch

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Stoppkriterium

Dijkstra's Algorithmus:
Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Stoppkriterium

Dijkstra's Algorithmus:
Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label $T_m := -\infty$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Stoppkriterium

Dijkstra's Algorithmus:
Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label $T_m := -\infty$
- Wenn Verbindung i an T abgearbeitet wird, setze $T_m := \max\{T_m, i\}$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Stoppkriterium

Dijkstra's Algorithmus:
Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label $T_m := -\infty$
- Wenn Verbindung i an T abgearbeitet wird, setze $T_m := \max\{T_m, i\}$
- Prune alle Verbindungen $j < T_m$ (an jedem Knoten)

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Stoppkriterium

Dijkstra's Algorithmus:
Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label $T_m := -\infty$
- Wenn Verbindung i an T abgearbeitet wird, setze $T_m := \max\{T_m, i\}$
- Prune alle Verbindungen $j < T_m$ (an jedem Knoten)
- Halte an, wenn Priority-Queue leer läuft

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

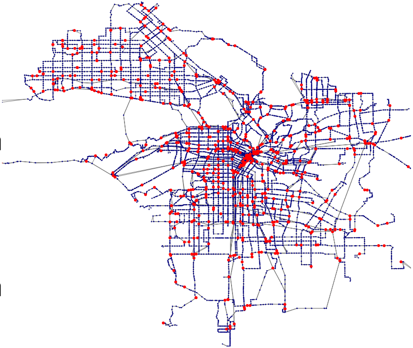
Eingabe

Netzwerk von **Los Angeles**:

- 15 581 Stationen,
- 1 046 580 elem. Verbindungen

Zugnetz von **Europa**:

- 30 517 Stationen,
- 1 775 533 elem. Verbindungen



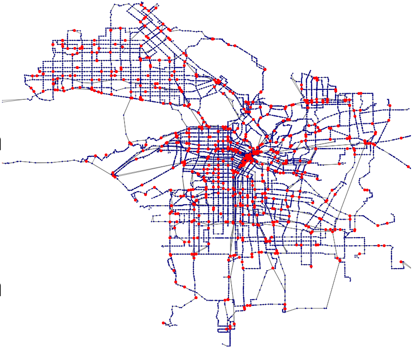
Eingabe

Netzwerk von **Los Angeles**:

- 15 581 Stationen,
- 1 046 580 elem. Verbindungen

Zugnetz von **Europa**:

- 30 517 Stationen,
- 1 775 533 elem. Verbindungen



Auswertung durch 1 000 Anfragen wobei Start- und Zielbahnhöfe gleichverteilt zufällig gewählt.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

One-to-All Anfragen

		Los Angeles				Europe			
	p	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev
PSPCS:	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
LC:	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

One-to-All Anfragen

		Los Angeles				Europe			
	p	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev
PSPCS:	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
LC:	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

- PSPCS deutlich weniger Verbindungen als LC

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

One-to-All Anfragen

	p	Los Angeles Settled Conns	Los Angeles Time [ms]	Los Angeles Spd Up	Los Angeles Std-Dev	Europe Settled Conns	Europe Time [ms]	Europe Spd Up	Europe Std-Dev
PSPCS:	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
LC:	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

- PSPCS deutlich weniger Verbindungen als LC
- PSPCS skaliert sehr gut mit zunehmender Anzahl Cores

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

One-to-All Anfragen

	p	Los Angeles Settled Conns	Los Angeles Time [ms]	Los Angeles Spd Up	Los Angeles Std-Dev	Europe Settled Conns	Europe Time [ms]	Europe Spd Up	Europe Std-Dev
PSPCS:	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
LC:	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

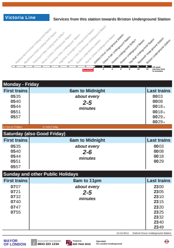
- PSPCS deutlich weniger Verbindungen als LC
- PSPCS skaliert sehr gut mit zunehmender Anzahl Cores

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Bis jetzt...

Erinnerung: Ein Fahrplan besteht aus

- Stops (Bahnhöfe, Bahnsteige, ...),
- Routen (Bus-, U-Bahn Linien, ...),
- Trips mit Abfahrt-/Ankunftszeiten,
- und Fußwegen zum Umsteigen.


Victoria Line
Services from this station towards Brixton Underground Station

Monday - Friday

First trains	6am to Midnight	Last trains
0535	about every	0003
0540	2-5	0008
0544	minutes	0018 a
0551		0018 b
0557		0029 a
		0029 b

a = not on Fridays b = only Friday

Saturday (also Good Friday)

First trains	6am to Midnight	Last trains
0535	about every	0003
0540	2-6	0008
0544	minutes	0018
0551		0029
0557		

Sunday and other Public Holidays

First trains	8am to 11pm	Last trains
0707	about every	2300
0721	2-5	2305
0732	minutes	2310
0740		2315
0747		2320
0755		2325
		2332
		2340
		2349

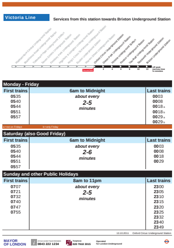
13.10.2011 Oxford Circus Underground Station

MAYOR OF LONDON
0843 222 1234
020 7918 3015

Bis jetzt. . .

Erinnerung: Ein Fahrplan besteht aus

- Stops (Bahnhöfe, Bahnsteige, . . .),
- Routen (Bus-, U-Bahn Linien, . . .),
- Trips mit Abfahrt-/Ankunftszeiten,
- und Fußwegen zum Umsteigen.



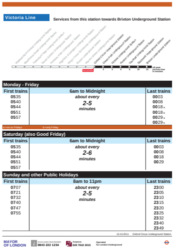
Earliest Arrival Problem:
Gegeben Stops s, t und Abfahrtszeit τ, berechne

- Route zu t die an s nicht früher als τ abfährt,
- und an t frühstmöglich ankommt.

Bis jetzt. . .

Erinnerung: Ein Fahrplan besteht aus

- Stops (Bahnhöfe, Bahnsteige, . . .),
- Routen (Bus-, U-Bahn Linien, . . .),
- Trips mit Abfahrt-/Ankunftszeiten,
- und Fußwegen zum Umsteigen.



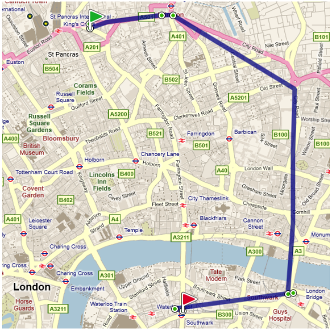
Earliest Arrival Problem:
Gegeben Stops s, t und Abfahrtszeit τ, berechne

- Route zu t die an s nicht früher als τ abfährt,
- und an t frühstmöglich ankommt.

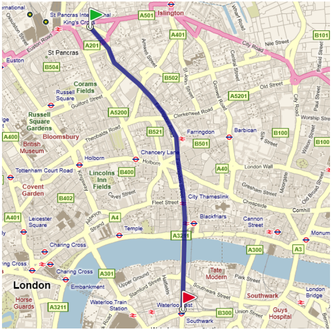
Reicht uns das?

Einbeziehen von Umstiegen

Umstiege zu betrachten ist wichtig!



Ankunft 11:08 Uhr, 2 Umstiege

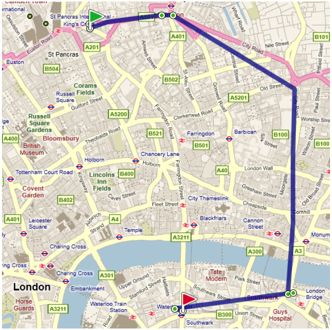


Ankunft 11:09 Uhr, 0 Umstiege

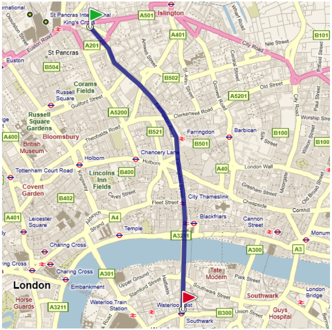
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Einbeziehen von Umstiegen

Umstiege zu betrachten ist wichtig!



Ankunft 11:08 Uhr, 2 Umstiege



Ankunft 11:09 Uhr, 0 Umstiege

Idee: Berechne „gute“ Routen für Ankunftszeit *und* Anzahl Umstiege.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Wiederholung – Pareto-Menge

Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge M von n-Tupeln heißt ein Tupel $m_i = (x_1, \ldots, x_n) \in M$ *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes $m_j \in M$ gibt, so dass m_j in allen Werten besser als m_i ist (m_j *dominiert* m_i).

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Wiederholung – Pareto-Menge

Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge M von n-Tupeln heißt ein Tupel $m_i = (x_1, \ldots, x_n) \in M$ *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes $m_j \in M$ gibt, so dass m_j in allen Werten besser als m_i ist (m_j *dominiert* m_i).

Die Menge M heißt *Pareto-Menge*, wenn alle $m \in M$ Pareto-optimal.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Wiederholung – Pareto-Menge

Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge M von n-Tupeln heißt ein Tupel $m_i = (x_1, \dots, x_n) \in M$ *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes $m_j \in M$ gibt, so dass m_j in allen Werten besser als m_i ist (m_j *dominiert* m_i).

Die Menge M heißt *Pareto-Menge*, wenn alle $m \in M$ Pareto-optimal.

Beispiel: Betrachte Tupel aus Ankunftszeit und # Umstiege.

$M = \{(14{:}00\ \text{Uhr}, 5),\ (15{:}13\ \text{Uhr}, 3),\ (13{:}45\ \text{Uhr}, 4),\ (15{:}15\ \text{Uhr}, 0)\}.$

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Wiederholung – Pareto-Menge

Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge M von n-Tupeln heißt ein Tupel $m_i = (x_1, \ldots, x_n) \in M$ *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes $m_j \in M$ gibt, so dass m_j in allen Werten besser als m_i ist (m_j *dominiert* m_i).

Die Menge M heißt *Pareto-Menge*, wenn alle $m \in M$ Pareto-optimal.

Beispiel: Betrachte Tupel aus Ankunftszeit und # Umstiege.

$M = \{(14{:}00\text{ Uhr}, 5), (15{:}13\text{ Uhr}, 3), (13{:}45\text{ Uhr}, 4), (15{:}15\text{ Uhr}, 0)\}$.

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Wiederholung – Pareto-Menge

Definition (Pareto-Optimum)

Zu einer Menge M von n-Tupeln heißt ein Tupel $m_i = (x_1, \dots, x_n) \in M$ *Pareto-Optimum*, wenn es kein anderes $m_j \in M$ gibt, so dass m_j in allen Werten besser als m_i ist (m_j *dominiert* m_i).

Die Menge M heißt *Pareto-Menge*, wenn alle $m \in M$ Pareto-optimal.

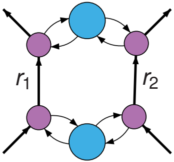
Beispiel: Betrachte Tupel aus Ankunftszeit und # Umstiege.

$M = \{(14{:}00 \text{ Uhr}, 5), (15{:}13 \text{ Uhr}, 3), (13{:}45 \text{ Uhr}, 4), (15{:}15 \text{ Uhr}, 0)\}.$

Wie effizient berechnen?

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

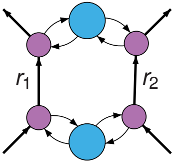
Multi-Label-Correcting Ansatz



Idee

- Benutze (zeitabhängiges) Graphmodell
- Grundlage: Dijkstra's Algorithmus

Multi-Label-Correcting Ansatz



Idee

- Benutze (zeitabhängiges) Graphmodell
- Grundlage: Dijkstra's Algorithmus

...aber...

- Label ℓ sind 2-Tupel aus Ankunftszeit und # Umstiege
- An jedem Knoten $u \in V$: Pareto-Menge B_u von Labeln
- Priority Queue verwaltet Label statt Knoten
- Priorität ist Ankunftszeit
  (Wieder: keine Totalordnung der Label $\Rightarrow$ Label-correcting Algo)
- Dominanz von Labeln in B_u on-the-fly

Multi-Label-Correcting (MLC)

$\text{MLC}(G = (V, E), s, \tau)$

$B_u \leftarrow \{\}$ for each $u \in V$; $B_s \leftarrow \{(\tau, 0)\}$
$Q.clear(), Q.insert(s, (\tau, 0))$

while $!Q.empty()$ **do**
    u and $\ell = (\tau, tr) \leftarrow Q.deleteMin()$
    for *all edges* $e = (u, v) \in E$ **do**
        if *e is a transfer edge* **then** $tr' \leftarrow tr + 1$
        else $tr' \leftarrow tr$
        $\ell' \leftarrow (\tau + \text{len}(e, \tau), tr')$
        if *ℓ' is not dominated by any $\ell'' \in B_v$* **then**
            $B_v.insert(\ell')$
            Remove non-Pareto-optimal labels from B_v
            $Q.insert(v, \ell')$

Diskussion: MLC

Diskussion:

- Pareto-Mengen B_u sind *dynamische* Datenstrukturen $\rightsquigarrow$ teuer!
- Sehr viele Queue-Operationen
- Testen der Dominanz in $\mathcal{O}(|B_u|)$ möglich
- Stoppkriterium?

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Diskussion: MLC

Diskussion:

- Pareto-Mengen B_u sind *dynamische* Datenstrukturen $\rightsquigarrow$ teuer!
- Sehr viele Queue-Operationen
- Testen der Dominanz in $\mathcal{O}(|B_u|)$ möglich
- Stoppkriterium?

Verbesserungen für MLC:

- Jedes B_u verwaltet bestes ungesettletes Label selbst
  $\Rightarrow$ Priority Queue auf Knoten statt Labeln
- Label-Forwarding:
  Wenn Kante keine Kosten hat, überspringe Queue
- Target-Pruning:
  An Knoten u, verwerfe Label ℓ', wenn B_t dominiert ℓ'

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Ankündigung

Gastvortrag von: Christian Sommer, PhD

Separators in Planar Graphs and Road Networks

Freitag, 26.6.2015, 15:00 Uhr, SR 301

Nächste Vorlesung

Karlsruher Institut für Technologie

Mittwoch, 24.6.2015

Literatur I

Daniel Delling, Bastian Katz, and Thomas Pajor.
Parallel computation of best connections in public transportation networks.
ACM Journal of Experimental Algorithmics, 17(4):4.1–4.26, July 2012.

Yann Disser, Matthias Müller–Hannemann, and Mathias Schnee.
Multi-criteria shortest paths in time-dependent train networks.
In *Proceedings of the 7th Workshop on Experimental Algorithms (WEA'08)*, volume 5038 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 347–361. Springer, June 2008.

Daniel Delling, Thomas Pajor, and Dorothea Wagner.
Engineering time-expanded graphs for faster timetable information.
In *Robust and Online Large-Scale Optimization*, volume 5868 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 182–206. Springer, 2009.

Evangelia Pyrga, Frank Schulz, Dorothea Wagner, and Christos Zaroliagis.
Efficient models for timetable information in public transportation systems.
ACM Journal of Experimental Algorithmics, 12(2.4):1–39, 2008.