Karlsruher Institut für Technologie

Algorithmen für Routenplanung

9. Sitzung, Sommersemester 2015

Moritz Kobitzsch (kobitzsch@kit.edu) | 20. Mai 2015

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK · PROF. DR. PETER SANDERS

Wiederholung Punkt-zu-Punkt

Anfrage:

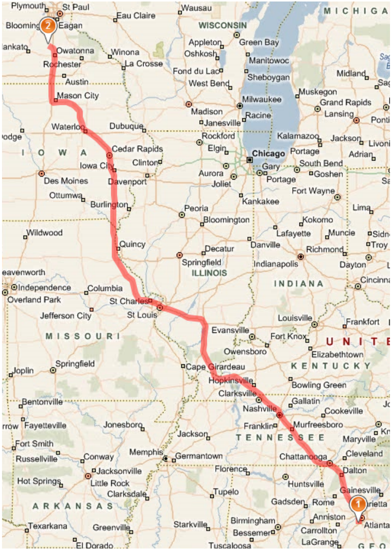
- finde die beste Route in einem Transportnetz

Idee:

- Netzwerk als Graph $G = (V, E)$
- Kantengewichte sind Reisezeiten
- kürzester Weg in G entspricht schnellster Verbindung

Ergebnisse:

- schnelle Algorithmen existieren



Alternativ-Routen

Anfrage:

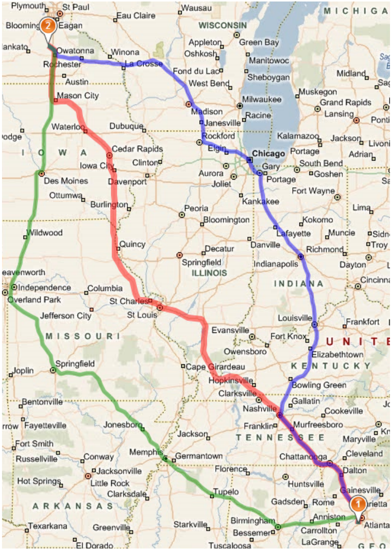
- finde gute Alternativen in einem Transportnetz

Problem:

- der kürzeste Weg ist wohl definiert
- Was aber ist eine gute Alternative?
- Problem erscheint rein heuristischer Natur
- nur auf den ersten Blick

Ziele:

- lieber keine als schlechte Routen zeigen
- sollte nicht deutlich langsamer als Punkt-zu-Punkt sein



Erste Ansätze

Karlsruher Institut für Technologie

Berechne k-kürzeste Wege

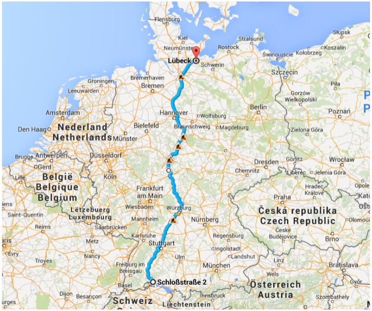
+ Wege sind möglichst kurz
- oft erst für hohes k relevant

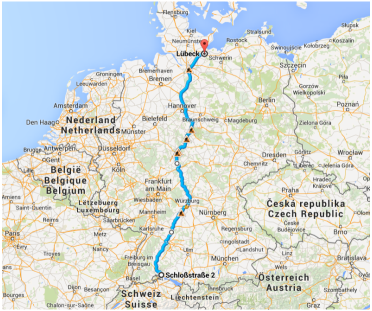
Erste Ansätze

Karlsruher Institut für Technologie

Berechne k-kürzeste Wege

+ Wege sind möglichst kurz
- oft erst für hohes k relevant

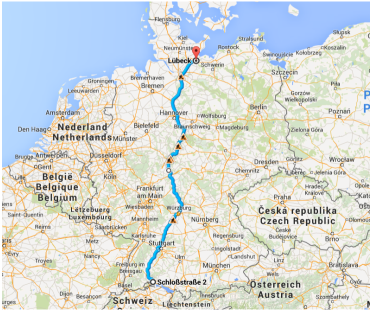


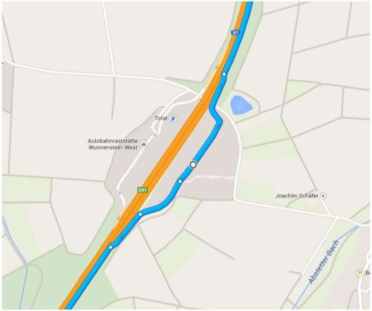


Erste Ansätze

Berechne k-kürzeste Wege

+ Wege sind möglichst kurz
- oft erst für hohes *k* relevant





Erste Ansätze

Optimiere verschiedene Metriken

- z.B. schnellster und kürzester Weg

\+ bedient verschiedene Vorlieben

\- verpasst interessante Alternativen

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

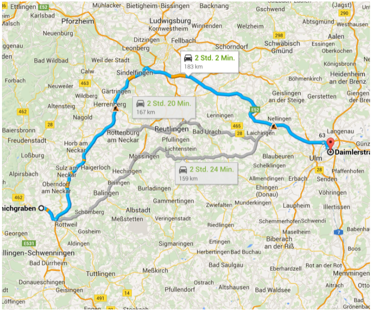
Erste Ansätze

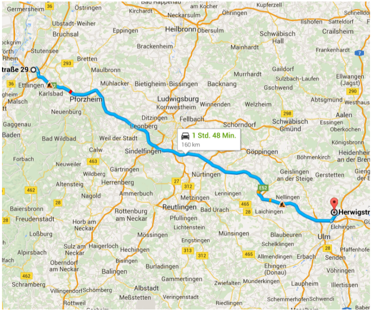
Optimiere verschiedene Metriken

- z.B. schnellster und kürzester Weg

\+ bedient verschiedene Vorlieben

\- verpasst interessante Alternativen

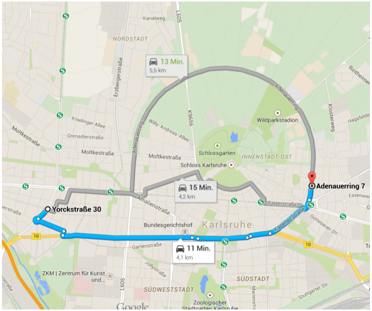


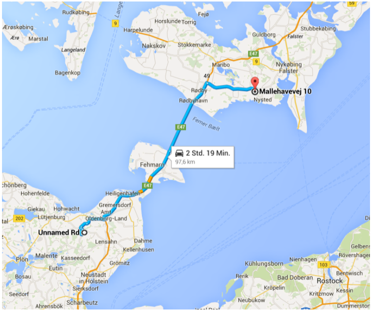


Erste Ansätze

Disjunkte Pfade

+ stark unterschiedliche Pfade
- verpasst interessante Alternativen

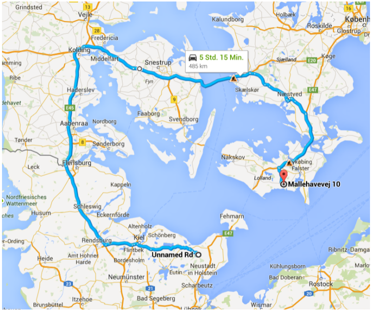


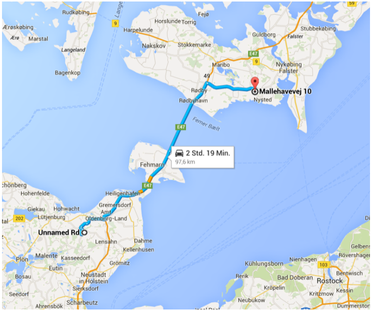


Erste Ansätze

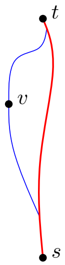
Disjunkte Pfade

+ stark unterschiedliche Pfade
- verpasst interessante Alternativen





Ansätze in der Praxis

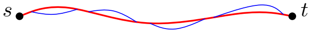


Via-Knoten

- nutze dritten Knoten
- berechne zusammengesetzten Pfad
- Problem: Woher kommt dieser Knoten?

Penalisierung

- verlangsame einzelne Segmente künstlich
- Gefahr vieler kleiner Umleitungen



Und wie?

- was macht eine gute Alternative aus (Qualität)
- wie berchnen wir sie schnell (Quantität)

Intuition

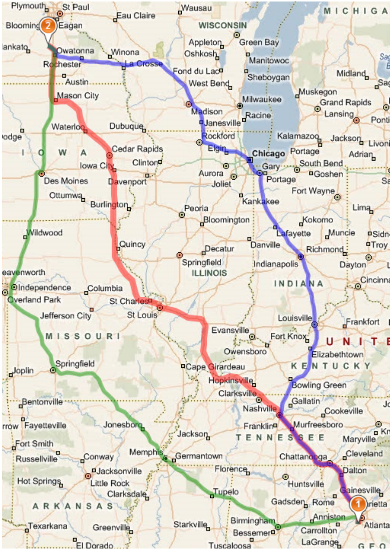
Alternativen sollten erfüllen:

- nicht viel länger als der kürzeste Weg
- signifikant verschieden

Erste Idee:

- finde einen Pfad, der Länge und Gemeinsamkeit minimiert
  - maximal x% länger
  - teilt maximal y%

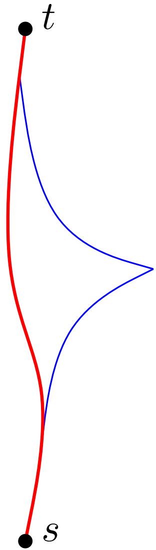
Ist das genug?



Das dritte Kriterium

Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- "Diese Strecke macht doch keinen Sinn.
  Das kann ich besser!"



Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben

$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege

Das dritte Kriterium

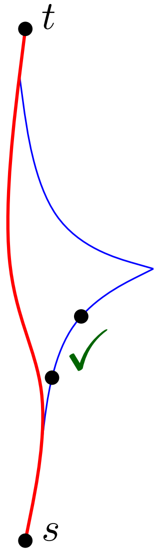
Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- “Diese Strecke macht doch keinen Sinn.
  Das kann ich besser!”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben

$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege



Das dritte Kriterium

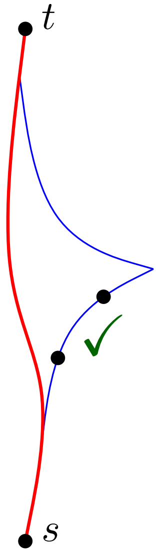
Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- “Diese Strecke macht doch keinen Sinn. Das kann ich besser!”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben

$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege



Das dritte Kriterium

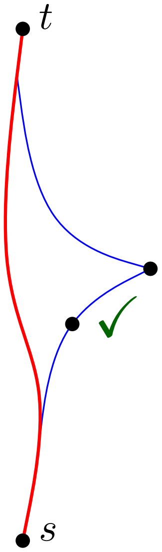
Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- “Diese Strecke macht doch keinen Sinn.
  Das kann ich besser!”

Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben

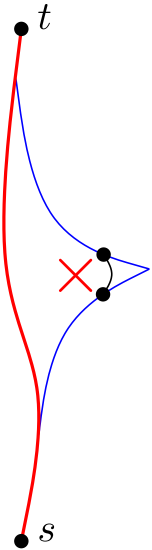
$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege



Das dritte Kriterium

Problem:

- Routen können seltsam aussehen
- sogar wenn sie verschieden und kurz sind
- lokale Umwege
- “Diese Strecke macht doch keinen Sinn.
  Das kann ich besser!”



Idee:

- kurze Subpfade müssen kürzeste Pfade sein
- beliebige Paare von Knoten auf dem Pfad sollen kleinen stretch haben

$\Rightarrow$ keine unnötigen lokalen Umwege

Formelle Qualitätseigenschaften

Eigenschaften eines Pfades P

- **Gemeinsamkeit:**
  der gemeinsame Teil von P und dem kürzestem Pfad Opt

$$\sigma(P) := \ell(Opt \cap P) \leq \alpha \cdot \ell(Opt), 0 \leq \alpha \leq 1$$

- **Lokale Optimalität:**
  für alle $u, v \in P$: wenn $\ell(P_{uv}) < lo(P)$, dann ist P_{uv} ein kürzester Pfad

$$lo(P) := \min_{u,v \in P} \{\ell(P_{uv}) \mid P_{uv} \text{ ist kein kürzester Pfad}\} + 1$$

- **uniformly bounded stretch:**
  der stretch zwischen beliebigen zwei Knoten auf P muss klein sein

$$ubs(P) := \max_{u,v \in P} \{\ell(P_{uv}) / \operatorname{dist}(u, v)\} \leq 1 + \varepsilon$$

Eine gute Alternative erfüllt diese Kriterien möglichst gut
(Linearkombination der Parameter bestimmt eine Gütefunktion)

Formelle Qualitätseigenschaften

Karlsruher Institut für Technologie

Eigenschaften eines Pfades P

- **Gemeinsamkeit:**
  der gemeinsame Teil von P und dem kürzestem Pfad Opt

$$\sigma(P) := \ell(Opt \cap P) \leq \alpha \cdot \ell(Opt), 0 \leq \alpha \leq 1$$

- **Lokale Optimalität:**
  für alle $u, v \in P$: wenn $\ell(P_{uv}) < lo(P)$, dann ist P_{uv} ein kürzester Pfad

$$lo(P) := \min_{u,v \in P} \{\ell(P_{uv}) \mid P_{uv} \text{ ist kein kürzester Pfad}\} + 1$$

- **uniformly bounded stretch:**
  der stretch zwischen beliebigen zwei Knoten auf P muss klein sein

$$ubs(P) := \max_{u,v \in P} \{\ell(P_{uv}) / \operatorname{dist}(u, v)\} \leq 1 + \varepsilon$$

Eine gute Alternative erfüllt diese Kriterien möglichst gut
(Linearkombination der Parameter bestimmt eine Gütefunktion)

Formelle Qualitätseigenschaften

Eigenschaften eines Pfades P

- **Gemeinsamkeit:**
  der gemeinsame Teil von P und dem kürzestem Pfad Opt

$$\sigma(P) := \ell(Opt \cap P) \leq \alpha \cdot \ell(Opt), 0 \leq \alpha \leq 1$$

- **Lokale Optimalität:**
  für alle $u, v \in P$: wenn $\ell(P_{uv}) < lo(P)$, dann ist P_{uv} ein kürzester Pfad

$$lo(P) := \min_{u,v \in P} \{\ell(P_{uv}) \mid P_{uv} \text{ ist kein kürzester Pfad}\} + 1$$

- **uniformly bounded stretch:**
  der stretch zwischen beliebigen zwei Knoten auf P muss klein sein

$$ubs(P) := \max_{u,v \in P} \{\ell(P_{uv}) / \operatorname{dist}(u, v)\} \leq 1 + \varepsilon$$

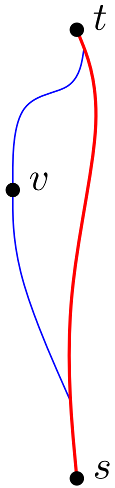
Eine gute Alternative erfüllt diese Kriterien möglichst gut
(Linearkombination der Parameter bestimmt eine Gütefunktion)

Bestimmung von Kandidaten

Probleme:

- hohe Anzahl von möglichen Pfaden
- effiziente Berechnung von lokaler Optimalität and UBS?
  - $|P|$ Dijkstra Suchen
  - $|P|^2$ p2p Anfragen
  - Many-to-Many?

  $\Rightarrow$ zu langsam



Single via paths:

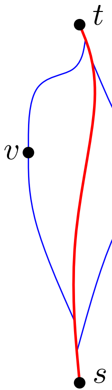
- Konkatenation von zwei kürzesten Pfaden: s–v und v–t
- Eigenschaften:
  - lineare Anzahl Pfade
  - Einzelner Pfad ist definiert durch via Knoten v (Notation: P_v)
  - lokal optimal von s nach v und v nach t
  - Verletzungen nur um v herum
  - Alternativen können effizient berechnet werden
    (Punkt zu Punkt Anfrage)

Single Via Paths

2-Approximation von lokaler Optimalität:

- wähle zwei Knoten $u, w \in P_v$ die T von v entfernt sind
- überprüfe ob der kürzeste Pfad von u nach w v enthält
  - **JA:** P_v ist T-lokal optimal
  - **NEIN:** P_v ist nicht $2T$-lokal optimal

$\Rightarrow$ schneller Test für lokale Optimalität



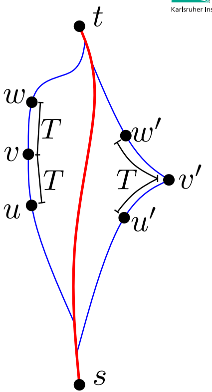
Maximale lokale Optimalität in logarithmischer Zeit zur Länge des weges bestimmbar

Single Via Paths

2-Approximation von lokaler Optimalität:

- wähle zwei Knoten $u, w \in P_v$ die T von v entfernt sind
- überprüfe ob der kürzeste Pfad von u nach w v enthält
  - **JA:** P_v ist T-lokal optimal
  - **NEIN:** P_v ist nicht $2T$-lokal optimal

$\Rightarrow$ schneller Test für lokale Optimalität



Maximale lokale Optimalität in logarithmischer Zeit zur Länge des weges bestimmbar

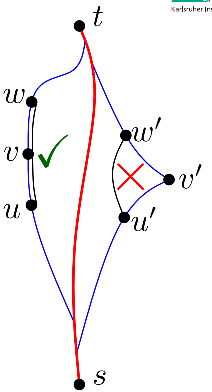
Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Single Via Paths

2-Approximation von lokaler Optimalität:

- wähle zwei Knoten $u, w \in P_v$ die T von v entfernt sind
- überprüfe ob der kürzeste Pfad von u nach w v enthält
  - **JA:** P_v ist T-lokal optimal
  - **NEIN:** P_v ist nicht $2T$-lokal optimal

$\Rightarrow$ schneller Test für lokale Optimalität



Maximale lokale Optimalität in logarithmischer Zeit zur Länge des weges bestimmbar

Uniformly Bounded Stretch

Karlsruher Institut für Technologie

Lemma (Uniformly Bounded Stretch)

Wenn $\ell(P_v) = (1 + \epsilon)\,\text{dist}(s, t)$ und $lo(P_v) = \beta \cdot \text{dist}(s, t)$ gilt, dann ist der UBS von P_v maximal $\beta/(\beta - \epsilon)$.

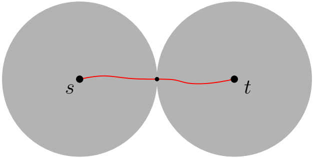
$\Rightarrow$ es reicht in der Praxis die Pfadlänge zu betrachten, also den absoluten Stretch. Wir müssen nicht prüfen, ob jeder Teilpfad auch relativ begrenzten Stretch hat (def uniformly bounded).

Kandidaten können getestet werden. Aber woher bekommen wir diese Kandidaten?

Prinzip Bidirektionale Suche

Relaxiertes Stop-Kriterium

- suche bidirektional
- stoppe sobald Radii größer als $(1 + \epsilon)\ell(Opt)$



Finde Alternative:

- für alle v, die von beiden Suchen gescannt worden sind:
  - berechne Pfadlänge $\ell(P_v)$, Gemeinsamkeit $\sigma(P_v)$, und mache T-test
  - entferne alle v die die harten constraints verletzen
- finde besten P_v anhand der Optimierungsfunktion f

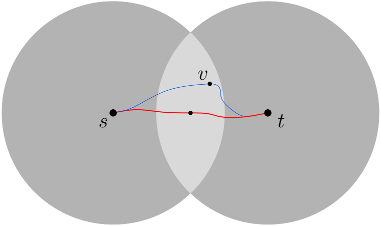
Problem:

- Anzahl der Kandidaten ist sehr hoch (Dijkstra: $\approx 1M$)
- Interaktion mit CH, CRP?

Prinzip Bidirektionale Suche

Relaxiertes Stop-Kriterium

- suche bidirektional
- stoppe sobald Radii größer als $(1 + \epsilon)\ell(Opt)$



Finde Alternative:

- für alle v, die von beiden Suchen gescannt worden sind:
  - berechne Pfadlänge $\ell(P_v)$, Gemeinsamkeit $\sigma(P_v)$, und mache T-test
  - entferne alle v die die harten constraints verletzen
- finde besten P_v anhand der Optimierungsfunktion f

Problem:

- Anzahl der Kandidaten ist sehr hoch (Dijkstra: $\approx 1M$)
- Interaktion mit CH, CRP?

Alternativen mit CH

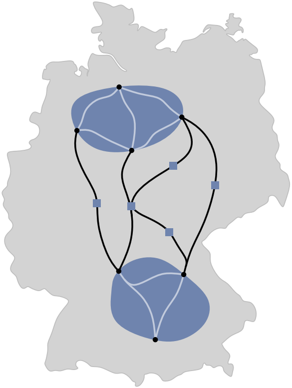
Probleme

- gegenläufige Ziele

$\Rightarrow$ wenige gute Kandidaten im Schnitt der Suchräume

- Relaxierung impliziert Trade-Off:
  Menge guter Kandidaten $\Leftrightarrow$ Rechenzeit
- Nicht alle Distanzen korrekt

$\Rightarrow$ für jeden Kandidaten ist eine Rekonstruktion durch der Pfade durch 2 Queries nötig (z.B. $s{\uparrow}$-$v{\downarrow}$, $v{\uparrow}$-$t{\downarrow}$)



Mögliche Ansätze

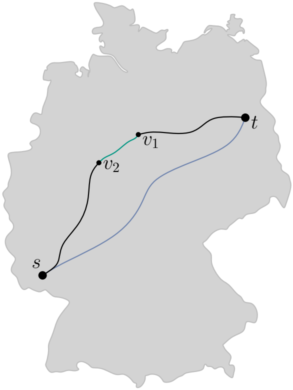
- heuristische Ordnung
- Vorberechnung von Kandidaten auf Basis von Regionen
  Dennis Luxen, Dennis Schieferdecker:
  Candidate Sets for Alternative Routes in Road Networks

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

Plateaux und der T-Test

Beobachtung

- sich überschneidende Pfade implizieren lokale Optimalität
- der Schnitt von P_{s,v_1} mit $P_{v_2,t}$ definiert ein Plateau
- T-test garantiert für mindestens $T \geq \ell(P_{v_2,v_1})$



Integration

- benötigt optimale Suchbäume
- einfach mit Dijkstra
  $\Rightarrow$ ermöglicht Linearzeitverfahren
- CH: komplex, aber möglich
  (Grundlage: vollständiges Entpacken des Suchraums:
  Kobitzsch: **An Alternative Approach to Alternative Routes: HiDAR**)
- CRP: Plateaux nur auf Basis von Zellen

Ein Paar Zahlen

Karlsruher Institut für Technologie

algorithm	first: time [ms]	first: success rate [%]	second: time [ms]	second: success rate [%]	third: time [ms]	third: success rate [%]
X-BDV	11 451.5	94.5	12 225.9	80.6	13 330.9	59.6
X-CHV	16.9	90.7	20.3	70.1	22.1	42.3
HiDAR	18.2	91.5	18.2	75.7	18.2	55.9

Alternativen durch Penalisierung

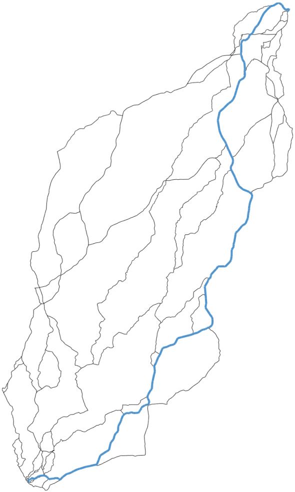
wie Penalisieren

- Problem lokaler Umfahrungen

$\Rightarrow$ einfach: bestrafe angrenzende Segmente

- verpassen guter Alternativen durch falsche Strafen
- lokale Optimalität unter Penalisierung

$\Rightarrow$ vielleicht nicht die einzige Wahrheit (z.B. Landstrasse neben einer Autobahn)



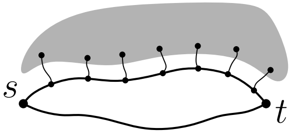
algorithmische Umsetzung

- hochgradig dynamisches Verfahren
- ist die Benutzung von Beschleunigungstechniken überhaupt noch möglich?

Penalisierung

Grundtypen

- Pfadpenalty
  - skalierender Faktor
  - unabhängig von Graphrepräsentation
- Rejoin-Penalty
  - additive Strafe
  - relativ zur Weglänge ($\ell(P)$)
  - verhindert minimale Umfahrungen
  - asymmetrisch in Abhängigkeit zur Distanz in Richtung Start-/Zielpunkt

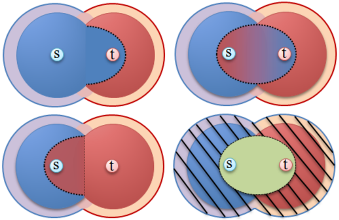


Bader etal.: **Alternative Route Graphs in Road Networks**

Implementierung

Bidirectional Pruning

- lokalisiere $v \in V$ mit $\ell(P_{s,v}) + \ell(P_{v,t}) \leq (1+\epsilon)\ell(P_{s,t})$
- machbar über Dijkstra oder A*



Probleme

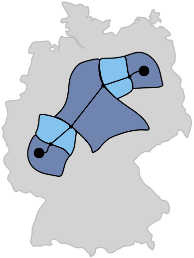
- reduziert Problemgröße nicht stark genug
- praktikabel nur für kurze Wegstrecken
  (bis 300km schon durchschnittlich bis zu 700 ms)

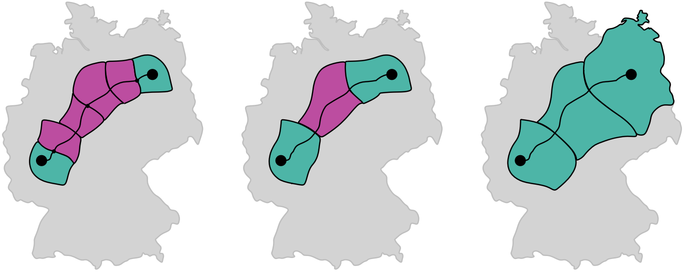
Andreas Paraskevopoulos and Christos Zaroliagis:
Improved Alternative Route Planning

Implementierung

Getunetes CRP

- update nur was absolut nötig ist
  - bei kurzen Wegen weniger Level
  - nicht source/target Zellen
- nutze SSE und Parallelität
- Zellgrößen angepasst an das Problem

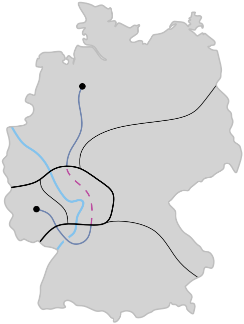




Implementierung

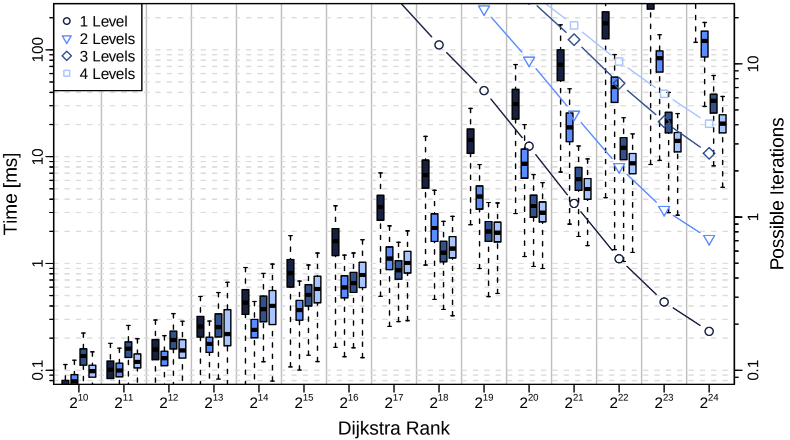
Vorsicht bei Suche

- Abstiegt in Richtung Start und Ziel
- Trade-off zwischen Suche und Update

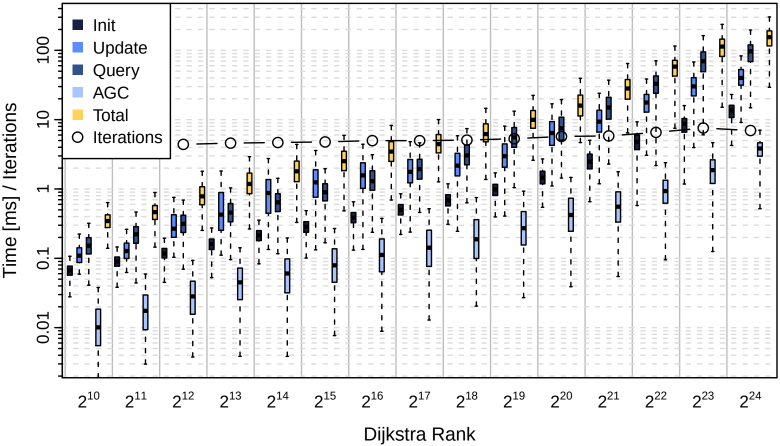


Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik

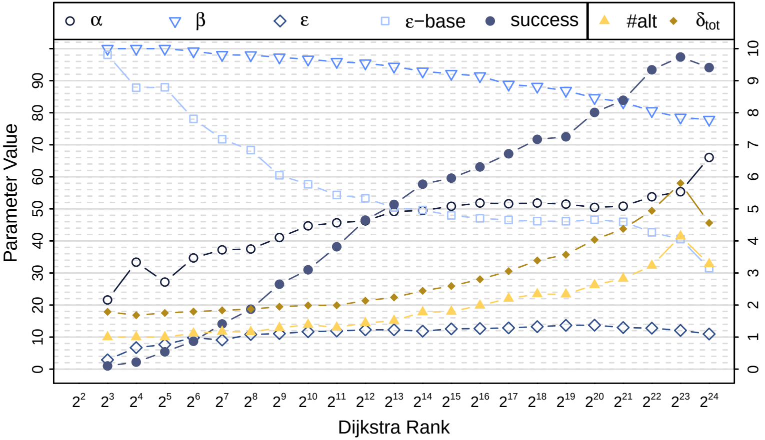
Penalization



Penalization

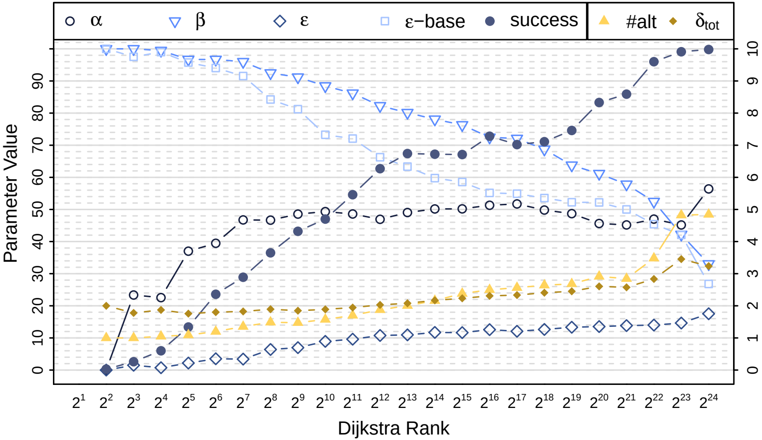


Qualität Via



α gemeinsamer Anteil – β lokale Optimalität – ϵ Verlangsamung
ϵ-base Segmentlänge mit größter Verlangsamung

Qualität Penalty



Zusammenfassung Alternativ-Routen

- Definition von Alternativ-Pfaden
- UBS, Gemeinsamkeit, Lokale Optimalität
- effiziente Algorithmen für single via Pfade
  - nicht viel langsamer als Punkt-zu-Punkt anfragen
  - Verschiedene Methoden (Plateaux, Vorberechnung, Heuristisch)
- Penalisierung von Pfaden
  - Verschiedene Grundarten
  - Effiziente Implementierung auf CRP

Literatur

Karlsruher Institut für Technologie

Alternativrouten:

- Ittai Abraham, Daniel Delling, Andrew V. Goldberg, Renato F. Werneck
  Alternative Routes in Road Networks
- Dennis Luxen, Dennis Schieferdecker
  Candidate Sets for Alternative Routes in Road Networks
- Moritz Kobitzsch
  An Alternative Approach to Alternative Routes: HiDAR
- Moritz Kobitzsch, Marcel Radermacher, Dennis Schieferdecker
  Evolution and Evaluation of the Penalty Method for Alternative Graphs

Nächste Termine

Mittwoch, 27.05.2015

Montag, 01.06.2015
Montag, 08.06.2015

Institut für Theoretische Informatik
Lehrstuhl Algorithmik