

Übungsblatt 12 - Well Separated Pair Decomposition

Ausgabe: 01. Juli 2014

Abgabe: 08. Juli 2014

1 Grundlegendes

Sei $s > 0$ gegeben und sei $x := 2/s + 1$. Außerdem sei $S := \{x^i \mid 0 \leq i \leq n - 1, i \in \mathbb{N}\}$. Sei $\{A_j, B_j\}$ für $1 \leq j \leq m$ eine beliebige s -WSPD für S . Zeigen Sie, dass folgende Gleichung gilt:

$$\sum_{j=1}^m (|A_j| + |B_j|) = \binom{n}{2} + m$$

Hinweis: Für jedes j ist wenigstens eine der Mengen A_j oder B_j ein Singleton.

2 Nachbarn I

Sei P eine n -elementige Menge von Punkten aus dem \mathbb{R}^d . Sei $p \in P$ und der Punkt $q \in P$ der nächste Nachbar von p in P (d.h., $|pq| = \min\{|pr| : r \in P, r \neq p\}$). Betrachten Sie nun eine beliebige s -WSPD für P mit $s > 2$.

- Sei $\{A, B\}$ ein Paar in dieser Dekomposition. Dabei liege der Punkt p in A und der Punkt q in B . Zeigen Sie, dass dann in A nur der Punkt p enthalten sein kann.
- Nutzen Sie das Ergebnis aus a) um zu zeigen, dass die Größe einer beliebigen s -WSPD für P mit $s > 2$ mindestens $n/2$ ist.

3 Nachbarn II

Sei P erneut eine n -elementige Menge von Punkten aus dem \mathbb{R}^d . Außerdem seien die Punkte $p, q \in P$ das Paar von Punkten das minimalen Abstand zueinander hat (d.h., $\min\{|ab| : a, b \in P, a \neq b\}$). Betrachten Sie eine beliebige s -WSPD \mathcal{W} für P mit $s > 2$. Zeigen Sie, dass \mathcal{W} das Paar $\{\{p\}, \{q\}\}$ enthalten muss.