Übungsblatt 7 - Point Location

Ausgabe: 27. Mai 2014
Abgabe: 03. Juni 2014

1 Keine Vorberechnung

In der Vorlesung wurde ein Algorithmus besprochen, der das *poin location* Problem mit Hilfe eines Vorberechnungsschritts löst. Im Folgenden werden wir annehmen, dass sowohl die Polygon-Unterteilungen als auch der Punkt für die Punktanfrage gleichzeitig mitgeteilt werden. Deshalb lohnt sich der Vorberechnungsschritt nicht mehr. [**Gilt auch für Aufgaben 2 und 3**].

Sei P ein einfaches Polygon bestehend aus n Knoten und sei q der Anfrage-Punkt. Es folgt eine schriftliche Beschreibung eines Algorithmus' der bestimmt ob q im Inneren von P liegt:
Sei $\rho := \{(q_x + \lambda, q_y) : \lambda > 0\}$ (horizontale Kante die durch die Punkt q verläuft). Ermittle für jede Kante e des Polygons P ob sie ρ schneidet. Ist die Gesamtanzahl der Kanten aus P die ρ schneiden ungerade, so liegt q im Inneren von P.

a) Zeigen Sie die Korrektheit des Algorithmus.

b) Erklären Sie wie man mit degenierten Fällen umgeht (Ein Beispiel für einen degenierten Fall ist, dass ρ einen Endpunkt einer Kante schneidet.)

c) Bestimmen Sie die Laufzeit dieses Verfahrens.

2 Spezielle Polygone

Sei P ein *konvexes* Polygon bestehend aus n Knoten. Die Knoten sind in sortierten Reihenfolge (bzgl. des Rands des Polygons) gegeben.

a) Zeigen Sie, dass man in $\mathcal{O}(\log n)$ Zeit bestimmen kann, ob ein gegebener Punkt q innerhalb von P liegt.

b) Kann man das Resultat aus a) für den Fall verallgemeinern, dass P kein konvexes, sondern ein y-monotones Polygon ist? [Erläutern]

Bitte wenden

3 Spezielle Polygone II

Ein Polygon P heißt *sternförmig*, wenn es einen Punkt p im Inneren von P gibt, so dass für jeden anderen Punkt q im Inneren von P gilt, dass die Verbindungsstrecke pq vollständig in P enthalten ist. Nehmen Sie im Folgenden an, dass solch ein Punkt p zusammen mit einem sternförmigen Polygon P gegeben ist.

a) Zeigen Sie, dass man in $\mathcal{O}(\log n)$ Zeit bestimmen kann ob ein Punkt q im Inneren von P liegt oder nicht.

b) Was ist, wenn der Punkt p nicht gegeben ist? Kann man das Verfahren aus a) so anpassen, dass es auch ohne den Punkt p funktioniert? [Erläutern]

4 Das Ray-Shooting Problem

Das *ray shooting* Problem tritt häufig beim Rendern von computergenerierten 3D-Grafiken auf. Die 2D Variante lautet wie folgt: Verwalte eine Menge S bestehend aus n sich nicht schneidenden Streckensegmenten so, dass man schnell eine Anfrage vom folgenden Typ beantworten kann: "Gegegeben ein query-Strahl ρ–eine Halbgerade die in einem Punkt startet. Finde das erste Segment aus S, das von ρ geschnitten wird."

Im Folgenden betrachten wir nur das *vertical* ray shooting Problem bei dem der query-Strahl nur vertikal "geschossen" wird. Das bedeutet insbesondere, dass für solch eine Anfrage nur der Startpunkt definiert werden muss.

a) Geben Sie eine Datenstruktur für das vertical ray shooting Problem an. Geben Sie eine möglichst scharfe Schranke für die worst-case Laufzeit und den worst-case Speicherplatzverbrauch an.

b) Kann man den Ansatz aus a) so modifizieren, dass er auch funktioniert, wenn die Streckensegmente sich schneiden dürfen?