Karlsruher Institut für Technologie
Fakultät für Informatik
ITI Wagner

Algorithmische Geometrie
Sommersemester 2014
Martin Nöllenburg/Benjamin Niedermann

Übungsblatt 2

Ausgabe: Dienstag 22. April 2014
Abgabe: Dienstag 29. April 2014

1 Einfaches Polygon?

In der Vorlesung wurde ein Verfahren vorgestellt mit dem man Schnitte zwischen beliebigen Segmenten in $\mathcal{O}((n+k)\log n)$ bestimmen kann. Wir betrachten hier ein verwandtes Problem. Gegeben sei ein Polygon $\mathcal{P}$. Geben Sie einen Algorithmus an, der überprüft ob $\mathcal{P}$ ein einfaches (d.h. schnittfreies) Polygon ist. Der Algorithmus soll eine worst-case Zeitkomplexität von $\mathcal{O}(n \log n)$ haben.

2 Weniger Speicherplatzverbrauch

Der Algorithmus zur Bestimmung von Schnitten gegebener Segmente aus der Vorlesung benötigt $\mathcal{O}(n+k)$ Speicher. Modifzieren Sie den Algorithmus so, dass der Speicherplatzbedarf auf $\mathcal{O}(n)$ reduziert wird.

3 Sweepen

Gegeben sei eine endliche Menge P von Punkten in der Ebene. Der *größte rechte obere Bereich* eines Punkes $p \in P$ ist die Vereinigung aller offenen achsenparallelen Quadrate, die p mit ihrer linken unteren Ecke berühren und keinen Punkt aus P in ihrem Inneren enthalten.

a) Zeigen Sie, dass der größte rechte obere Bereich eines Punktes entweder ein Quadrat oder der Schnitt zweier offener Halbebenen ist.

b) Überlegen Sie für einen Punkt $p \in P$ und jeden der beiden zugehörigen Oktanten (vgl. Abbildung 1), welche Punkte aus P im jeweiligen Oktant den größten rechten oberen Bereich von p am stärksten einschränken. Reicht die Kenntnis dieser Punkte aus den beiden Oktanten aus, um den größten rechten oberen Bereich von p zu bestimmen?

bitte umblättern

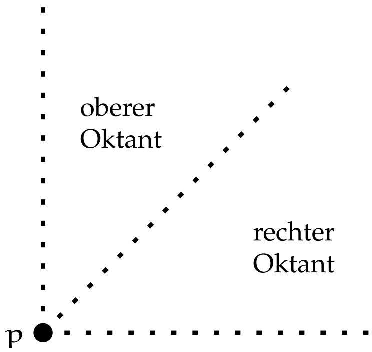

Abbildung 1: Oberer und rechter Oktant zum Punkt p

c) Gegeben sei eine Menge P von n Punkten. Berechnen Sie für jeden Punkt aus P den größten rechten oberen Bereich mit einer Gesamtlaufzeit von $\mathcal{O}(n \log n)$.

Hinweis: Sweepe die Ebene zweimal und ermittle dabei die Punkte aus Teilaufgabe b).