Karlsruher Institut für Technologie
Fakultät für Informatik
ITI Wagner

Algorithmen für Planare Graphen
SS 12
Ignaz Rutter

Sechstes Übungsblatt

Ausgabe: 31. Mai 2012
Abgabe: keine, wird in der Vorlesung besprochen

1 Entfernung von Rechtskreisen

In Schritt 2 des Algorithmus für das kantendisjunkte Menger-Problem werden in einem planaren Graphen G mit fester Einbettung einfache Kreise $C_1, \dots, C_l$ wie folgt konstruiert:

Sei F die Menge der Facetten und f_0 die äußere Facette von G. Bezeichne weiter $\text{dist}(f)$ die Länge eines kürzesten Weges vom der Facette f entsprechenden Dualknoten zum f_0 entsprechenden Dualknoten, und $l := \max_{f \in F} \text{dist}(f)$. Für $1 \leq i \leq l$ sei C_i die Vereinigung der einfachen Kreise in G so, dass $\text{dist}(f) \geq i$ für alle Facetten f im Inneren und $\text{dist}(f) < i$ für alle Facetten f im Äußeren eines Kreises aus C_i gilt.

Aufgabe: Geben Sie einen Algorithmus mit linearer Laufzeit an, der zu einem gegebenen Graphen G mit fester Einbettung die Kantenmengen $C_1, \dots, C_l$ bestimmt.

2 Spezialfall von s-t-Wegen

Geben Sie einen einfachen Algorithmus an, der folgendes Problem in Linearzeit löst:

Gegeben ein planarer Graph G mit fester Einbettung und ausgezeichneten Knoten s und t, die an der äußeren Facette liegen, bestimme eine maximale Anzahl von paarweise kantendisjunkten s-t-Wegen in G.

Hinweis: Ein Algorithmus für dieses Problem benötigt keinen der komplizierten Schritte, die der in der Vorlesung für das allgemeine kantendisjunkte Menger-Problem in planaren Graphen angegebene Algorithmus ausführt. Es genügt eine Vorgehensweise ähnlich wie bei einer Graphsuche, die die gegebene Einbettung des planaren Graphen ausnutzt.

Bitte wenden

3 Right-First Tiefensuche und Left-First-Breitensuche

Sei G ein ungerichteter, zusammenhängender, planar eingebetteter Graph, G^* der zugehörige Dualgraph und $e = (u, v)$ eine orientierte Kante.

Algorithmus 1: Right-First-Kanten-DFS

Lege e auf einen Stapel
solange *Stapel nicht leer* **tue**
- Betrachte oberste Kante (x, y)
- **Falls** y *inzident zu nichtorientierter Kante*
  - Orientiere im Gegenuhrzeigersinn bzgl. y nächste nichtorientierte Kante $y \to w$ und lege diese auf den Stapel
- **sonst**
  - Entferne (x, y) vom Stapel

Algorithmus 2: Left-First-Kanten-BFS

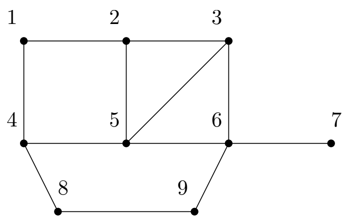
Orientiere alle zu u inzidenten Kanten $u \to w$ und hänge diese, beginnend bei e, im Uhrzeigersinn bzgl. u an eine Warteschlange
Solange *Warteschlange nicht leer* **wiederhole**
- Betrachte erste Kante (x, y)
- **Falls** y *inzident zu nichtorientierter Kante*
  - Orientiere alle solche Kanten $y \to w$ und hänge diese im Uhrzeigersinn bzgl. y an die Warteschlange
- **sonst**
  - Entferne (x, y) aus der Warteschlange

In diesen beiden Kantensuchen wird jeweils eine Reihenfolge $R = (e_1, \ldots, e_m)$ der Kanten festgelegt. Die zu e "rechte" Facette sei f_1, und die Dualkante $e^* = (f_1, f_2)$ zu e sei orientiert ausgehend von f_1.

Wir betrachten eine Right-First-Tiefensuche in G, beginnend bei Kante e, mit Kantenfolge $R = (e = e_1, \ldots, e_m)$ und eine Left-First-Breitensuche in G^*, beginnend bei Kante e^*, mit Kantenfolge $R^* = (e^* = e_1^*, \ldots, e_m^*)$. Die Reihenfolgen R und R^* heißen dual, falls e_i Dualkante zu e_i^* für alle $1 \leq i \leq m$.

(a) Bestimmen Sie für den zweidimensionalen Würfel Q_2 sowie untenstehenden Graphen (G_1 vom 2. Übungsblatt) die Reihenfolgen R und R^* bei beliebiger Startkante e.

Hinweis: Die Reihenfolgen sind dual.



(b) Geben Sie einen Graphen an, für den R und R^* nicht dual sind.

Hinweis: Betrachten Sie Graphen mit Brücken und Kreisen.