

Algorithmen für Routenplanung

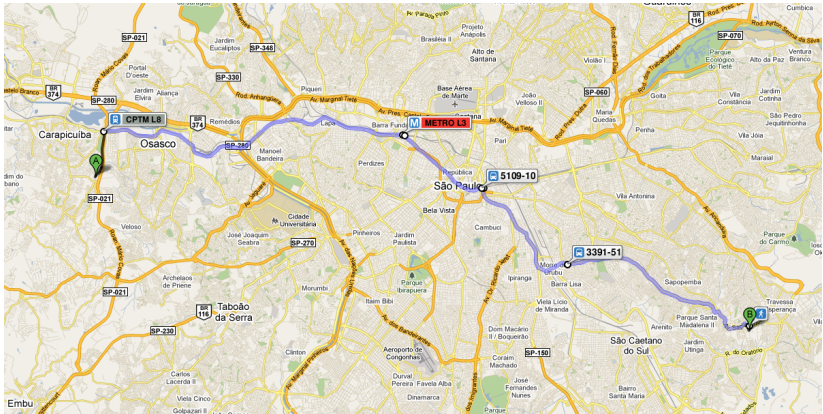
15. Sitzung, Sommersemester 2011

Thomas Pajor | 20. Juni 2011

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK I · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER



Heute: Routenplanung in Bahnnetzen (Fahrplanauskunft)



Gegeben (Fahrplan):

- Menge \mathcal{B} von Bahnhöfen,
- Menge \mathcal{Z} von Zügen
- Menge \mathcal{C} von elementaren Verbindungen
- Mindestumstiegszeiten transfer : $\mathcal{B} \rightarrow \mathbb{N}$.

Elementare Verbindung: Tupel bestehend aus

- Zug $Z \in \mathcal{Z}$
- Abfahrtsbahnhof $S_{\text{dep}} \in \mathcal{B}$
- Zielbahnhof $S_{\text{arr}} \in \mathcal{B}$
- Abfahrtszeit $\tau_{\text{dep}} \in \Pi$
- Ankunftszeit $\tau_{\text{arr}} \in \Pi$

Interpretation: Zug Z fährt von S_{dep} nach S_{arr} ohne Zwischenhalt von $\tau_{\text{dep}} - \tau_{\text{arr}}$ Uhr.

Beispiel für einen Fahrplan:

(IR 2269, Karlsruhe Hbf,	Pforzheim Hbf,	10:05,	10:23)
(IR 2269, Pforzheim Hbf,	Mühlacker,	10:25,	10:33)
(IR 2269, Mühlacker,	Vaihingen(Enz),	10:34,	10:40)
(IR 2269, Vaihingen(Enz),	Stuttgart Hbf,	10:41,	10:57)
...			
(ICE 791, Stuttgart Hbf,	Ulm Hbf,	11:12,	12:06)
(ICE 791, Ulm Hbf,	Augsburg Hbf,	12:08,	12:47)
(ICE 791, Augsburg Hbf,	München Hbf,	12:49,	13:21)

Ziel:

- Modellierung des Fahrplans als Graphen
- Fahrplanauskunft durch kürzeste-Wege Suche

Modellierung:

- Für jeden Bahnhof $S \in \mathcal{B}$: Ein Knoten
- Kante (S_i, S_j) gdw. ex. elementare Verbindung von S_i nach S_j
- Kantengewichte: Lower-Bound der Reisezeit zw. Bahnhöfen



Nachteile:

- Unrealistische Anfragen (keine Zeitabhängigkeit)
- Mit Zeitabhängigkeit: Unrealistische Umstiege

1. Zeitexpandiert

- Zeitabhängigkeiten ausrollen
- Knoten entsprechen Ereignissen im Fahrplan
- Kanten verbinden Ereignisse miteinander
 - Zugfahrt eines Zuges,
 - Umstieg zwischen Zügen,
 - Warten
- Großer Graph (viele Knoten und Kanten)
- + Einfacher Anfragealgorithmus (Dijkstra)

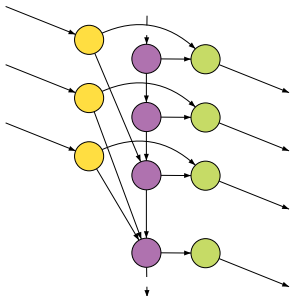
1. Zeitexpandiert

- Zeitabhängigkeiten ausrollen
- Knoten entsprechen Ereignissen im Fahrplan
- Kanten verbinden Ereignisse miteinander
 - Zugfahrt eines Zuges,
 - Umstieg zwischen Zügen,
 - Warten
- Großer Graph (viele Knoten und Kanten)
- + Einfacher Anfragealgorithmus (Dijkstra)

2. Zeitabhängig

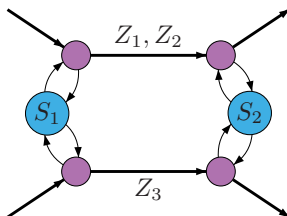
- Zeitabhängigkeit an den Kanten
- Knoten entsprechen Bahnhöfen
- Kante \Leftrightarrow Zug verbindet Bahnhöfe
 - Transferzeiten?
- + Kleiner Graph
- Zeitabhängige Routenplanung

1. Zeitexpandiert



- Arrival-, Transfer- und Departure-Ereignisse
- Für jeden Zug
- Kantengewicht = Zeitdifferenz

2. Zeitabhängig



- Partitioniere Züge in Routen
- Pro Bahnhof: Stationsknoten
- Pro Route: Route-Knoten
- Routenkanten: Mehrere Züge
- Stationskanten: Transferzeit

Gegeben: Startbahnhof S , Zielbahnhof T und Abfahrtszeit τ_S

Gegeben: Startbahnhof S , Zielbahnhof T und Abfahrtszeit τ_S

1. Zeitexpandiert

Startknoten:

- *Erstes* Transferevent in S mit Zeit $\tau \geq \tau_S$.

Zielknoten:

- Im Voraus unbekannt!
- Stoppkriterium: Erster gesetzter Knoten an T induziert schnellste Verbindung zu T

2. Zeitabhängig

Startknoten:

- Bahnhofsknoten S

Zielknoten:

- Bahnhofsknoten T

Anfrage:

- Time-Dependent Dijkstra mit Zeit τ_S
- Hier: Ankunftszeit im Voraus unbekannt

Gegeben: Startbahnhof S , Zielbahnhof T

Gegeben: Startbahnhof S , Zielbahnhof T

1. Zeitexpandiert

?

2. Zeitabhängig

Startknoten:

- Bahnhofsknoten S

Zielknoten:

- Bahnhofsknoten T

Anfrage:

- Label-Correcting Algorithmus von S

Technik	Preprocessing			Time-Queries		Profile-Queries	
	time [h:m]	space [B/n]	edge inc.	time [ms]	speed up	time [ms]	speed up
TIME-DEPENDENT APPROACH							
Dijkstra	0:00	0	0 %	125.2	1.0	5 327	1.0
uALT	0:02	128	0 %	75.3	1.7	4 384	1.2
eco-SHARC	1:30	113	74 %	17.5	7.2	988	5.4
gen-SHARC	12:15	120	74 %	4.7	26.6	273	19.5
CH*	0:08	87	86 %	0.6	209	9	591
TIME-EXPANDED APPROACH							
Dijkstra	0:00	0	0 %	534.7	1.0	—	—
uALT**	0:01	4	0 %	52.8	10.1	—	—
uALT+AF**	83:58	128	0 %	9.5	56.3	—	—

* Auf Stationsgraph (Transfers durch Algo sichergestellt)
 Kontraktion auf real. Graph nicht möglich (Kantenexplosion)

** Optimiertes Routen-Modell

Beobachtung:

Techniken für Straßennetzwerke funktionieren nicht gut

Gründe (Intuition):

- Weniger Hierarchie (insbes. Busnetze)
 - Kontraktion lässt Knotengrad explodieren
 - Lokale Anfragen sehr “teuer”
- ↪ “15-Stunden zum nächsten Dorf Problem”
- Lower- und Upper-Bounds weit auseinander

Jetzt: Erster Ansatz zur Beschleunigung von Profil-Anfragen

- Ausnutzen der Struktur von Schienenfunktionen
- Parallelisierung
- Stoppkriterium
- Distanztabelle

Wiederholung: Szenarien

- One-to-All Query (Vorberechnung) vs. One-to-One Query (Anfrage)
- Time-Query vs. Profile-Query

Zur Erinnerung:

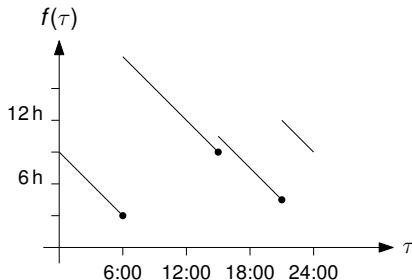
- Dijkstra's Algorithmus: One-to-All Query
- Stoppkriterium: One-to-One Query
- Grundlage für (fast) alle Beschleunigungstechniken
- Profilsuchen: Label-Correcting statt Label-Setting

Verbindungen modelliert durch stückweise lineare Funktionen

Verbindungen zw. S_i und S_j :

id	dep.-time	travel-time
1	06:00	3 h 00 min
2	15:00	9 h 00 min
3	21:00	4 h 30 min
⋮	⋮	⋮

Entsprechende Funktion:



- Für jede Verbindung: **Connection Point** (τ, w)
 $\tau \hat{=}$ Abfahrtszeit, $w \hat{=}$ Reisezeit
- Zwischen Verbindungen: Lineares Warten

Profil-Anfragen (One-to-All)

Gegeben:

Zeitabhängiges Netzwerk $G = (V, E)$ und Startbahnhof S .

Profil-Anfragen (One-to-All)

Gegeben:

Zeitabhängiges Netzwerk $G = (V, E)$ und Startbahnhof S .

Problem (Profil-Anfrage):

Berechne die *Reisezeitfunktion* $\text{dist}_S(v, \tau)$, so dass $\text{dist}_S(v, \tau)$ die Länge des **kürzesten Weges** von S nach v in G zur Abfahrtszeit τ an S für **alle** $\tau \in \Pi$ und $v \in V$ ist.

Profil-Anfragen (One-to-All)

Gegeben:

Zeitabhängiges Netzwerk $G = (V, E)$ und Startbahnhof S .

Problem (Profil-Anfrage):

Berechne die *Reisezeitfunktion* $\text{dist}_S(v, \tau)$, so dass $\text{dist}_S(v, \tau)$ die Länge des **kürzesten Weges** von S nach v in G zur Abfahrtszeit τ an S für **alle** $\tau \in \Pi$ und $v \in V$ ist.

Bisheriger Ansatz:

Erweitere Dijkstra's Algorithmus zu **Label-Correcting Algorithmus**

- Benutze Funktionen statt Konstanten
- Verliert **Label-Setting** Eigenschaft von Dijkstra
- **Deutlich langsamer** als Dijkstra (\approx Factor 50)

Beobachtung:

Jeder Reiseplan ab S (irgendwohin) beginnt mit einer Verb. an S .

Beobachtung:

Jeder Reiseplan ab S (irgendwohin) beginnt mit einer Verb. an S .

Naiver Ansatz

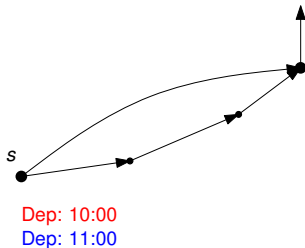
Für jede ausgehende Verbindung c_i an S :
Separate Zeitanfrage mit Abfahrtszeit $\tau_{\text{dep}}(c_i)$.

Nachteile

- Zu viele **redundante** Berechnungen
Periodische Natur der Fahrpläne
- Nicht jede Verbindung ab S **trägt zu** $\text{dist}_S(v, \cdot)$ **bei**
Langsame Züge für weite Reisen machen wenig Sinn

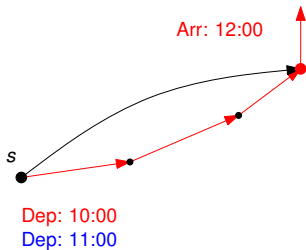
Beobachtung:

Verbindungen können sich dominieren.



Beobachtung:

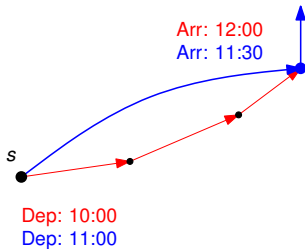
Verbindungen können sich **dominieren**.



Self-Pruning

Beobachtung:

Verbindungen können sich **dominieren**.

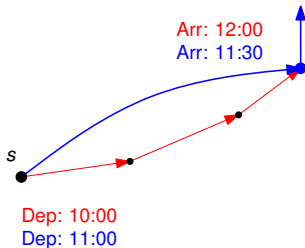


Beobachtung:

Verbindungen können sich **dominieren**.

Einführung: **Self-Pruning** (SP):

1. Benutze **eine gemeinsame** Queue
2. Keys sind **Ankunftszeiten**
3. **Sortiere Verb. c_i** an S nach **Abfahrtszeit**



Beim Settlen von **Knoten v** und **Verb.-Index i** :
Prüfe ob v bereits gesettled mit **Verbindung $j > i$** ; Dann **Prune i** an v

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label $\text{maxconn}(v)$ an jedem Knoten v
Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update $\text{maxconn}(v)$ beim Settlen von v

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label $\text{maxconn}(v)$ an jedem Knoten v
Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update $\text{maxconn}(v)$ beim Settlen von v

Beim Settlen von Knoten v und Verb.-Index i :
Prüfe ob v bereits gesettled mit Verbindung $j > i$; Dann **Prune** i an v

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label $\text{maxconn}(v)$ an jedem Knoten v
Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update $\text{maxconn}(v)$ beim Settlen von v

Beim Settlen von Knoten v und Verb.-Index i :
Prüfe ob $\text{maxconn}(v) > i$; Dann **Prune** i an v

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label $\text{maxconn}(v)$ an jedem Knoten v
Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update $\text{maxconn}(v)$ beim Settlen von v

Beim Settlen von Knoten v und Verb.-Index i :
Prüfe ob $\text{maxconn}(v) > i$; Dann **Prune** i an v

Wiederherstellung von Dijkstra's Label-Setting Eigenschaft pro Verbindung

Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label $\text{maxconn}(v)$ an jedem Knoten v
Gibt maximale Verbindung an mit der v gesettled wurde
- Update $\text{maxconn}(v)$ beim Settlen von v

Beim Settlen von Knoten v und Verb.-Index i :
Prüfe ob $\text{maxconn}(v) > i$; Dann **Prune** i an v

Wiederherstellung von Dijkstra's Label-Setting Eigenschaft pro Verbindung

⇒ Self-Pruning Connection-Setting Algorithmus (SPCS)

Problem:

Dennoch: Nicht jede Verbindung ist optimal für $\text{dist}_S(v, \cdot)$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30 8:30	7:04 8:30	9:26 14:28	10:34 14:28	11:08 14:28	12:42 14:28	13:01 16:46	13:58 16:46	16:46 23:30	18:24 23:30	19:20 23:30	21:08 23:30

Connection Reduction

Problem:

Dennoch: Nicht jede Verbindung ist optimal für $\text{dist}_S(v, \cdot)$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30 8:30	7:04 8:30	9:26 14:28	10:34 14:28	11:08 14:28	12:42 14:28	13:01 16:46	13:58 16:46	16:46 23:30	18:24 23:30	19:20 23:30	21:08 23:30

Connection Reduction

Problem:

Dennoch: Nicht jede Verbindung ist optimal für $\text{dist}_S(v, \cdot)$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30	7:04	9:26	10:34	11:08	12:42	13:01	13:58	16:46	18:24	19:20	21:08
8:30	8:30	14:28	14:28	14:28	14:28	16:46	16:46	23:30	23:30	23:30	23:30

Problem:

Dennoch: Nicht jede Verbindung ist optimal für $\text{dist}_S(v, \cdot)$.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30 8:30	7:04 8:30	9:26 14:28	10:34 14:28	11:08 14:28	12:42 14:28	13:01 16:46	13:58 16:46	16:46 23:30	18:24 23:30	19:20 23:30	21:08 23:30

Lösung:

Connection-Reduction auf den Connection Points von $\text{dist}_S(v, \cdot)$

- Wird nach dem Algorithmus durchgeführt
- Linearer Sweep von rechts nach links in $\text{dist}_S(v, \cdot)$

Parallelisierung: Idee

Gegeben:

Shared Memory Processing mit p Cores

Parallelisierung: Idee

Gegeben:

Shared Memory Processing mit p Cores

Idee:

Verteile Verbindungen c_i von S auf verschiedene Threads

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30	7:04	9:26	10:34	11:08	12:42	13:01	13:58	16:46	18:24	19:20	21:08
Thread 0			Thread 1			Thread 2			Thread 3		

- Jeder Thread führt SPCS auf seiner **Teilmenge** der Verbindungen aus
- **Ergebnisse** werden im Anschluss zu $\text{dist}_S(v, \cdot)$ zusammengeführt
- Führe **Connection Reduction** auf gemergtem Ergebnis durch

Choice of Partitioning

Frage:

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an S

Choice of Partitioning

Frage:

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an S

- EQUICONN:
Gleiche **Anzahl** Verbindungen für jeden Thread

Choice of Partitioning

Frage:

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an S

- EQUICONN:
Gleiche **Anzahl** Verbindungen für jeden Thread
- EQUITIME:
Gleiches **Zeitintervall** für jeden Thread

Frage:

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an S

- EQUICONN:
Gleiche **Anzahl** Verbindungen für jeden Thread
- EQUITIME:
Gleiches **Zeitintervall** für jeden Thread
- K-MEANS
Techniken aus dem Gebiet der Clusterung

Frage:

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an S

- EQUICONN:
Gleiche **Anzahl** Verbindungen für jeden Thread
- EQUITIME:
Gleiches **Zeitintervall** für jeden Thread
- K-MEANS
Techniken aus dem Gebiet der Clusterung

Trade-off

Speed-up durch bessere Qualität der Partition
vs.
Berechnungs-overhead durch Partitionierung

Problem:

Mit **zunehmender** Anzahl **Threads**, nimmt der Vorteil von **Self-Pruning** ab.

0 6:30	1 7:04	2 9:26	3 10:34	4 11:08	5 12:42	6 13:01	7 13:58	8 16:46	9 18:24	10 19:20	11 21:08
------------------	------------------	------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------	--------------------

Inter-Thread-Pruning

Problem:

Mit **zunehmender** Anzahl **Threads**, nimmt der Vorteil von **Self-Pruning** ab.

0 6:30	1 7:04	2 9:26	3 10:34	4 11:08	5 12:42	6 13:01	7 13:58	8 16:46	9 18:24	10 19:20	11 21:08
------------------	------------------	------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------	--------------------

Problem:

Mit zunehmender Anzahl Threads, nimmt der Vorteil von Self-Pruning ab.

0 6:30	1 7:04	2 9:26	3 10:34	4 11:08	5 12:42	6 13:01	7 13:58	8 16:46	9 18:24	10 19:20	11 21:08
-----------	-----------	-----------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	-------------	-------------

Voraussetzung:

Jeder Thread berechnet nur aufeinanderfolgende Verbindungen

Problem:

Mit **zunehmender** Anzahl **Threads**, nimmt der Vorteil von **Self-Pruning** ab.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30	7:04	9:26	10:34	11:08	12:42	13:01	13:58	16:46	18:24	19:20	21:08

Voraussetzung:

Jeder Thread berechnet nur aufeinanderfolgende Verbindungen

Inter-Thread-Pruning Regel:

Prune Verbindung i an Knoten v und Thread k wenn:
 \exists Thread $l > k$ mit $\min_{j \in \text{Thread } l} \{arr(v, j)\} < arr(v, i)$.

Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten v und Thread k : Verwalte Label $\text{minarr}_k(v)$
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an v
- Update $\text{minarr}_k(v)$ beim Settlen von v in Thread k

Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten v und Thread k : Verwalte Label $\text{minarr}_k(v)$
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an v
- Update $\text{minarr}_k(v)$ beim Settlen von v in Thread k

Inter-Thread-Pruning Rule:

Prune Verbindung i an Knoten v und Thread k wenn:
 \exists Thread $l > k$ mit $\min_{j \in \text{Thread } l} \{\text{arr}(v, j)\} < \text{arr}(v, i)$.

Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten v und Thread k : Verwalte Label $\text{minarr}_k(v)$
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an v
- Update $\text{minarr}_k(v)$ beim Settlen von v in Thread k

Inter-Thread-Pruning Rule:

Prune Verbindung i an Knoten v und Thread k wenn:
 \exists Thread $l > k$ mit $\text{minarr}_l(v) < \text{arr}(v, i)$.

Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten v und Thread k : Verwalte Label $\text{minarr}_k(v)$
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an v
- Update $\text{minarr}_k(v)$ beim Settlen von v in Thread k

Inter-Thread-Pruning Rule:

Prune Verbindung i an Knoten v und Thread k wenn:
 \exists Thread $l > k$ mit $\text{minarr}_l(v) < \text{arr}(v, i)$.

- Verallgemeinerung von Self-Pruning auf mehrere Threads

Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten v und Thread k : Verwalte Label $\text{minarr}_k(v)$
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an v
- Update $\text{minarr}_k(v)$ beim Settlen von v in Thread k

Inter-Thread-Pruning Rule:

Prune Verbindung i an Knoten v und Thread k wenn:
 \exists Thread $l > k$ mit $\text{minarr}_l(v) < \text{arr}(v, i)$.

- Verallgemeinerung von **Self-Pruning** auf mehrere Threads
- Prüfen einer **konstanten** Anzahl von $l > k$ **ausreichend**

Station-to-Station Anfragen

Eingabe:

Zeitabh. Netzwerk $G = (V, E)$, Start- und Zielbahnhöfe S und T .

Station-to-Station Anfragen

Eingabe:

Zeitabh. Netzwerk $G = (V, E)$, Start- und Zielbahnhöfe S und T .

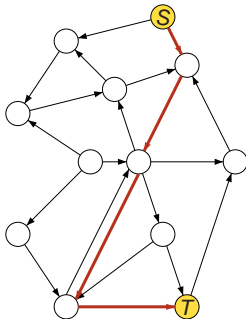
Ziel:

Berechne $\text{dist}_S(T, \cdot)$ nur für T

Intuition:

Weniger Berechnungsaufwand als für $\text{dist}_S(\cdot, \cdot)$

↪ **Beschleunigungstechniken**



Station-to-Station Anfragen

Eingabe:

Zeitabh. Netzwerk $G = (V, E)$, Start- und Zielbahnhöfe S und T .

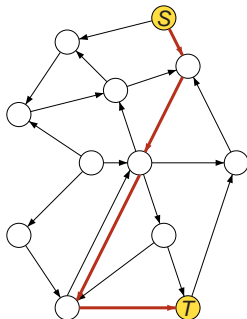
Ziel:

Berechne $\text{dist}_S(T, \cdot)$ nur für T

Intuition:

Weniger Berechnungsaufwand als für $\text{dist}_S(\cdot, \cdot)$

⇒ **Beschleunigungstechniken**



Nicht-trivial für Dijkstra's Algorithmus (Diese Vorlesung) :-)

Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label $T_m := -\infty$

Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label $T_m := -\infty$
- Wenn Verbindung i an T abgearbeitet wird, setze $T_m := \max\{T_m, i\}$

Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label $T_m := -\infty$
- Wenn Verbindung i an T abgearbeitet wird, setze $T_m := \max\{T_m, i\}$
- Prune alle Verbindungen $j < T_m$ (an jedem Knoten)

Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald T abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

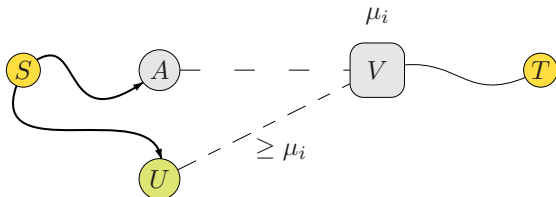
Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label $T_m := -\infty$
- Wenn Verbindung i an T abgearbeitet wird, setze $T_m := \max\{T_m, i\}$
- Prune alle Verbindungen $j < T_m$ (an jedem Knoten)
- Halte an, wenn Priority-Queue leer läuft

Pruning durch Distanztabellen (Idee)

Vorbereitung:

- Wähle Teilmenge $\mathcal{S}_{\text{trans}}$ von **Transfer-Stationen**
- Berechne komplette Distanztabelle zwischen allen $S \in \mathcal{S}_{\text{trans}}$



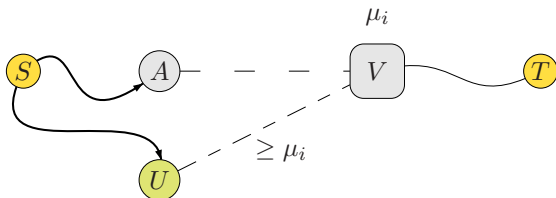
Idee:

- Verwalte **vorl. Distanz** μ_i zu Transferstationen V "nahe" Ziel T
 μ_i ist **obere Schranke** bzgl. echtem Abstand zu V

Pruning durch Distanztabelle (Idee)

Vorbereitung:

- Wähle Teilmenge $\mathcal{S}_{\text{trans}}$ von **Transfer-Stationen**
- Berechne komplette Distanztabelle zwischen allen $S \in \mathcal{S}_{\text{trans}}$



Idee:

- Verwalte **vorl. Distanz** μ_i zu Transferstationen V “nahe“ Ziel T
 μ_i ist **obere Schranke** bzgl. echtem Abstand zu V
- **Prune** Verbindung i an **beliebiger** Transferstation U wenn

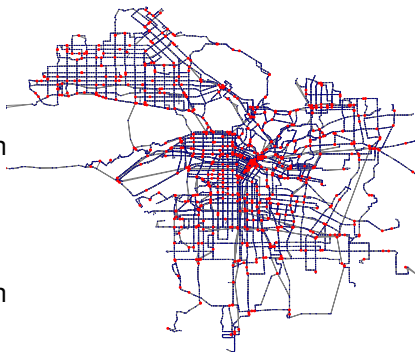
$$\text{dist}_S(U) + \mathcal{D}[U, V] \geq \mu_i$$

Netzwerk von **Los Angeles**:

- 15 581 Stationen,
- 1 046 580 elem. Verbindungen

Zugnetz von **Europa**:

- 30 517 Stationen,
- 1 775 533 elem. Verbindungen

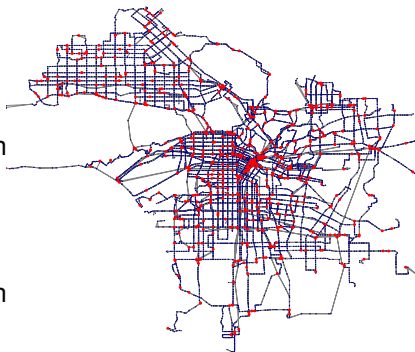


Netzwerk von **Los Angeles**:

- 15 581 Stationen,
- 1 046 580 elem. Verbindungen

Zugnetz von **Europa**:

- 30 517 Stationen,
- 1 775 533 elem. Verbindungen



Auswertung durch 1 000 Anfragen wobei Start- und Zielbahnhöfe gleichverteilt zufällig gewählt.

One-to-All Anfragen

	p	Los Angeles				Europe			
		Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std- Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std- Dev
PSPCS:	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
LC:	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

	p	Los Angeles				Europe			
		Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev
PSPCS:	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
LC:	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

- PSPCS deutlich weniger Verbindungen als LC

	p	Los Angeles				Europe			
		Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev
PSPCS:	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
LC:	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

- PSPCS deutlich weniger Verbindungen als LC
- PSPCS skaliert sehr gut mit zunehmender Anzahl Cores

	p	Los Angeles				Europe			
		Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev
PSPCS:	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
LC:	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

- PSPCS deutlich weniger Verbindungen als LC
- PSPCS skaliert sehr gut mit zunehmender Anzahl Cores
- Einfache Partitionierung liefert bereits gute Ergebnisse

Station-to-Station Anfragen

	Los Angeles				Europe			
	PREPRO		QUERY		PREPRO		QUERY	
	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up
0.0%	—	—	188.2	1.0	—	—	412.4	1.0
5.0%	4:19	240.7	59.1	3.2	20:13	214.3	186.5	2.2
10.0%	8:07	832.2	59.0	3.2	39:05	794.4	151.2	2.7
20.0%	16:21	3006.0	57.7	3.3	75:35	2986.7	132.1	2.9
deg > 2	18:01	3263	51.2	3.7	—	—	—	—

	Los Angeles				Europe			
	PREPRO		QUERY		PREPRO		QUERY	
	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up
0.0%	—	—	188.2	1.0	—	—	412.4	1.0
5.0%	4:19	240.7	59.1	3.2	20:13	214.3	186.5	2.2
10.0%	8:07	832.2	59.0	3.2	39:05	794.4	151.2	2.7
20.0%	16:21	3006.0	57.7	3.3	75:35	2986.7	132.1	2.9
deg > 2	18:01	3263	51.2	3.7	—	—	—	—

- Speed-Up durch Distanztabelle bis 3.7

	Los Angeles				Europe			
	PREPRO		QUERY		PREPRO		QUERY	
	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up
0.0%	—	—	188.2	1.0	—	—	412.4	1.0
5.0%	4:19	240.7	59.1	3.2	20:13	214.3	186.5	2.2
10.0%	8:07	832.2	59.0	3.2	39:05	794.4	151.2	2.7
20.0%	16:21	3006.0	57.7	3.3	75:35	2986.7	132.1	2.9
deg > 2	18:01	3263	51.2	3.7	—	—	—	—

- Speed-Up durch Distanztabelle bis 3.7
- 10 % Transferstationen sind guter Kompromiss

Fahrplanauskunft

- Zeitexpandierte vs. zeitabhängige Modellierung
- Beschleunigungstechniken auf Straßennetzwerken schlecht adaptierbar
- Profilsuchen sinnvoller als Zeitanfragen
- PSPCS: Ersetzt Label-Correcting Algorithmus für Profil-Suchen
 - Connection-Setting Eigenschaft
 - Self-Pruning von dominierten Verbindungen
 - Gut Parallelisierbar

Offenes Forschungsgebiet!

Literatur (Fahrplanauskunft):

- **Evangelia Pyrga, Frank Schulz, Dorothea Wagner, Christos Zaroliagis**
Efficient Models for Timetable Information in Public Transportation Systems In: *ACM Journal of Experimental Algorithmics*, 2007
- **Daniel Delling, Bastian Katz, Thomas Pajor**
Parallel Computation of Best Connections in Public Transportation Networks In: *24th International Parallel and Distributed Processing Symposium (IPDPS'10)*. IEEE Computer Society, 2010

Nächste Vorlesung: Montag, 4. Juli, 2011