

# Algorithmen für Routenplanung

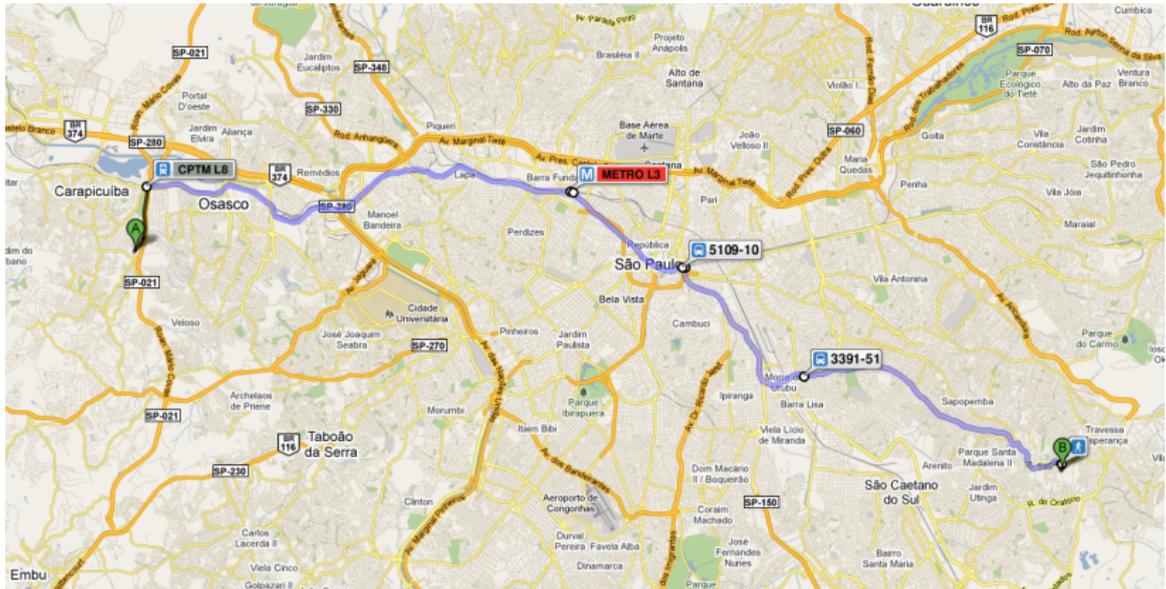
15. Sitzung, Sommersemester 2011

Thomas Pajor | 20. Juni 2011

INSTITUT FÜR THEORETISCHE INFORMATIK · ALGORITHMIK I · PROF. DR. DOROTHEA WAGNER



# Heute: Routenplanung in Bahnnetzen (Fahrplanauskunft)



## Gegeben (Fahrplan):

- Menge  $\mathcal{B}$  von Bahnhöfen,
- Menge  $\mathcal{Z}$  von Zügen
- Menge  $\mathcal{C}$  von elementaren Verbindungen
- Mindestumstiegszeiten transfer :  $\mathcal{B} \rightarrow \mathbb{N}$ .

## Elementare Verbindung: Tupel bestehend aus

- Zug  $Z \in \mathcal{Z}$
- Abfahrtsbahnhof  $S_{\text{dep}} \in \mathcal{B}$
- Zielbahnhof  $S_{\text{arr}} \in \mathcal{B}$
- Abfahrtszeit  $\tau_{\text{dep}} \in \Pi$
- Ankunftszeit  $\tau_{\text{arr}} \in \Pi$

**Interpretation:** Zug  $Z$  fährt von  $S_{\text{dep}}$  nach  $S_{\text{arr}}$  ohne Zwischenhalt von  $\tau_{\text{dep}} - \tau_{\text{arr}}$  Uhr.

## Beispiel für einen Fahrplan:

(IR 2269, Karlsruhe Hbf,	Pforzheim Hbf,	10:05,	10:23)
(IR 2269, Pforzheim Hbf,	Mühlacker,	10:25,	10:33)
(IR 2269, Mühlacker,	Vaihingen(Enz),	10:34,	10:40)
(IR 2269, Vaihingen(Enz),	Stuttgart Hbf,	10:41,	10:57)
...			
(ICE 791, Stuttgart Hbf,	Ulm Hbf,	11:12,	12:06)
(ICE 791, Ulm Hbf,	Augsburg Hbf,	12:08,	12:47)
(ICE 791, Augsburg Hbf,	München Hbf,	12:49,	13:21)

## Ziel:

- Modellierung des Fahrplans als Graphen
- Fahrplanauskunft durch kürzeste-Wege Suche

## Modellierung:

- Für jeden Bahnhof  $S \in \mathcal{B}$ : Ein Knoten
- Kante  $(S_i, S_j)$  gdw. ex. elementare Verbindung von  $S_i$  nach  $S_j$
- Kantengewichte: Lower-Bound der Reisezeit zw. Bahnhöfen



## Nachteile:

- Unrealistische Anfragen (keine Zeitabhängigkeit)
- Mit Zeitabhängigkeit: Unrealistische Umstiege

## 1. Zeitexpandiert

- Zeitabhängigkeiten ausrollen
- Knoten entsprechen Ereignissen im Fahrplan
- Kanten verbinden Ereignisse miteinander
  - Zugfahrt eines Zuges,
  - Umstieg zwischen Zügen,
  - Warten
- Großer Graph (viele Knoten und Kanten)
- + Einfacher Anfragealgorithmus (Dijkstra)

## 1. Zeitexpandiert

- Zeitabhängigkeiten ausrollen
- Knoten entsprechen Ereignissen im Fahrplan
- Kanten verbinden Ereignisse miteinander
  - Zugfahrt eines Zuges,
  - Umstieg zwischen Zügen,
  - Warten
- Großer Graph (viele Knoten und Kanten)
- + Einfacher Anfragealgorithmus (Dijkstra)

## 2. Zeitabhängig

- Zeitabhängigkeit an den Kanten
- Knoten entsprechen Bahnhöfen
- Kante  $\Leftrightarrow$  Zug verbindet Bahnhöfe
  - Transferzeiten?
- + Kleiner Graph
- Zeitabhängige Routenplanung



**Gegeben:** Startbahnhof  $S$ , Zielbahnhof  $T$  und Abfahrtszeit  $\tau_S$

**Gegeben:** Startbahnhof  $S$ , Zielbahnhof  $T$  und Abfahrtszeit  $\tau_S$

## 1. Zeitexpandiert

### Startknoten:

- *Erstes* Transferevent in  $S$  mit Zeit  $\tau \geq \tau_S$ .

### Zielknoten:

- Im Voraus unbekannt!
- Stoppkriterium: Erster gesetzter Knoten an  $T$  induziert schnellste Verbindung zu  $T$

## 2. Zeitabhängig

### Startknoten:

- Bahnhofsknoten  $S$

### Zielknoten:

- Bahnhofsknoten  $T$

### Anfrage:

- Time-Dependent Dijkstra mit Zeit  $\tau_S$
- Hier: Ankunftszeit im Voraus unbekannt

**Gegeben:** Startbahnhof  $S$ , Zielbahnhof  $T$

**Gegeben:** Startbahnhof  $S$ , Zielbahnhof  $T$

## 1. Zeitexpandiert

?

## 2. Zeitabhängig

### Startknoten:

- Bahnhofsknoten  $S$

### Zielknoten:

- Bahnhofsknoten  $T$

### Anfrage:

- Label-Correcting Algorithmus von  $S$

Technik	Preprocessing			Time-Queries		Profile-Queries	
	time [h:m]	space [B/n]	edge inc.	time [ms]	speed up	time [ms]	speed up
TIME-DEPENDENT APPROACH							
Dijkstra	0:00	0	0 %	125.2	1.0	5 327	1.0
uALT	0:02	128	0 %	75.3	1.7	4 384	1.2
eco-SHARC	1:30	113	74 %	17.5	7.2	988	5.4
gen-SHARC	12:15	120	74 %	4.7	26.6	273	19.5
CH*	0:08	87	86 %	0.6	209	9	591
TIME-EXPANDED APPROACH							
Dijkstra	0:00	0	0 %	534.7	1.0	—	—
uALT**	0:01	4	0 %	52.8	10.1	—	—
uALT+AF**	83:58	128	0 %	9.5	56.3	—	—

\* Auf Stationsgraph (Transfers durch Algo sichergestellt)  
 Kontraktion auf real. Graph nicht möglich (Kantenexplosion)

\*\* Optimiertes Routen-Modell

## Beobachtung:

Techniken für Straßennetzwerke funktionieren nicht gut

## Gründe (Intuition):

- Weniger Hierarchie (insbes. Busnetze)
  - Kontraktion lässt Knotengrad explodieren
  - Lokale Anfragen sehr “teuer”
- ↪ “15-Stunden zum nächsten Dorf Problem”
- Lower- und Upper-Bounds weit auseinander

## Jetzt: Erster Ansatz zur Beschleunigung von Profil-Anfragen

- Ausnutzen der Struktur von Schienenfunktionen
- Parallelisierung
- Stoppkriterium
- Distanztabelle

## Wiederholung: Szenarien

- One-to-All Query (Vorberechnung) vs. One-to-One Query (Anfrage)
- Time-Query vs. Profile-Query

## Zur Erinnerung:

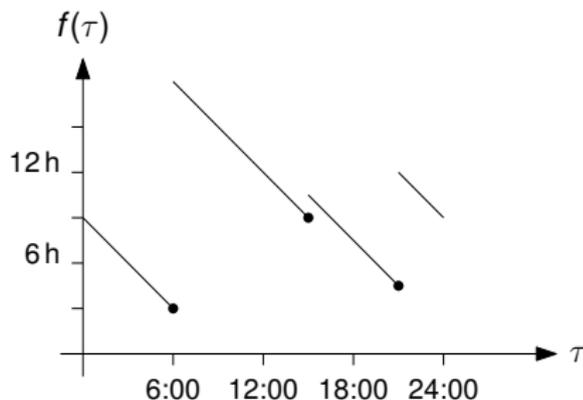
- Dijkstra's Algorithmus: One-to-All Query
- Stoppkriterium: One-to-One Query
- Grundlage für (fast) alle Beschleunigungstechniken
- Profilsuchen: Label-Correcting statt Label-Setting

Verbindungen modelliert durch stückweise lineare Funktionen

Verbindungen zw.  $S_i$  und  $S_j$ :

id	dep.-time	travel-time
1	06:00	3 h 00 min
2	15:00	9 h 00 min
3	21:00	4 h 30 min
⋮	⋮	⋮

Entsprechende Funktion:



- Für jede Verbindung: **Connection Point**  $(\tau, w)$   
 $\tau \hat{=}$  Abfahrtszeit,  $w \hat{=}$  Reisezeit
- Zwischen Verbindungen: Lineares Warten

# Profil-Anfragen (One-to-All)

**Gegeben:**

Zeitabhängiges Netzwerk  $G = (V, E)$  und Startbahnhof  $S$ .

# Profil-Anfragen (One-to-All)

## Gegeben:

Zeitabhängiges Netzwerk  $G = (V, E)$  und Startbahnhof  $S$ .

## Problem (Profil-Anfrage):

Berechne die *Reisezeitfunktion*  $\text{dist}_S(v, \tau)$ , so dass  $\text{dist}_S(v, \tau)$  die Länge des **kürzesten Weges** von  $S$  nach  $v$  in  $G$  zur Abfahrtszeit  $\tau$  an  $S$  für **alle**  $\tau \in \Pi$  und  $v \in V$  ist.

# Profil-Anfragen (One-to-All)

## Gegeben:

Zeitabhängiges Netzwerk  $G = (V, E)$  und Startbahnhof  $S$ .

## Problem (Profil-Anfrage):

Berechne die *Reisezeitfunktion*  $\text{dist}_S(v, \tau)$ , so dass  $\text{dist}_S(v, \tau)$  die Länge des **kürzesten Weges** von  $S$  nach  $v$  in  $G$  zur Abfahrtszeit  $\tau$  an  $S$  für **alle**  $\tau \in \Pi$  und  $v \in V$  ist.

## Bisheriger Ansatz:

Erweitere Dijkstra's Algorithmus zu **Label-Correcting Algorithmus**

- Benutze Funktionen statt Konstanten
- Verliert **Label-Setting** Eigenschaft von Dijkstra
- **Deutlich langsamer** als Dijkstra ( $\approx$  Factor 50)

**Beobachtung:**

Jeder Reiseplan ab  $S$  (irgendwohin) beginnt mit einer Verb. an  $S$ .

## Beobachtung:

Jeder Reiseplan ab  $S$  (irgendwohin) beginnt mit einer Verb. an  $S$ .

## Naiver Ansatz

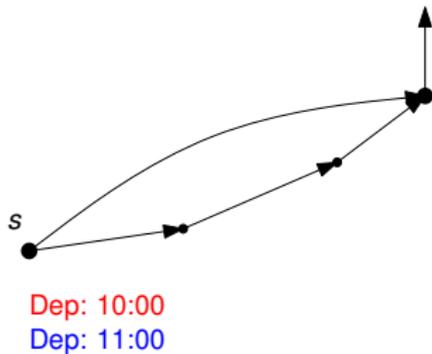
Für jede ausgehende Verbindung  $c_i$  an  $S$ :  
Separate Zeitanfrage mit Abfahrtszeit  $\tau_{\text{dep}}(c_i)$ .

## Nachteile

- Zu viele **redundante** Berechnungen  
Periodische Natur der Fahrpläne
- Nicht jede Verbindung ab  $S$  **trägt zu**  $\text{dist}_S(v, \cdot)$  **bei**  
Langsame Züge für weite Reisen machen wenig Sinn

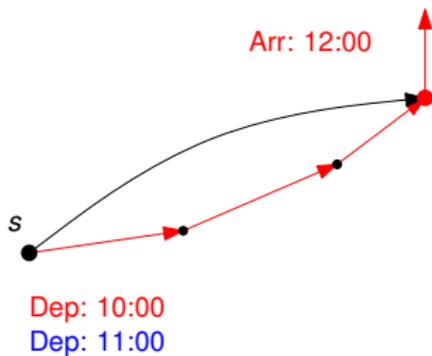
## Beobachtung:

Verbindungen können sich **dominieren**.



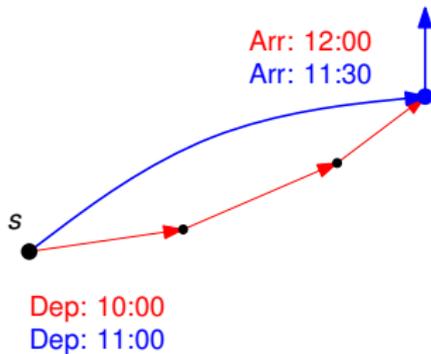
## Beobachtung:

Verbindungen können sich **dominieren**.



## Beobachtung:

Verbindungen können sich **dominieren**.

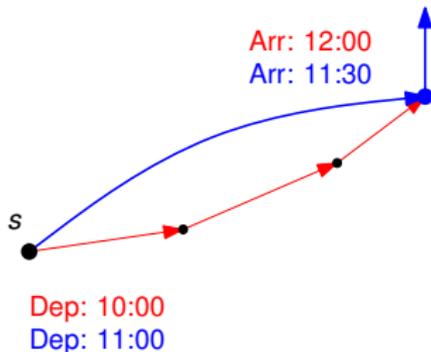


## Beobachtung:

Verbindungen können sich **dominieren**.

Einführung: **Self-Pruning** (SP):

1. Benutze **eine gemeinsame** Queue
2. Keys sind **Ankunftszeiten**
3. **Sortiere Verb.  $c_i$**  an  $S$  nach **Abfahrtszeit**



Beim Settlen von **Knoten  $v$**  und **Verb.-Index  $i$** :  
Prüfe ob  $v$  bereits gesettled mit **Verbindung  $j > i$** ; Dann **Prune  $i$**  an  $v$

## Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label  $\text{maxconn}(v)$  an jedem Knoten  $v$   
Gibt maximale Verbindung an mit der  $v$  gesettled wurde
- Update  $\text{maxconn}(v)$  beim Settlen von  $v$

## Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label  $\text{maxconn}(v)$  an jedem Knoten  $v$   
Gibt maximale Verbindung an mit der  $v$  gesettled wurde
- Update  $\text{maxconn}(v)$  beim Settlen von  $v$

Beim Settlen von Knoten  $v$  und Verb.-Index  $i$ :  
Prüfe ob  $v$  bereits gesettled mit Verbindung  $j > i$ ; Dann **Prune**  $i$  an  $v$

## Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label  $\text{maxconn}(v)$  an jedem Knoten  $v$   
Gibt maximale Verbindung an mit der  $v$  gesettled wurde
- Update  $\text{maxconn}(v)$  beim Settlen von  $v$

Beim Settlen von Knoten  $v$  und Verb.-Index  $i$ :  
Prüfe ob  $\text{maxconn}(v) > i$ ; Dann **Prune**  $i$  an  $v$

## Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label  $\text{maxconn}(v)$  an jedem Knoten  $v$   
Gibt maximale Verbindung an mit der  $v$  gesettled wurde
- Update  $\text{maxconn}(v)$  beim Settlen von  $v$

Beim Settlen von Knoten  $v$  und Verb.-Index  $i$ :  
Prüfe ob  $\text{maxconn}(v) > i$ ; Dann **Prune**  $i$  an  $v$

**Wiederherstellung von Dijkstra's Label-Setting Eigenschaft pro Verbindung**

## Integration von Self-Pruning (SP):

- Verwalte Label  $\text{maxconn}(v)$  an jedem Knoten  $v$   
Gibt maximale Verbindung an mit der  $v$  gesettled wurde
- Update  $\text{maxconn}(v)$  beim Settlen von  $v$

Beim Settlen von Knoten  $v$  und Verb.-Index  $i$ :  
Prüfe ob  $\text{maxconn}(v) > i$ ; Dann **Prune**  $i$  an  $v$

**Wiederherstellung von Dijkstra's Label-Setting Eigenschaft pro Verbindung**

⇒ Self-Pruning Connection-Setting Algorithmus (SPCS)

## Problem:

Dennoch: Nicht jede Verbindung ist optimal für  $\text{dist}_S(v, \cdot)$ .

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30 8:30	7:04 8:30	9:26 14:28	10:34 14:28	11:08 14:28	12:42 14:28	13:01 16:46	13:58 16:46	16:46 23:30	18:24 23:30	19:20 23:30	21:08 23:30

# Connection Reduction

## Problem:

Dennoch: Nicht jede Verbindung ist optimal für  $\text{dist}_G(v, \cdot)$ .

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30 8:30	7:04 8:30	9:26 14:28	10:34 14:28	11:08 14:28	12:42 14:28	13:01 16:46	13:58 16:46	16:46 23:30	18:24 23:30	19:20 23:30	21:08 23:30

# Connection Reduction

## Problem:

Dennoch: Nicht jede Verbindung ist optimal für  $\text{dist}_S(v, \cdot)$ .

<del>0</del>	1	<del>2</del>	<del>3</del>	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>	11
<del>6:30</del>	7:04	<del>9:26</del>	<del>10:34</del>	<del>11:08</del>	12:42	<del>13:01</del>	13:58	<del>16:46</del>	<del>18:24</del>	<del>19:20</del>	21:08
<del>8:30</del>	8:30	<del>14:28</del>	<del>14:28</del>	<del>14:28</del>	14:28	<del>16:46</del>	16:46	<del>23:30</del>	<del>23:30</del>	<del>23:30</del>	23:30

## Problem:

Dennoch: Nicht jede Verbindung ist optimal für  $\text{dist}_S(v, \cdot)$ .

<del>0</del>	1	<del>2</del>	<del>3</del>	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>	11
<del>6:30</del>	7:04	<del>9:26</del>	<del>10:34</del>	<del>11:08</del>	12:42	<del>13:01</del>	13:58	<del>16:46</del>	<del>18:24</del>	<del>19:20</del>	21:08
<del>8:30</del>	8:30	<del>14:28</del>	<del>14:28</del>	<del>14:28</del>	14:28	<del>16:46</del>	16:46	<del>23:30</del>	<del>23:30</del>	<del>23:30</del>	23:30

## Lösung:

Connection-Reduction auf den Connection Points von  $\text{dist}_S(v, \cdot)$

- Wird nach dem Algorithmus durchgeführt
- Linearer Sweep von rechts nach links in  $\text{dist}_S(v, \cdot)$

# Parallelisierung: Idee

**Gegeben:**

Shared Memory Processing mit  $p$  Cores

# Parallelisierung: Idee

## Gegeben:

Shared Memory Processing mit  $p$  Cores

## Idee:

Verteile Verbindungen  $c_i$  von  $S$  auf verschiedene Threads

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30	7:04	9:26	10:34	11:08	12:42	13:01	13:58	16:46	18:24	19:20	21:08
Thread 0			Thread 1			Thread 2			Thread 3		

- Jeder Thread führt SPCS auf seiner **Teilmenge** der Verbindungen aus
- **Ergebnisse** werden im Anschluss zu  $\text{dist}_S(v, \cdot)$  zusammengeführt
- Führe **Connection Reduction** auf gemergtem Ergebnis durch

# Choice of Partitioning

**Frage:**

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an  $S$

# Choice of Partitioning

## Frage:

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an  $S$

- EQUICONN:  
Gleiche **Anzahl** Verbindungen für jeden Thread

# Choice of Partitioning

## Frage:

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an  $S$

- EQUICONN:  
Gleiche **Anzahl** Verbindungen für jeden Thread
- EQUITIME:  
Gleiches **Zeitintervall** für jeden Thread

## Frage:

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an  $S$

- EQUICONN:  
Gleiche **Anzahl** Verbindungen für jeden Thread
- EQUITIME:  
Gleiches **Zeitintervall** für jeden Thread
- K-MEANS  
Techniken aus dem Gebiet der Clusterung

## Frage:

Gute Strategie zur Partitionierung der Verbindungen an  $S$

- EQUICONN:  
Gleiche **Anzahl** Verbindungen für jeden Thread
- EQUITIME:  
Gleiches **Zeitintervall** für jeden Thread
- K-MEANS  
Techniken aus dem Gebiet der Clusterung

## Trade-off

Speed-up durch bessere Qualität der Partition  
vs.  
Berechnungsoverhead durch Partitionierung

## Problem:

Mit **zunehmender** Anzahl **Threads**, nimmt der Vorteil von **Self-Pruning** ab.

<b>0</b> 6:30	<b>1</b> 7:04	<b>2</b> 9:26	<b>3</b> 10:34	<b>4</b> 11:08	<b>5</b> 12:42	<b>6</b> 13:01	<b>7</b> 13:58	<b>8</b> 16:46	<b>9</b> 18:24	<b>10</b> 19:20	<b>11</b> 21:08
------------------	------------------	------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------	--------------------

# Inter-Thread-Pruning

## Problem:

Mit **zunehmender** Anzahl **Threads**, nimmt der Vorteil von **Self-Pruning** ab.

<b>0</b> 6:30	<b>1</b> 7:04	<b>2</b> 9:26	<b>3</b> 10:34	<b>4</b> 11:08	<b>5</b> 12:42	<b>6</b> 13:01	<b>7</b> 13:58	<b>8</b> 16:46	<b>9</b> 18:24	<b>10</b> 19:20	<b>11</b> 21:08
------------------	------------------	------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------	--------------------

## Problem:

Mit **zunehmender** Anzahl **Threads**, nimmt der Vorteil von **Self-Pruning** ab.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30	7:04	9:26	10:34	11:08	12:42	13:01	13:58	16:46	18:24	19:20	21:08

## Voraussetzung:

Jeder Thread berechnet nur aufeinanderfolgende Verbindungen

## Problem:

Mit **zunehmender** Anzahl **Threads**, nimmt der Vorteil von **Self-Pruning** ab.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6:30	7:04	9:26	10:34	11:08	12:42	13:01	13:58	16:46	18:24	19:20	21:08

## Voraussetzung:

Jeder Thread berechnet nur aufeinanderfolgende Verbindungen

## Inter-Thread-Pruning Regel:

Prune Verbindung  $i$  an Knoten  $v$  und Thread  $k$  wenn:  
 $\exists$  Thread  $l > k$  mit  $\min_{j \in \text{Thread } l} \{arr(v, j)\} < arr(v, i)$ .

## Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten  $v$  und Thread  $k$ : Verwalte Label  $\text{minarr}_k(v)$   
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an  $v$
- Update  $\text{minarr}_k(v)$  beim Settlen von  $v$  in Thread  $k$

## Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten  $v$  und Thread  $k$ : Verwalte Label  $\text{minarr}_k(v)$   
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an  $v$
- Update  $\text{minarr}_k(v)$  beim Settlen von  $v$  in Thread  $k$

## Inter-Thread-Pruning Rule:

Prune Verbindung  $i$  an Knoten  $v$  und Thread  $k$  wenn:  
 $\exists$  Thread  $l > k$  mit  $\min_{j \in \text{Thread } l} \{\text{arr}(v, j)\} < \text{arr}(v, i)$ .

## Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten  $v$  und Thread  $k$ : Verwalte Label  $\text{minarr}_k(v)$   
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an  $v$
- Update  $\text{minarr}_k(v)$  beim Settlen von  $v$  in Thread  $k$

## Inter-Thread-Pruning Rule:

Prune Verbindung  $i$  an Knoten  $v$  und Thread  $k$  wenn:  
 $\exists$  Thread  $l > k$  mit  $\text{minarr}_l(v) < \text{arr}(v, i)$ .

## Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten  $v$  und Thread  $k$ : Verwalte Label  $\text{minarr}_k(v)$   
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an  $v$
- Update  $\text{minarr}_k(v)$  beim Settlen von  $v$  in Thread  $k$

## Inter-Thread-Pruning Rule:

Prune Verbindung  $i$  an Knoten  $v$  und Thread  $k$  wenn:  
 $\exists$  Thread  $l > k$  mit  $\text{minarr}_l(v) < \text{arr}(v, i)$ .

- Verallgemeinerung von Self-Pruning auf mehrere Threads

## Um Inter-Thread-Pruning zu ermöglichen:

- Pro Knoten  $v$  und Thread  $k$ : Verwalte Label  $\text{minarr}_k(v)$   
Beschreibt Verbindungsindex mit minimaler Ankunftszeit an  $v$
- Update  $\text{minarr}_k(v)$  beim Settlen von  $v$  in Thread  $k$

## Inter-Thread-Pruning Rule:

Prune Verbindung  $i$  an Knoten  $v$  und Thread  $k$  wenn:  
 $\exists$  Thread  $l > k$  mit  $\text{minarr}_l(v) < \text{arr}(v, i)$ .

- Verallgemeinerung von **Self-Pruning** auf mehrere Threads
- Prüfen einer **konstanten** Anzahl von  $l > k$  **ausreichend**

# Station-to-Station Anfragen

## Eingabe:

Zeitabh. Netzwerk  $G = (V, E)$ , Start- und Zielbahnhöfe  $S$  und  $T$ .

# Station-to-Station Anfragen

## Eingabe:

Zeitabh. Netzwerk  $G = (V, E)$ , Start- und Zielbahnhöfe  $S$  und  $T$ .

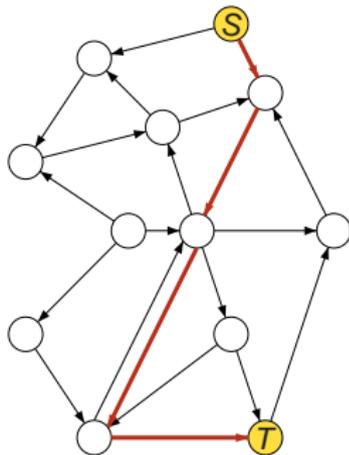
## Ziel:

Berechne  $\text{dist}_S(T, \cdot)$  nur für  $T$

## Intuition:

Weniger Berechnungsaufwand als für  $\text{dist}_S(\cdot, \cdot)$

↪ **Beschleunigungstechniken**



# Station-to-Station Anfragen

## Eingabe:

Zeitabh. Netzwerk  $G = (V, E)$ , Start- und Zielbahnhöfe  $S$  und  $T$ .

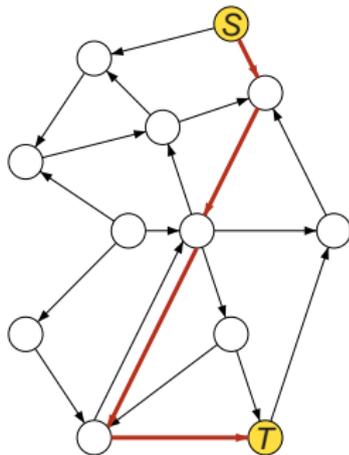
## Ziel:

Berechne  $\text{dist}_S(T, \cdot)$  nur für  $T$

## Intuition:

Weniger Berechnungsaufwand als für  $\text{dist}_S(\cdot, \cdot)$

↪ **Beschleunigungstechniken**



Nicht-trivial für Dijkstra's Algorithmus (Diese Vorlesung) :-)

## Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald  $T$  abgearbeitet wurde.

## Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald  $T$  abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

## Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label  $T_m := -\infty$

## Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald  $T$  abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

## Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label  $T_m := -\infty$
- Wenn Verbindung  $i$  an  $T$  abgearbeitet wird, setze  $T_m := \max\{T_m, i\}$

## Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald  $T$  abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

## Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label  $T_m := -\infty$
- Wenn Verbindung  $i$  an  $T$  abgearbeitet wird, setze  $T_m := \max\{T_m, i\}$
- Prune alle Verbindungen  $j < T_m$  (an jedem Knoten)

## Dijkstra's Algorithmus:

Breche die Suche ab, sobald  $T$  abgearbeitet wurde.

kann adaptiert werden durch

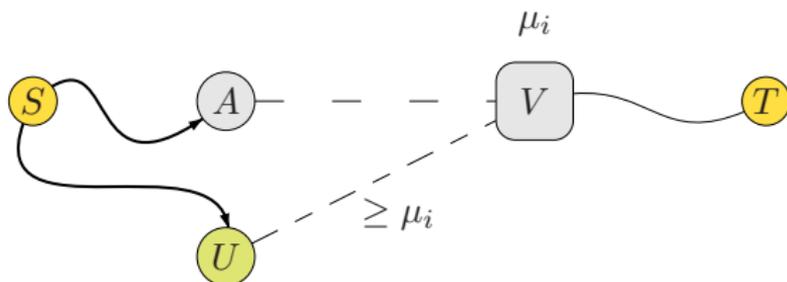
## Parallel Self-Pruning Connection-Setting:

- Verwalte globales Label  $T_m := -\infty$
- Wenn Verbindung  $i$  an  $T$  abgearbeitet wird, setze  $T_m := \max\{T_m, i\}$
- Prune alle Verbindungen  $j < T_m$  (an jedem Knoten)
- Halte an, wenn Priority-Queue leer läuft

# Pruning durch Distanztabellen (Idee)

## Vorbereitung:

- Wähle Teilmenge  $\mathcal{S}_{\text{trans}}$  von **Transfer-Stationen**
- Berechne komplette Distanztabelle zwischen allen  $S \in \mathcal{S}_{\text{trans}}$



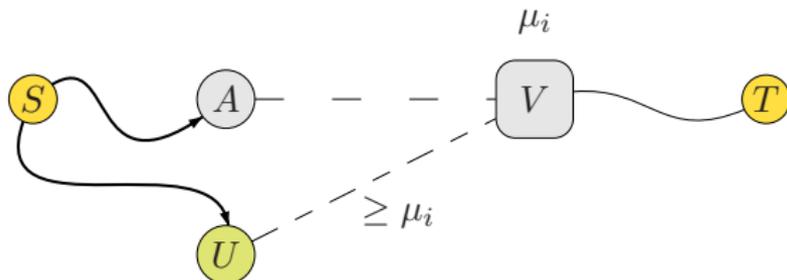
## Idee:

- Verwalte **vorl. Distanz**  $\mu_i$  zu Transferstationen  $V$  "nahe" Ziel  $T$   
 $\mu_i$  ist **obere Schranke** bzgl. echtem Abstand zu  $V$

# Pruning durch Distanztabelle (Idee)

## Vorbereitung:

- Wähle Teilmenge  $\mathcal{S}_{\text{trans}}$  von **Transfer-Stationen**
- Berechne komplette Distanztabelle zwischen allen  $S \in \mathcal{S}_{\text{trans}}$



## Idee:

- Verwalte **vorl. Distanz**  $\mu_i$  zu Transferstationen V “nahe“ Ziel T  
 $\mu_i$  ist **obere Schranke** bzgl. echtem Abstand zu V
- **Prune** Verbindung  $i$  an **beliebiger** Transferstation U wenn

$$\text{dist}_S(U) + \mathcal{D}[U, V] \geq \mu_i$$

## Netzwerk von **Los Angeles**:

- 15 581 Stationen,
- 1 046 580 elem. Verbindungen

## Zugnetz von **Europa**:

- 30 517 Stationen,
- 1 775 533 elem. Verbindungen



## Netzwerk von **Los Angeles**:

- 15 581 Stationen,
- 1 046 580 elem. Verbindungen

## Zugnetz von **Europa**:

- 30 517 Stationen,
- 1 775 533 elem. Verbindungen



Auswertung durch 1 000 Anfragen wobei Start- und Zielbahnhöfe gleichverteilt zufällig gewählt.

# One-to-All Anfragen

	$p$	Los Angeles				Europe			
		Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std- Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std- Dev
<b>PSPCS:</b>	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
<b>LC:</b>	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

	$p$	Los Angeles				Europe			
		Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev
<b>PSPCS:</b>	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
<b>LC:</b>	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

- PSPCS deutlich weniger Verbindungen als LC

	$p$	Los Angeles				Europe			
		Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev
<b>PSPCS:</b>	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
<b>LC:</b>	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

- PSPCS deutlich weniger Verbindungen als LC
- PSPCS skaliert sehr gut mit zunehmender Anzahl Cores

	$p$	Los Angeles				Europe			
		Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev	Settled Conns	Time [ms]	Spd Up	Std-Dev
<b>PSPCS:</b>	1	2.5 M	1209.0	1.0	—	3.3 M	2152.0	1.0	—
EQUICONN	2	2.5 M	690.0	1.8	14.7 %	3.1 M	1054.2	2.0	16.1 %
	4	2.5 M	417.4	2.9	18.2 %	3.4 M	673.8	3.2	24.4 %
	8	2.5 M	267.7	4.5	20.0 %	4.2 M	510.9	4.2	23.8 %
<b>LC:</b>	1	18.9 M	1482.1	—	—	17.4 M	2497.1	—	—

- PSPCS deutlich weniger Verbindungen als LC
- PSPCS skaliert sehr gut mit zunehmender Anzahl Cores
- Einfache Partitionierung liefert bereits gute Ergebnisse

# Station-to-Station Anfragen

	Los Angeles				Europe			
	PREPRO		QUERY		PREPRO		QUERY	
	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up
0.0%	—	—	188.2	1.0	—	—	412.4	1.0
5.0%	4:19	240.7	59.1	3.2	20:13	214.3	186.5	2.2
10.0%	8:07	832.2	59.0	3.2	39:05	794.4	151.2	2.7
20.0%	16:21	3006.0	57.7	3.3	75:35	2986.7	132.1	2.9
deg > 2	18:01	3263	51.2	3.7	—	—	—	—

	Los Angeles				Europe			
	PREPRO		QUERY		PREPRO		QUERY	
	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up
0.0%	—	—	188.2	1.0	—	—	412.4	1.0
5.0%	4:19	240.7	59.1	3.2	20:13	214.3	186.5	2.2
10.0%	8:07	832.2	59.0	3.2	39:05	794.4	151.2	2.7
20.0%	16:21	3006.0	57.7	3.3	75:35	2986.7	132.1	2.9
deg > 2	18:01	3263	51.2	3.7	—	—	—	—

- Speed-Up durch Distanztabelle bis 3.7

	Los Angeles				Europe			
	PREPRO		QUERY		PREPRO		QUERY	
	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up	Time [m:s]	Space [MiB]	Time [ms]	Spd Up
0.0%	—	—	188.2	1.0	—	—	412.4	1.0
5.0%	4:19	240.7	59.1	3.2	20:13	214.3	186.5	2.2
10.0%	8:07	832.2	59.0	3.2	39:05	794.4	151.2	2.7
20.0%	16:21	3006.0	57.7	3.3	75:35	2986.7	132.1	2.9
deg > 2	18:01	3263	51.2	3.7	—	—	—	—

- Speed-Up durch Distanztabelle bis 3.7
- 10 % Transferstationen sind guter Kompromiss

## Fahrplanauskunft

- Zeitexpandierte vs. zeitabhängige Modellierung
- Beschleunigungstechniken auf Straßennetzwerken schlecht adaptierbar
- Profilsuchen sinnvoller als Zeitanfragen
- PSPCS: Ersetzt Label-Correcting Algorithmus für Profil-Suchen
  - Connection-Setting Eigenschaft
  - Self-Pruning von dominierten Verbindungen
  - Gut Parallelisierbar

Offenes Forschungsgebiet!

## Literatur (Fahrplanauskunft):

- **Evangelia Pyrga, Frank Schulz, Dorothea Wagner, Christos Zaroliagis**  
Efficient Models for Timetable Information in Public Transportation Systems In: *ACM Journal of Experimental Algorithmics*, 2007
- **Daniel Delling, Bastian Katz, Thomas Pajor**  
Parallel Computation of Best Connections in Public Transportation Networks In: *24th International Parallel and Distributed Processing Symposium (IPDPS'10)*. IEEE Computer Society, 2010

**Nächste Vorlesung:** Montag, 4. Juli, 2011