

Übungsblatt 10 - Dualität

Ausgabe: 14. Juni 2011

Abgabe: 21. Juni 2011

Zur Erinnerung:

Die Übung am kommenden Donnerstag (16. Juni) beginnt, wie üblich, um **10:15 Uhr**.

1 Delaunay Triangulierungen

Zeige, dass der kleinste Winkel jeder beliebigen Triangulierung eines konvexen Polygons, dessen Ecken auf einem Kreis liegen, gleich ist. Das bedeutet, dass jede Vervollständigung, einer Delaunay Triangulierung einer Menge von Punkten, den kleinsten Winkel der Triangulierung maximiert.

2 Dualität I

Wie aus der Vorlesung bekannt ist das Duale einer Strecke ist ein Doppelkeil mit einem Keil links und rechts des Punktes, der dual ist zu der Geraden, die die Strecke enthält.

- a) Was ist das Duale eines Dreiecks mit Ecken p , q und r ?
- b) Was ist das Duale eines Kreises der durch die Punkte p , q und r verläuft?

Bitte wenden

3 Dualität II

Es sei eine Menge L von n Geraden gegeben. Wir suchen ein achsenparalleles Rechteck $\mathcal{B}(L)$, das alle Ecken des Arrangements $\mathcal{A}(L)$ enthält. Gebe einen Algorithmus an, der ein solches Rechteck in $\mathcal{O}(n \log n)$ Zeit ermittelt.

4 Dualität III

Gegeben sei eine Menge R von n roten Punkten in der Ebene, sowie eine Menge B von n blauen Punkten. Eine Gerade ℓ , auf deren einer Seite alle blauen, und auf deren anderer Seite alle roten Punkte liegen, heißt *Separator* von R und B .

- a) Gebe einen Algorithmus an, der in $\mathcal{O}(n \log n)$ Zeit entscheidet, ob ein Separator von R und B existiert.
- b) Gebe einen *randomisierten* Algorithmus an, der in $\mathcal{O}(n)$ erwarteter Zeit entscheidet, ob ein Separator von R und B existiert.