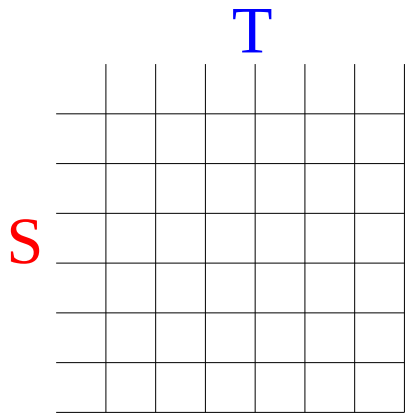
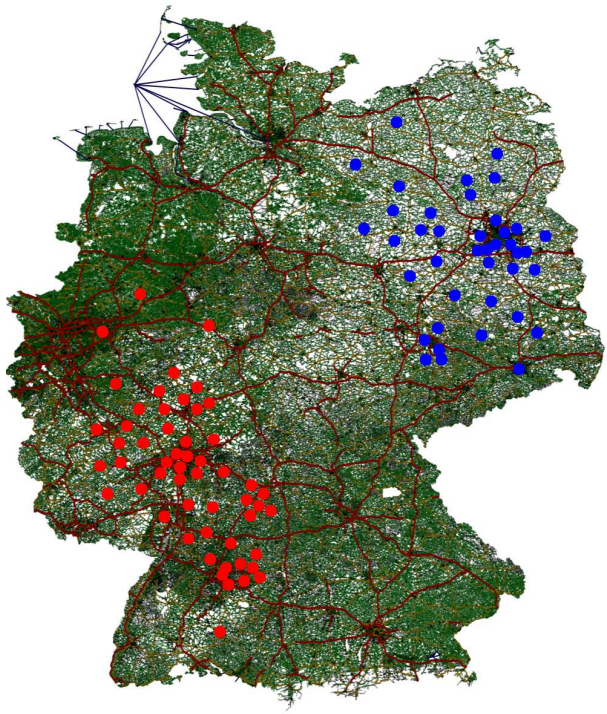
Algorithmen für Routenplanung – Vorlesung 7

Daniel Delling

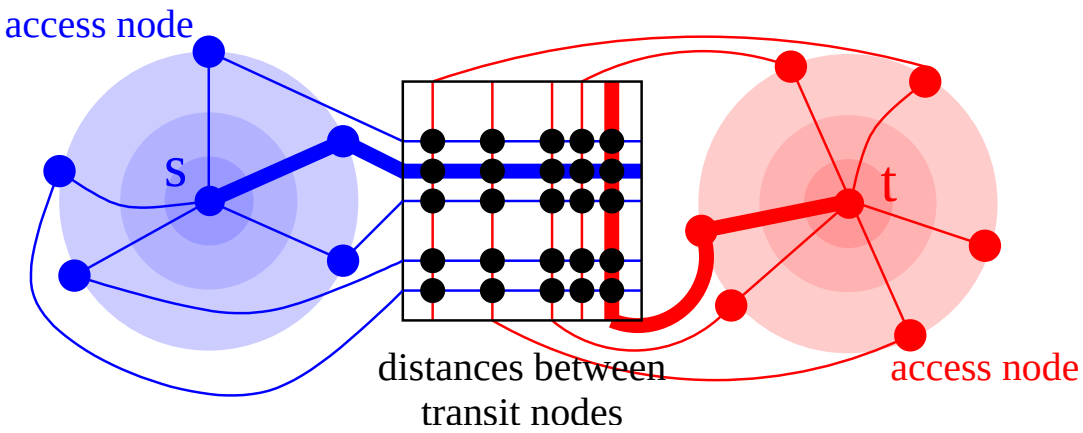
Lehrstuhl für Algorithmik I
Institut für theoretische Informatik
Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität · gegründet 1825

Letztes Mal





- Many-to-Many
- Transit-Node Routing



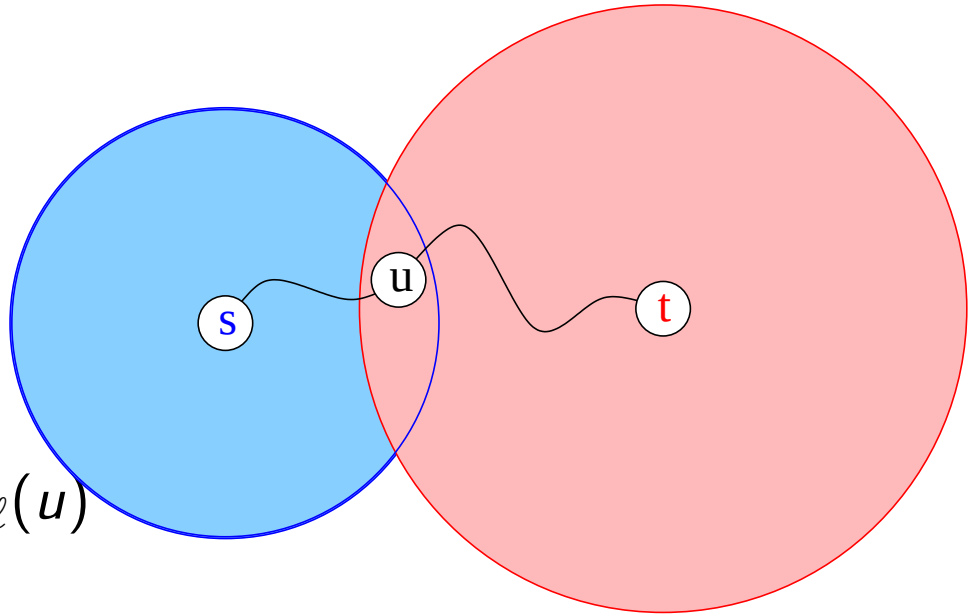
Transit-Node Routing

- ersetzt Suche (fast) komplett durch Table-lookups
- 3 Zutaten:
  - Distanztabelle
  - Access Nodes
  - locality filter
- Suchzeit von unter 5 μs

Locality Filter

Vorgehen:

- speicher für jeden Knoten den (euklidischen) Abstand zum am weitesten entfernten Access Node ab, also $\overrightarrow{K}(u)$ und $\overleftarrow{K}(u)$
- für jeden Level, also $\overrightarrow{K}_\ell(u)$, $\overleftarrow{K}_\ell(u)$
- geht während Vorberechnung
- locality filter schlägt zu, wenn

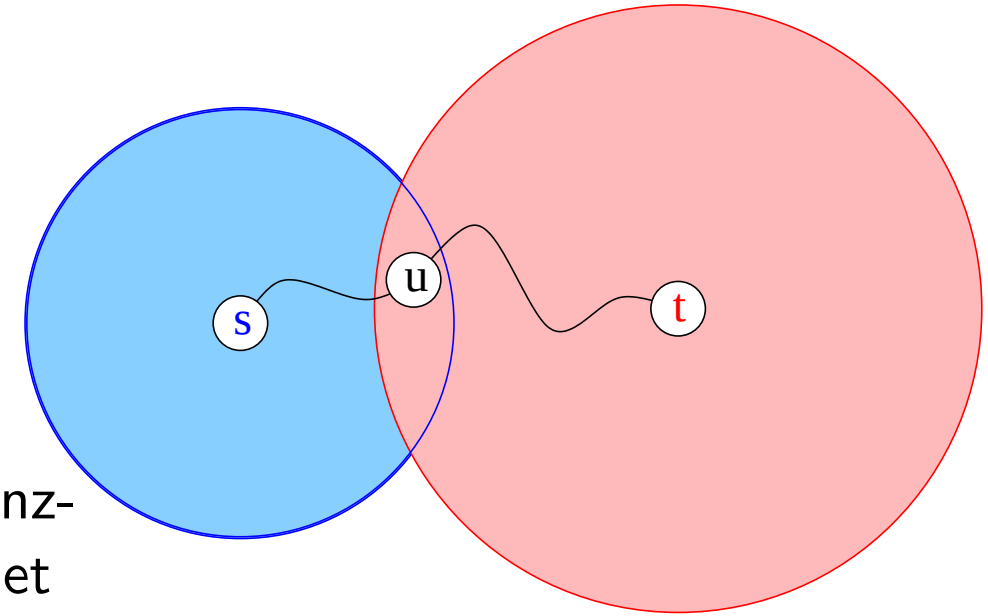


$$||s - t|| < K(s) + K(t)$$

- dadurch manchmal falscher Alarm
- **LEIDER FALSCH!**

Locality Filter: Reloaded

richtig:



- für jeden Level i: speichere den Mittelknoten des kürzesten Pfades, der nicht mit level i berechnet werden kann
- wird beim Berechnen der Distanztabelle von Level $i+1$ berechnet
- betrachte kürzesten Pfad für den Abstand echt kleiner wird
- Kompression: weiterhin Kreisscheiben pro Knoten und Level
- Kreisscheiben können von access-nodes vererbt werden (ähnlich wie access-nodes selber)

Zusammenfassung bis hierher

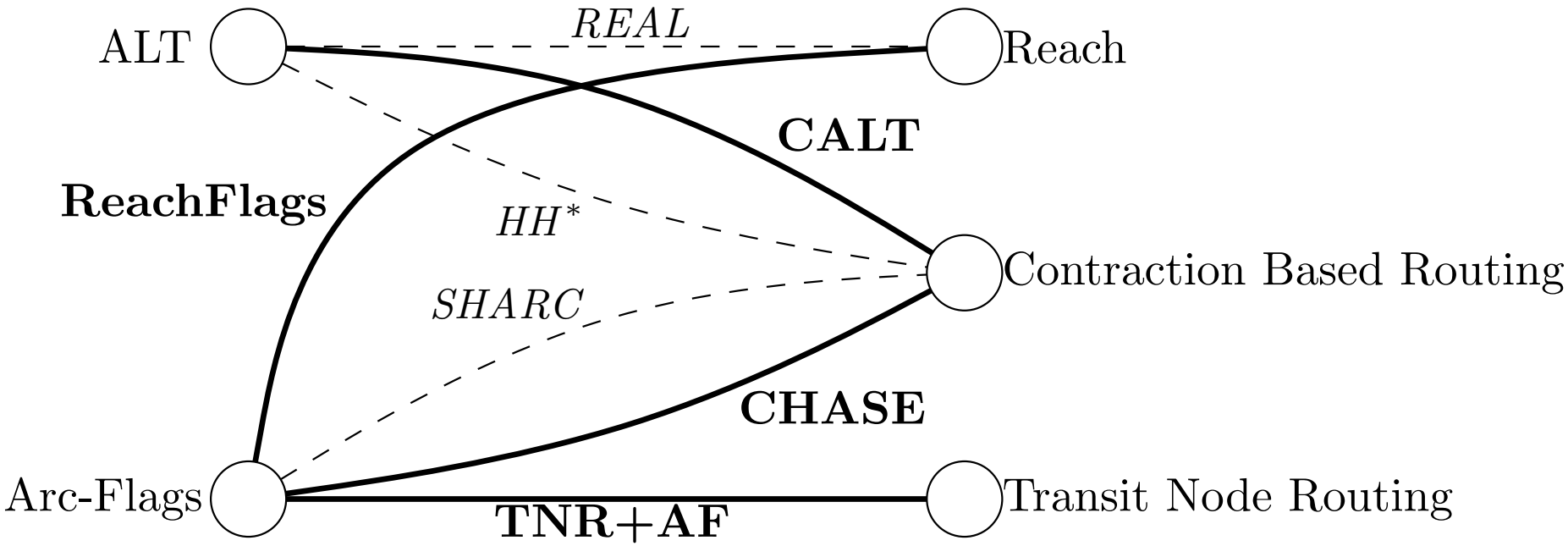
zielgerichtet:

- ALT
- Arc-Flags

hierarchisch:

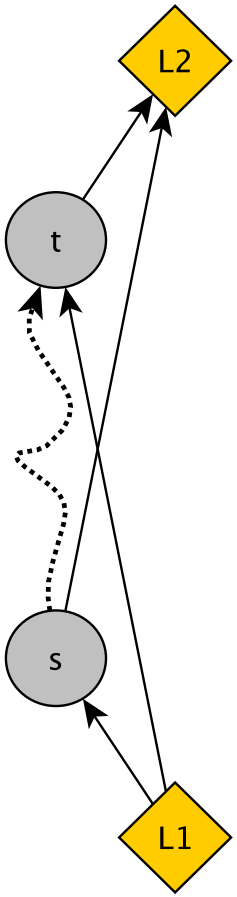
- reach/RE
- Highway Hierarchies
- Highway-Node Routing
- Contraction Hierarchies
- Transit-Node Routing

Thems Heute: Kombinationen

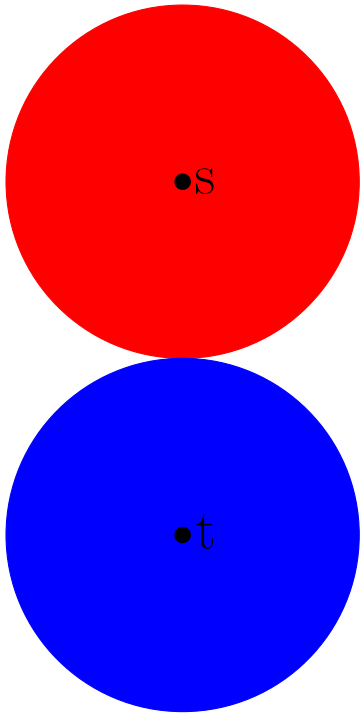


Fünf Bausteine

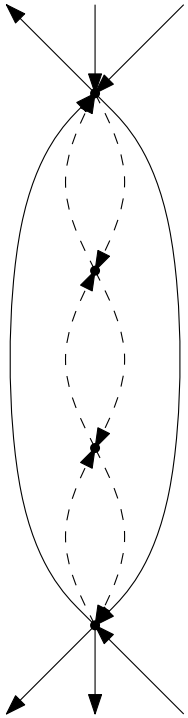
Landmarken



Bidirektionale Suche



Kontraktion



Arc-Flags

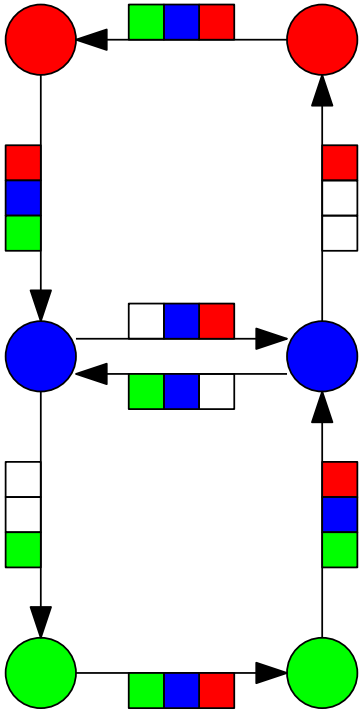
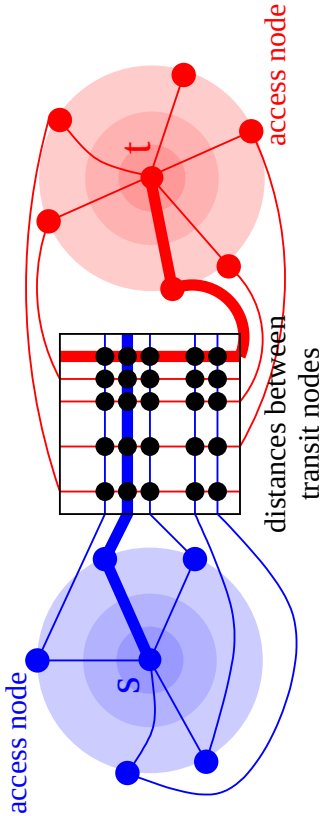


Table-Lookups



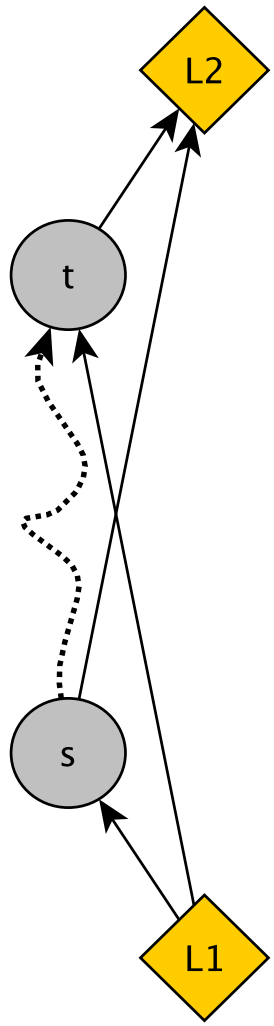
Landmarken [Goldberg, Harrelson 05]

Vorberechnung:

- wähle eine Hand voll (≈ 16) Knoten als Landmarken
- berechne Abstände von und zu allen Landmarken

Anfrage:

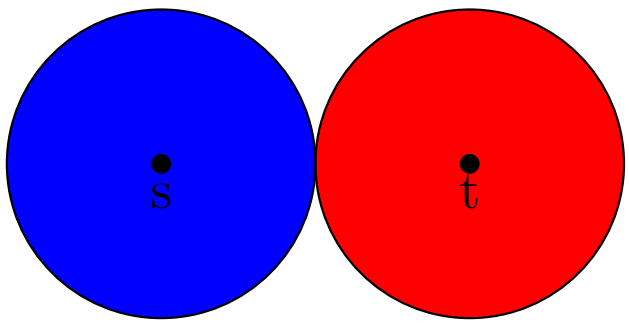
- benutze Landmarken und Dreiecksungleichung um eine untere Schranke für den Abstand zum Ziel zu bestimmen
- verändert Reihenfolge der besuchten Knoten
- bevorzugt Knoten zwischen Start- und Zielknoten
- bekannt als ALT: A*, Landmarken, Triangle Inequality



Vorteile:

+ Anpassung einfach
+ einfache und schnelle Vorberechnung
+ sehr robust gegenüber der Eingabe

Bidirektionale Suche



- starte zweite Suche von t
- relaxiere rückwärts nur eingehende Kanten
- stoppe die Suche, wenn beide Suchräume sich treffen

Kontraktion [Sanders,Schultes 05]

Beobachtung:

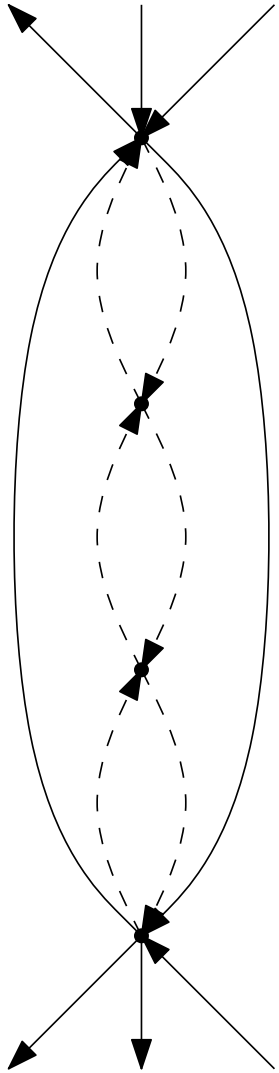
- Knoten mit niedrigem Grad sind unwichtig

Knoten-Reduktion:

- entferne diese Knoten iterativ
- füge neue Kanten (Abkürzungen) hinzu, um die Abstände zwischen verbleibenden Knoten zu erhalten

Kanten-Reduktion:

- behalte nur relevante Shortcuts
- lokale Suche während oder nach Knoten-reduktion



Arc-Flags [Lauther04],[Möhring et al. 05,06]

Idee:

- partitioniere den Graph in k Zellen
- hänge ein Label mit k Bits an jede Kante
- zeigt ob e wichtig für die Zielzelle ist
- modifizierter Dijkstra überspringt unwichtige Kanten

Diskussion:

- \+ einfacher Suchalgorithmus
- \+ schnell
- – lange Vorberechnungszeit
- – keine Vorteile in Zielzelle

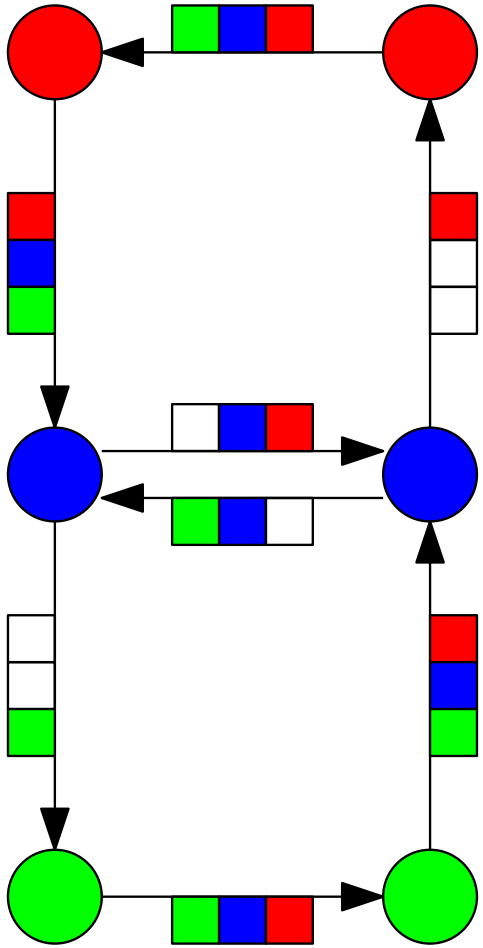
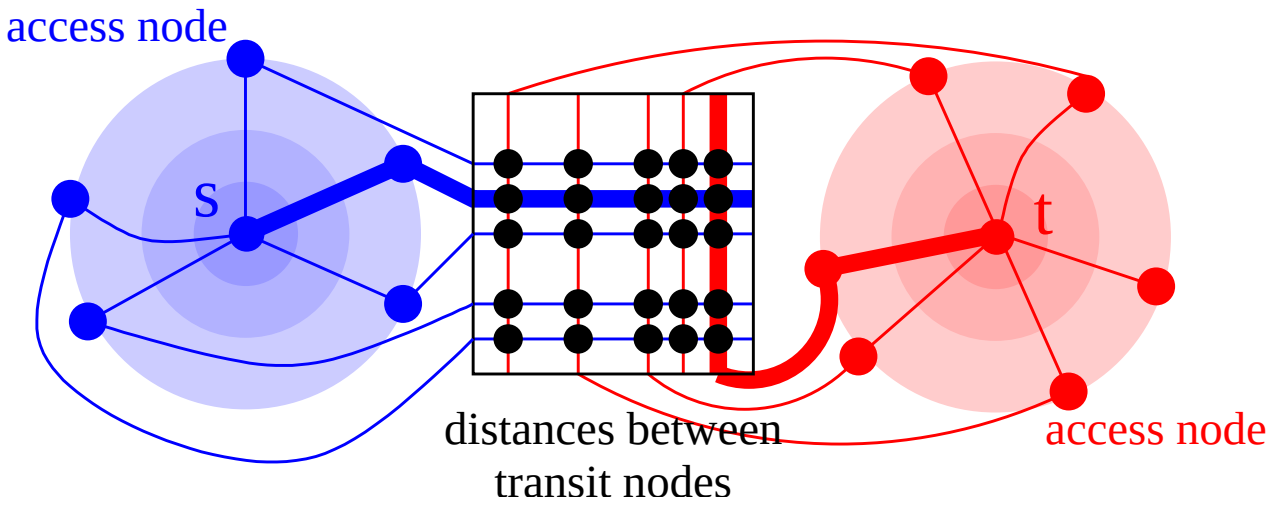


Table-Lookups

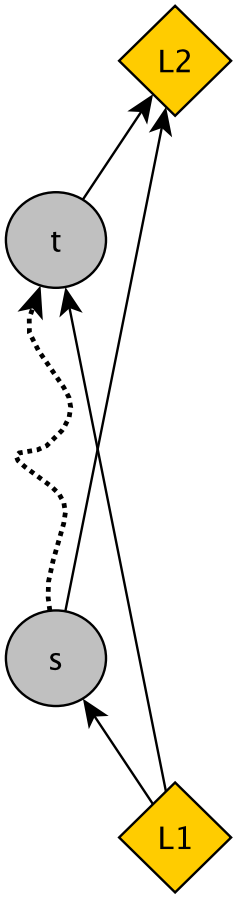
Idee:

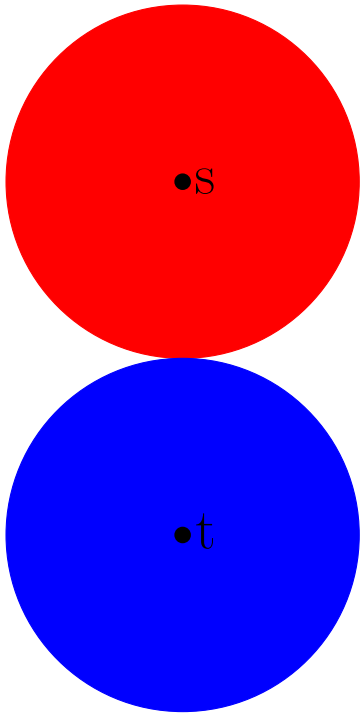
- speichere Distanztabellen
- nur für "wichtige" Teile des Graphen
- Suchen laufen nur bis zur Tabelle
- harmoniert gut mir hierarchischen Techniken

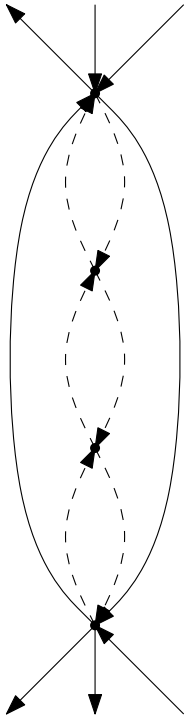


Core-ALT

Landmarken | **Bidirektionale Suche** | **Kontraktion** | Arc-Flags | Table-Lookups







Core-ALT

Motivation:

- ALT ist robust gegenüber der Eingabe
- aber hoher Speicherverbrauch

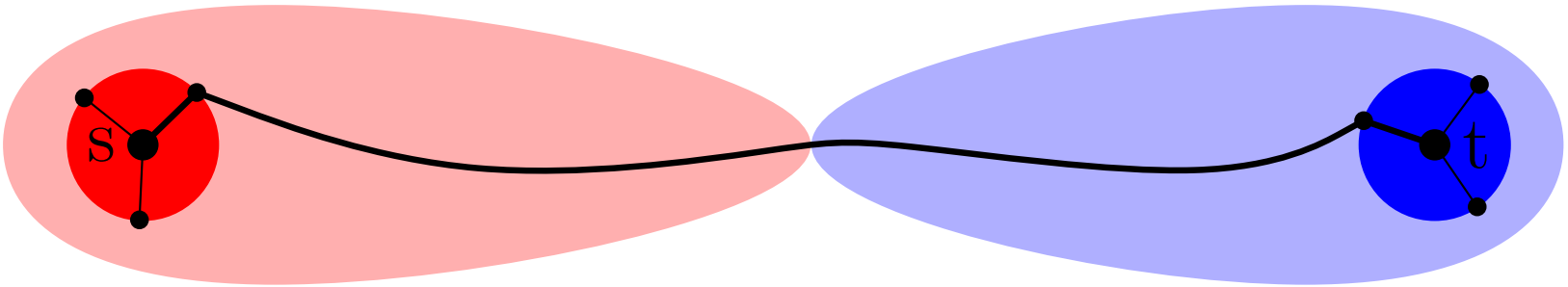
Hauptidee:

- beschränke ALT nur im Kern

Core-ALT *(Landmarken, bidirektionale Suche, Kontraktion)*

Idee

- begrenze Beschleunigungstechnik auf kleinen Subgraphen (Kern)



Vorberechnung

- kontrahiere Graphen zu einem Kern
- Landmarken nur im Kern

Anfrage

- Initialphase: normaler Dijkstra
- benutze Landmarken nur im Kern

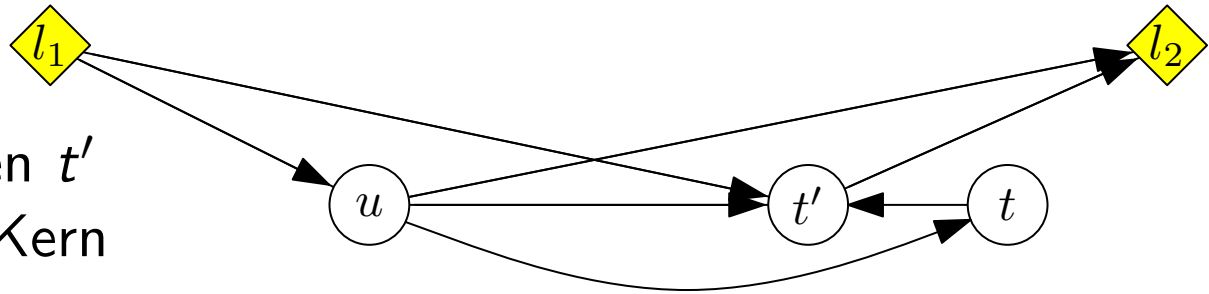
Proxy Knoten

Problem:

- ALT braucht Potential von jedem Knoten zu t und s
- s und/oder t könnten außerhalb des Kerns liegen
- somit keine Abstandswerte von den Landmarken zu s und t

Lösung:

- bestimme Proxy-Knoten t' für t (s analog), t' im Kern
- neue Ungleichungen:



$$d(u,t) \leq d(u,l_2) - d(t',l_2) - d(t,t')$$
$$d(u,t) \leq d(l_1,t') - d(l_1,u) - d(t,t')$$

Einfluss Kontraktion

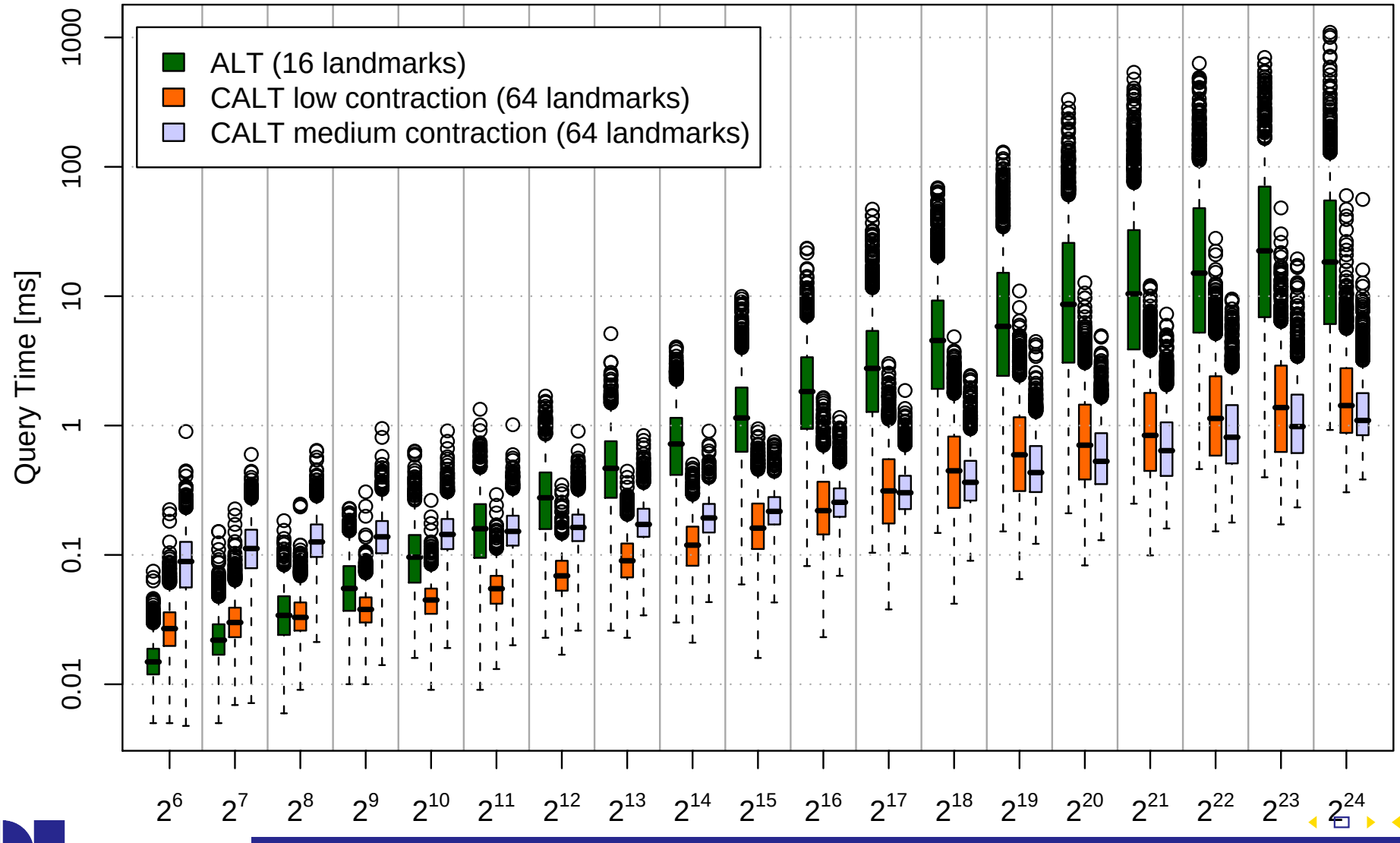
			Prepro.				Query		
			core	$\lvert E\rvert$	time	space	#settled	#entry	time
input	c	h	nodes	incr.	[min]	[B/n]	nodes	nodes	[ms]
	0.0	0	100.00%	0.00%	68	512.0	25 324	1.0	19.61
	0.5	10	35.48%	10.23%	21	187.7	10 925	3.2	8.02
	1.0	20	6.32%	14.24%	7	38.4	2 233	8.2	2.16
Europe	2.0	30	3.04%	11.41%	9	21.8	1 382	13.3	1.55
	2.5	50	1.88%	9.16%	11	15.4	1 394	18.6	1.34
	3.0	75	1.29%	7.80%	12	12.2	1 963	24.2	1.43
	5.0	100	0.86%	6.94%	18	9.8	3 126	34.0	1.67
	0.0	0	100.00%	0.00%	93	512.0	68 861	1.0	48.87
	0.5	10	28.90%	11.40%	20	154.2	21 544	3.4	16.61
	1.0	20	8.29%	12.68%	11	48.9	7 662	7.1	6.96
USA	2.0	30	3.21%	10.53%	12	22.5	3 338	12.6	4.11
	2.5	50	2.06%	8.00%	13	16.1	2 697	17.1	3.01
	3.0	75	1.45%	6.39%	14	12.6	2 863	22.0	2.85
	5.0	100	0.86%	4.50%	21	9.3	3 416	30.2	2.35

Einfluss Anzahl Landmarken

	no cont. (c=0.0, h=0)				low cont. (c=1.0, h=20)			
	Prepro.		Query		Prepro.		Query	
$\|L\|$	time [min]	space [B/n]	#settled nodes	time [ms]	time [min]	space [B/n]	#settled nodes	time [ms]
8	26.1	64	163 776	127.8	7.1	10.9	12 529	10.25
16	85.2	128	74 669	53.6	9.4	14.9	5 672	5.77
32	27.1	256	40 945	29.4	6.8	23.0	3 268	2.97
64	68.2	512	25 324	19.6	8.5	36.2	2 233	2.16

	med: c=2.5, h=50				high: c=5.0, h=100			
	Prepro.		Query		Prepro.		Query	
$\|L\|$	time [min]	space [B/n]	#settled nodes	time [ms]	time [min]	space [B/n]	#settled nodes	time [ms]
8	10.1	7.0	4 431	3.98	17.8	5.9	4 106	2.51
16	11.0	8.2	2 456	2.33	18.3	6.5	3 500	2.23
32	10.0	10.6	1 704	1.66	17.7	7.6	3 264	2.01
64	10.5	15.4	1 394	1.34	18.0	9.8	3 126	1.67

Lokale Anfragen

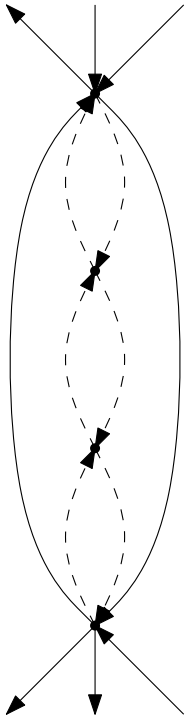


SHARC

Landmarken

Bidirektionale Suche

Kontraktion



Arc-Flags

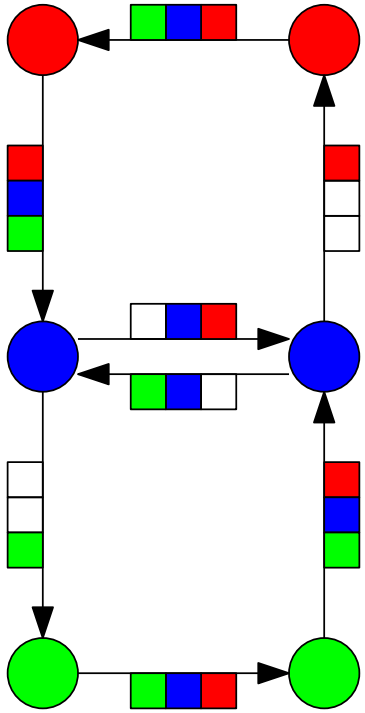


Table-Lookups

SHARC

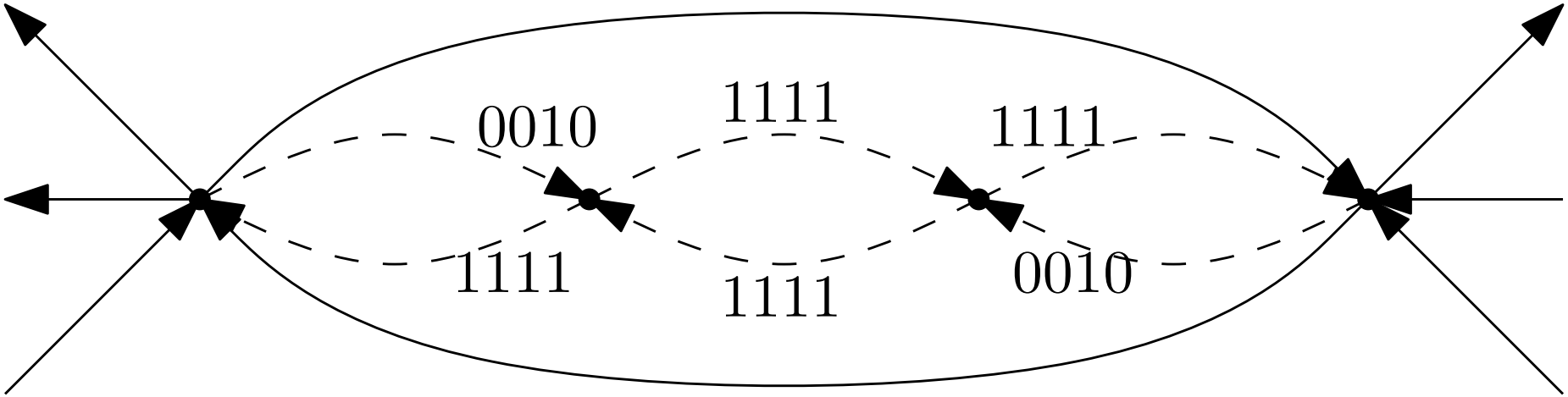
Motivation:

- unidirektional
- Vorberechnungszeiten von Arc-Flags reduzieren

Ideen:

- Multi-Level Arc-Flags
- Integration von Kontraktion
- Verfeinern von Flaggen

Integration von Kontraktion



Idee:

- sub-optimale flaggen für entfernte Kanten
- in die Komponente, nur own-cell Flagge
- sonst volle Flaggen

$\Rightarrow$

- Vorberechnung nur auf kontrahierten Graph
- sub-optimale Flaggen nur am Anfang und Ende der Query
- Überspringen von Kanten automatisch durch Arc-Flags Query

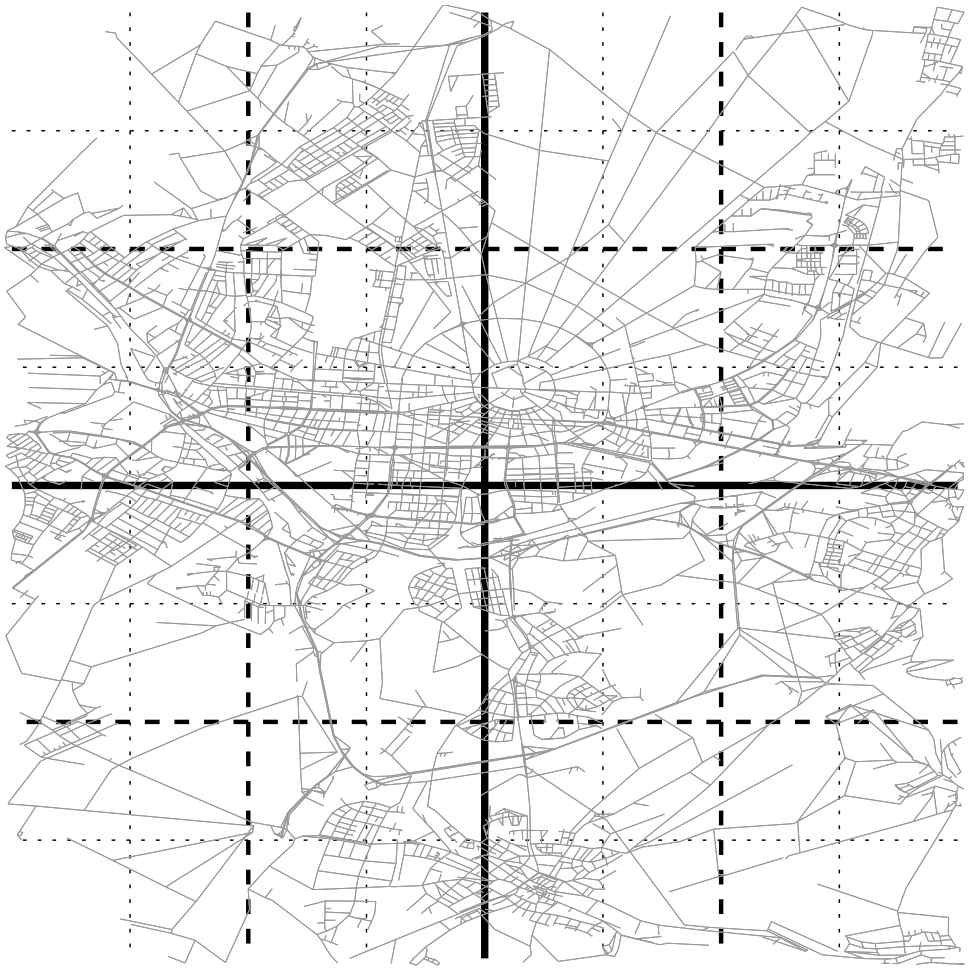
SHARC (Kontraktion, Arc-Flags)

Vorberechnung:

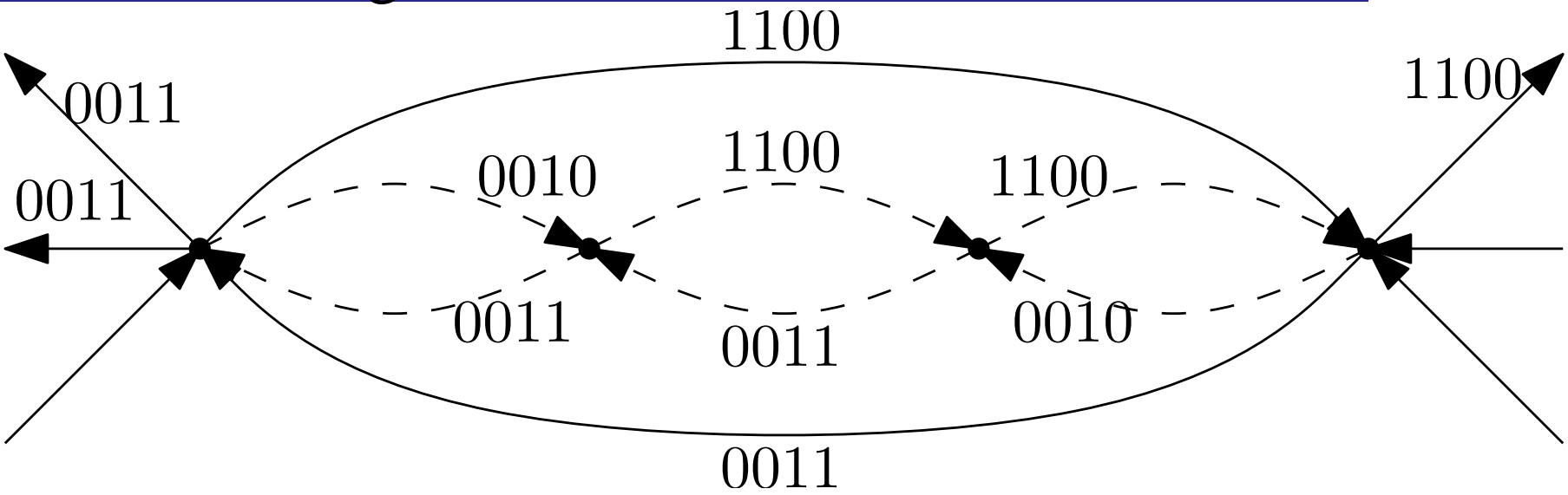
- Multi-Level-Partition
- iterativer Prozess:
  - kontrahiere Subgraphen
  - berechne Flaggen

Anfragen:

- unidirektional
- hierarchisch (Kontraktion)
- zielgerichtet (Arc-Flags)



Verfeinerung



Beobachtung:

- Flaggen schlechter als nötig
- geht es besser?

Idee:

- verfeinere Flaggen
- propagiere Flaggen von wichtigen zu unwichtigen Kanten
- mittels lokaler Suche
- ⇒ sehr gute Flaggen

Partielle Flaggen

Partielle Flaggenberechnung:

- Flaggen auf unteren Leveln unwichtig
- nur wenige werden am Ende relaxiert
- setze einfach alle Flaggen auf 1
- offensichtlich korrekt

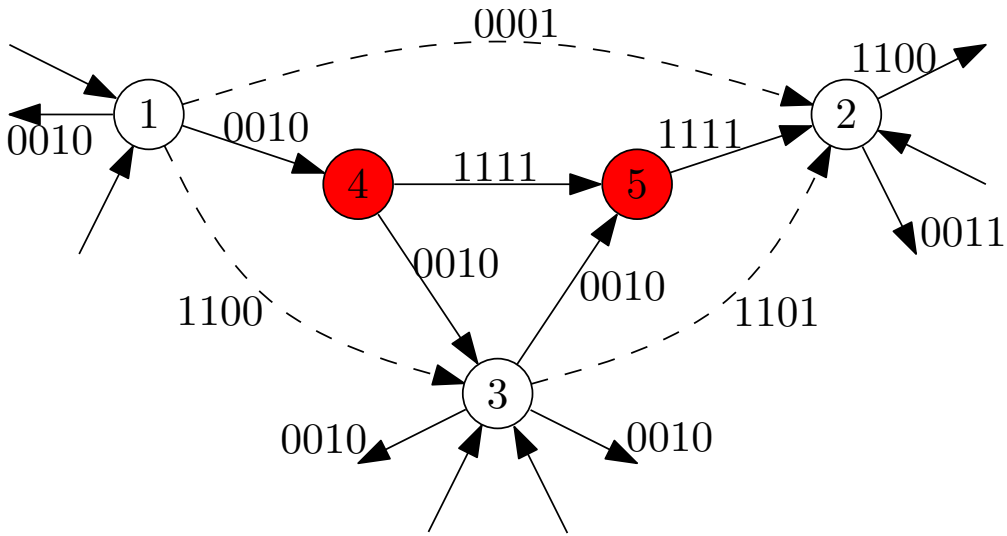
Partielle Verfeinerung:

- verfeinere nur Knoten auf hohen Leveln
- dadurch zu Beginn einer Anfrage schlechte Flaggen
- Verfeinerung für niedrigere Level wichtiger als Flaggenberechnung

Kompression

Beobachtung:

- Shortcut entspricht einem Pfad
- manche Shortcuts erscheinen unwichtig



Idee:

- entferne (manche) Shortcuts nach Vorberechnung
- vererbe Flaggen an erste Kante des Pfades
- Extremfall: entferne alle Shortcuts

partition										Prepro		Query		
#cells per level									⌀#nodes	time	space	#settled	#rel.	time
l_0	l_1	l_2	l_3	l_4	l_5	l_6	l_7	#total cells	per cell	[h:m]	[B/n]	nodes	edges	[μs]
128	-	-	-	-	-	-	-	128	140 704.5	1:52	6.0	78 429	178 103	23 306
8	120	-	-	-	-	-	-	960	18 760.6	1:14	9.8	11 362	26 323	3 049
4	4	120	-	-	-	-	-	1 920	9 380.3	1:24	10.6	5 982	14 128	1 637
4	8	116	-	-	-	-	-	3 712	4 851.9	1:25	10.8	3 459	8 372	983
8	8	112	-	-	-	-	-	7 168	2 512.6	1:36	11.5	2 182	5 389	667
16	16	96	-	-	-	-	-	24 576	732.8	2:12	13.1	1 217	3 169	428
4	4	4	116	-	-	-	-	7 424	2 425.9	1:20	11.2	2 025	5 219	625
4	4	8	112	-	-	-	-	14 336	1 256.3	1:14	11.6	1 320	3 544	441
4	8	16	100	-	-	-	-	51 200	351.8	1:17	13.1	819	2 357	319
4	4	4	4	112	-	-	-	28 672	628.1	1:12	12.0	957	2 827	360
4	4	8	8	104	-	-	-	106 496	169.1	1:18	13.7	700	2 153	294
4	4	4	16	100	-	-	-	102 400	175.9	1:16	13.7	703	2 162	295
4	8	8	16	92	-	-	-	376 832	47.8	1:30	16.0	663	2 046	288
4	4	4	4	4	108	-	-	110 592	162.9	1:15	13.6	695	2 263	299
4	**4**	**4**	**4**	**8**	**104**	-	-	**212 992**	**84.6**	**1:21**	**14.5**	**654**	**2 116**	**290**
4	4	4	8	8	100	-	-	409 600	44.0	1:28	16.1	645	2 087	290
4	4	4	8	16	92	-	-	753 664	23.9	1:31	17.7	646	2 028	289
4	4	8	8	16	88	-	-	1 441 792	12.5	1:50	19.8	663	2 085	296
4	4	4	4	4	4	104	-	425 984	42.3	1:27	15.6	649	2 209	299
4	4	4	4	8	8	96	-	1 572 864	11.5	1:46	19.3	637	2 092	294
4	4	4	8	8	16	84	-	5 505 024	3.3	2:00	21.5	655	2 035	294
4	4	4	4	4	4	4	100	1 638 400	11.0	1:43	19.2	650	2 247	308
4	4	4	4	4	4	8	96	3 145 728	5.7	1:56	20.0	627	2 113	293
4	4	4	4	4	8	8	92	6 029 312	3.0	1:51	21.1	649	2 121	300
4	4	4	4	4	8	16	84	11 010 048	1.6	2:03	21.5	648	2 035	296

Einfluss Kontraktion

	prepro		query		
	time	space	#settled	#relaxed	time
c	[h:m]	[B/n]	nodes	edges	[μs]
1.0	1:40	15.1	1 572	3 705	578
1.5	1:20	14.8	886	2 464	348
2.0	1:20	14.7	714	2 171	301
2.5	1:21	14.5	654	2 116	290
3.0	1:23	14.6	622	2 109	286

Beobachtung:

- ≫ Einfluss der Kontraktion begrenzt

Einfluss Flaggenberechnung

arc-flags		prepro		query		
core levels	refinement levels	time [h:m]	space [B/n]	#settled nodes	#relaxed edges	time [μs]
-	-	0:16	12.8	204 518	960 653	76 640
5	5	0:24	13.2	23 313	70 225	6 021
5	4-5	0:24	13.2	6 583	23 038	1 843
5	3-5	0:25	13.3	2 394	11 547	856
5	2-5	0:27	13.6	1 350	8 721	611
5	1-5	0:29	13.7	1 127	8 091	553
4-5	4-5	0:30	13.7	6 186	18 170	1 626
4-5	3-5	0:30	13.7	2 042	6 683	648
4-5	2-5	0:31	13.7	993	3 883	405
4-5	**1-5**	**0:34**	**13.7**	**784**	**3 338**	**355**
3-5	3-5	0:35	13.8	1 974	5 962	615
3-5	2-5	0:37	14.2	933	3 161	371
3-5	1-5	0:39	14.2	729	2 629	323
2-5	2-5	0:44	14.3	900	2 862	354
2-5	1-5	0:46	14.3	696	2 335	305
1-5	1-5	0:54	14.5	684	2 236	300
0-5	0-5	1:21	14.5	654	2 116	290

Beobachtung:

- ≫ partielle Berechnung reicht aus
- ≫ Verfeinerung wichtiger als Berechnung
- ≫ Ungenauigkeit am Ende der Anfrage eher verzeihbar als am Anfang (Suchraum fächert sich auf)

stripped SHARC

	SHARC				stripped SHARC			
	Prepro		Query		Prepro		Query	
c	time [h:m]	space [B/n]	#settled nodes	time [ms]	time [h:m]	space [B/n]	#settled nodes	time [ms]
0.50	7:32	13.8	10 876	3.38	7:48	7.8	14 697	4.76
0.75	4:29	14.3	5 420	1.99	4:43	7.7	62 303	26.03
1.00	1:45	15.1	1 997	0.90	2:03	7.5	1 891 320	1 096.48

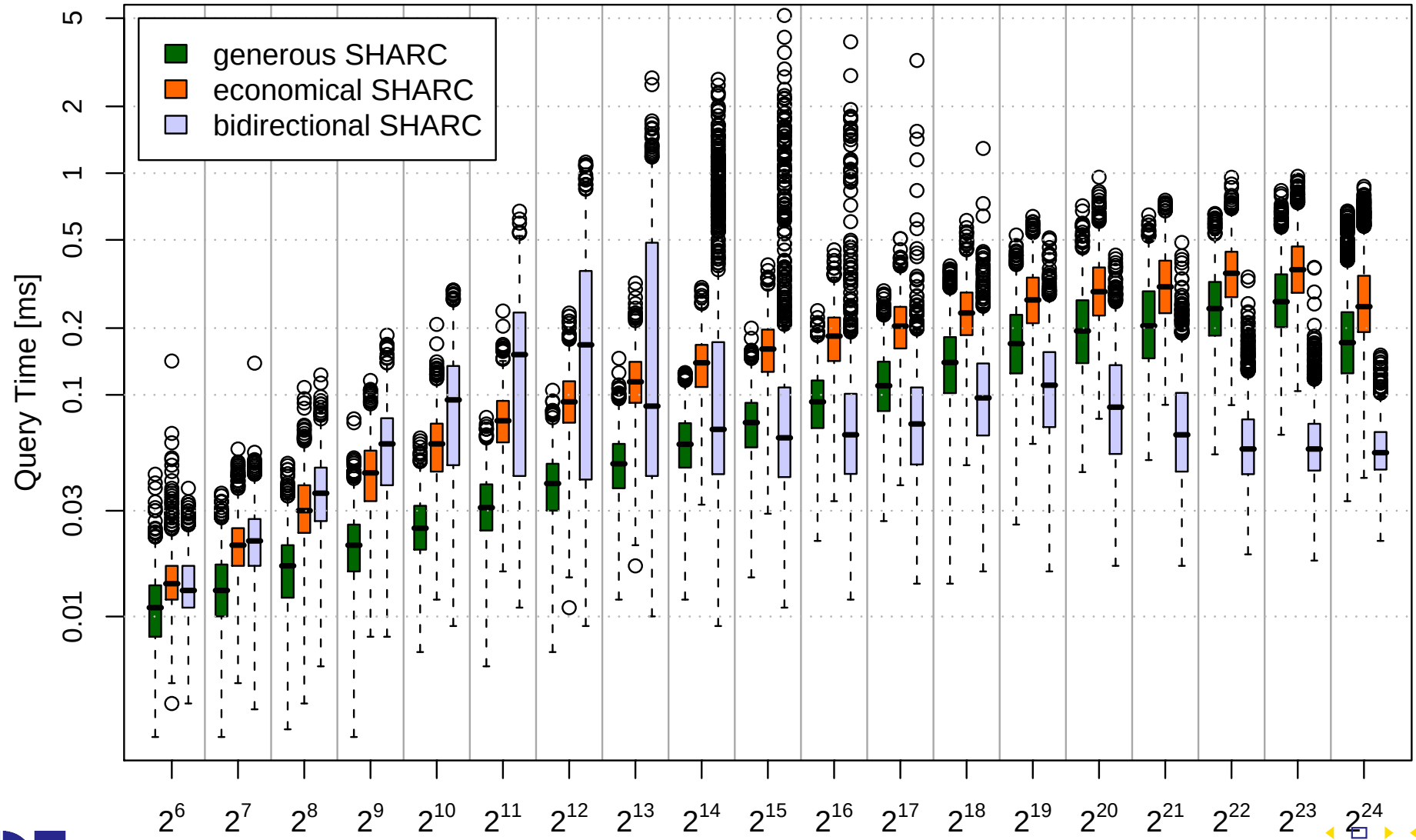
Beobachtung:

- volles Entfernen nur bei niedriger Kontraktion
- cleveres Entfernen ist aktuelle Studienarbeit

Zufalls Anfragen

	Europe				USA			
	Prepro		Query		Prepro		Query	
	time [h:m]	space [B/n]	#settled nodes	time [μs]	time [h:m]	space [B/n]	#settled nodes	time [μs]
generous SHARC	1:21	14.5	654	290	0:58	18.1	865	376
economical SHARC	0:34	13.7	784	355	0:38	17.2	1 230	578
stripped SHARC	7:48	7.8	14 697	4 762	6:41	9.2	38 817	12 719
bidirectional SHARC	2:38	21.0	125	65	2:34	23.1	254	118

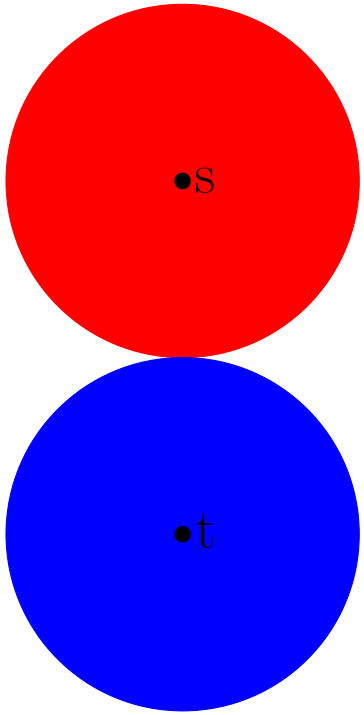
Lokale Anfragen



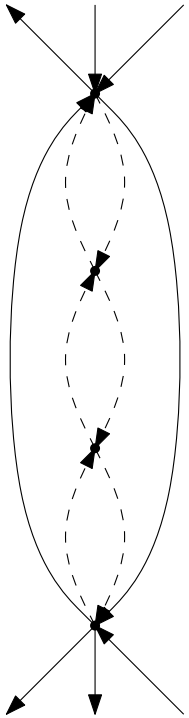
CHASE

Landmarken

Bidirektionale Suche



Kontraktion



Arc-Flags

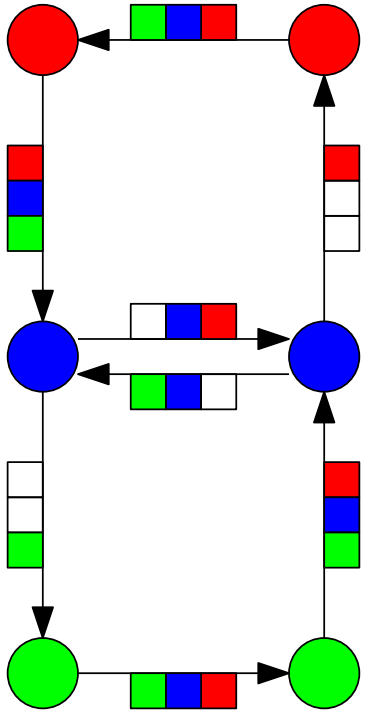


Table-Lookups

CHASE

Motivation:

- CHs sind ungerichtet
- weitere Beschleunigung von CH durch zielgerichtetes Verfahren

Hauptideen:

- Flaggen auf Suchgraphen berechnen
- nur auf oberen Teil der Hierarchie

Erster Ansatz

Vorberechnung:

- CH-Vorberechnung
- partitioniere Suchgraphen
- berechne Flaggen für Suchgraphen

Anfragen:

- normale CH-query
- mit Flaggen pruning

Problem:

- mehr Randknoten durch Shortcuts
- sehr lange Vorberechnungszeit

Partielle Flaggen

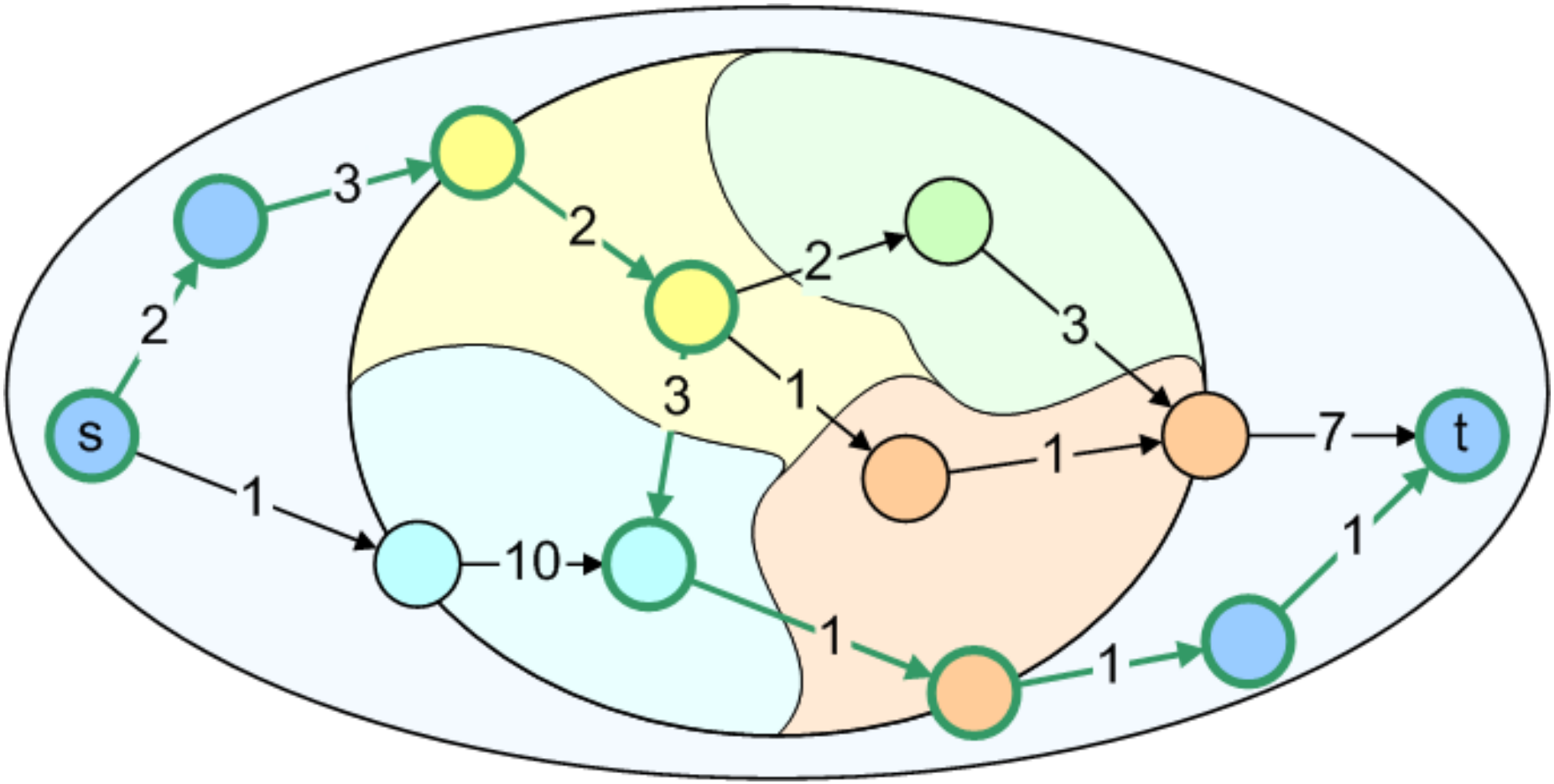
Vorberechnung:

- ≫ extrahiere Graphen H mit k wichtigsten Knoten
- ≫ führe Vorberechnung für H aus

2-Phasen Anfragen:

1. normale CH-query
2. CH + Flaggen query

Example



CHASE: CH+Arc-flagS

size of Arc-Flags		0%	0.5%	1%	2%	5%	10%	20%
Prepro.	[h:m]	0:25	0:32	0:41	1:02	1:39	4:04	8:56
	[B/n]	-2.7	0.0	1.9	4.9	12.1	22.2	39.5
Query	# settled	355	111	78	59	45	39	35
	time [μs]	180.0	43.8	30.8	23.1	17.3	14.9	13.0

Beobachtungen:

- zusätzliche 7 Minuten Vorberechnung $\Rightarrow$ zusätzlicher speedup von 4.1 (economical variant)
- eine Stunde $\Rightarrow$ speedup von 10.4
- mehr al 5% lohnen sich nicht

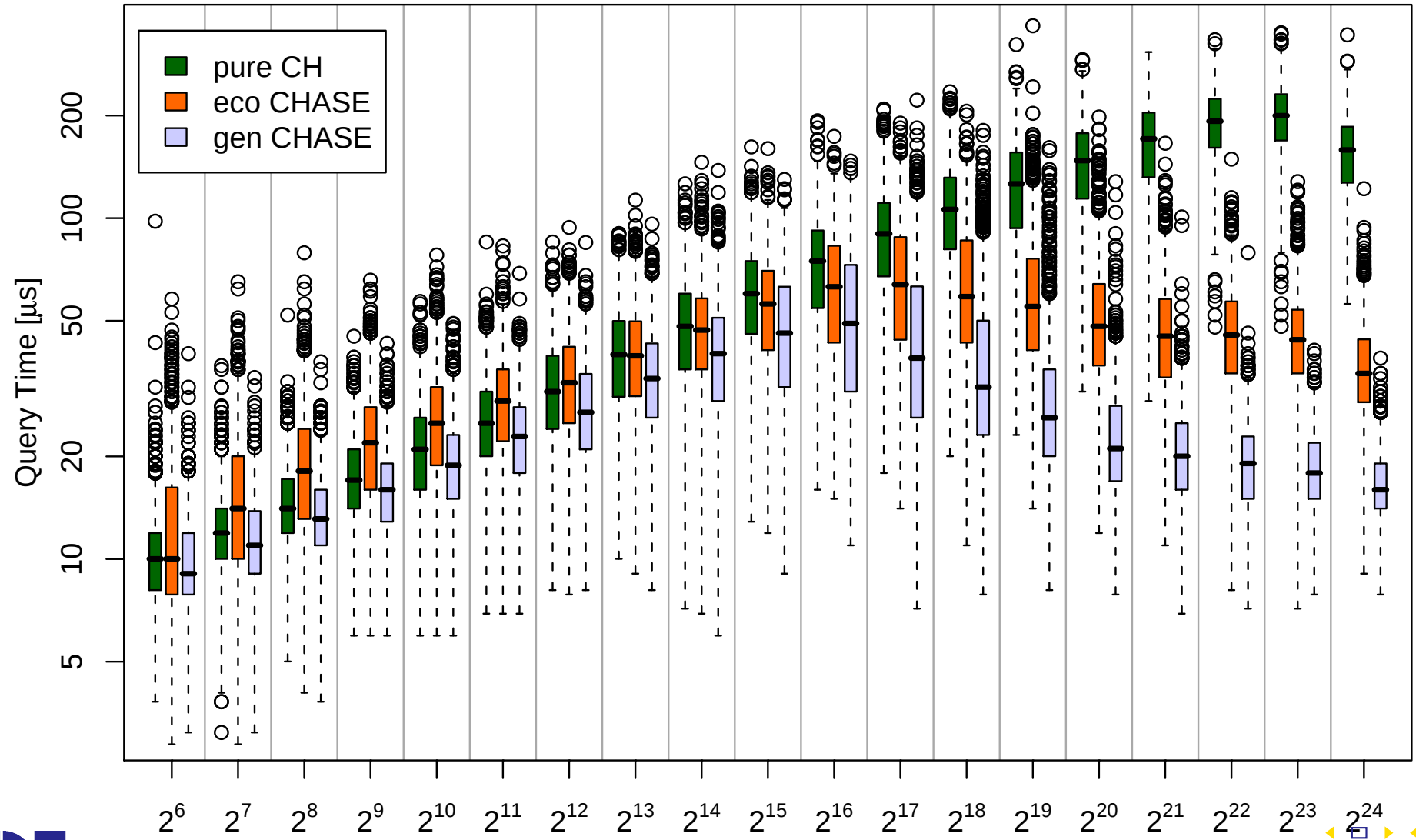
Vergleich

	Preprocessing		Query	
	[h:m]	[B/n]	#settled	[μs]
Contraction Hierarchies	0:25	-3	355	180
bidirectional Arc-Flags	17:08	19	2 369	1 600
Transit-Node Routing	1:52	204	N/A	3.4
bidirectional SHARC	3:32	21	125	65
REAL-(64,16)	2:21	32	679	1 100
Highway Hierarchies + ALT	0:14	72	511	490
eco. CHASE	0:32	0	111	43.8
gen. CHASE	1:39	12	45	17.3

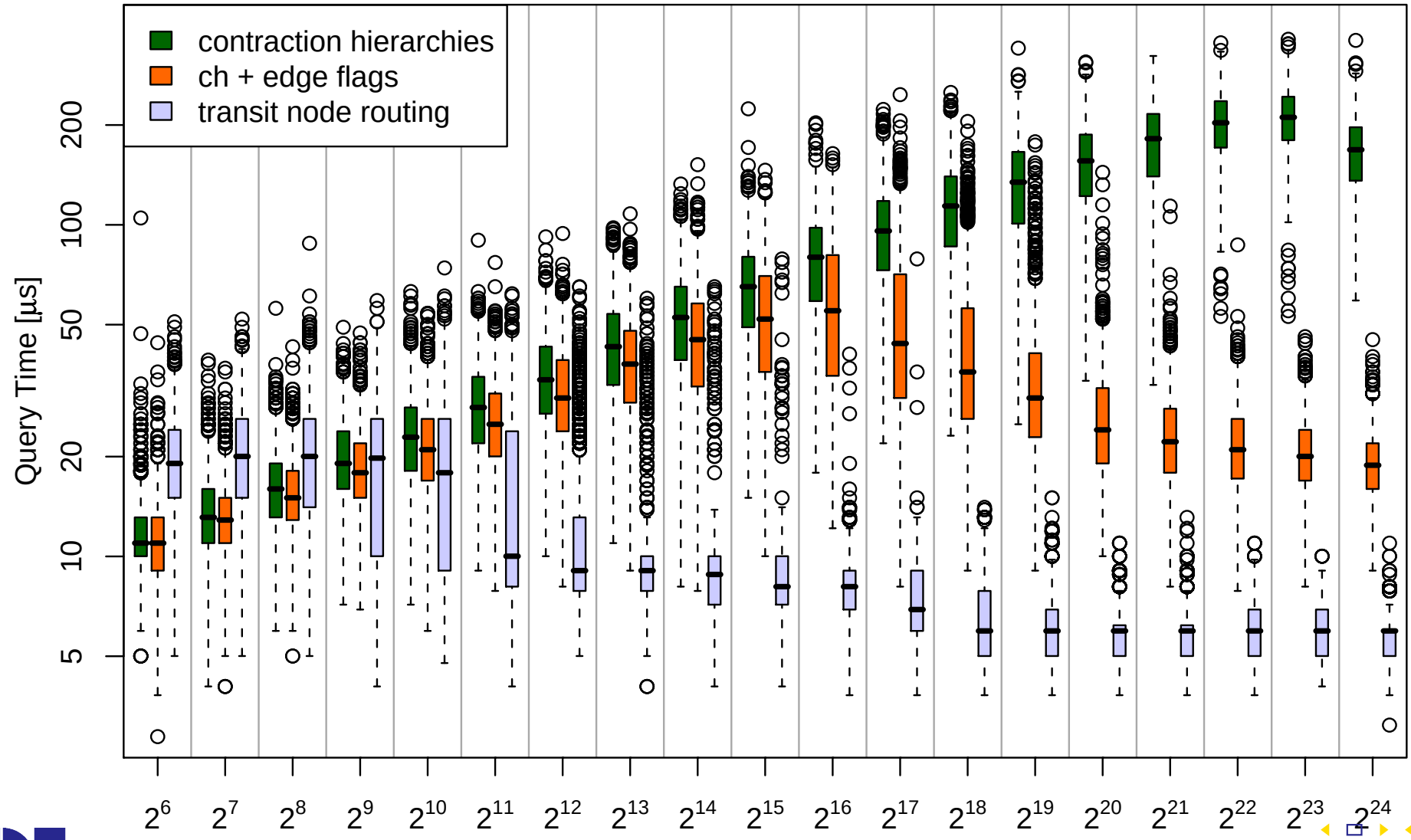
Beobachtung:

- ≫ CHASE fast so schnell wie TNR
- ≫ aber weniger Vorberechnungsaufwand

Lokale Anfragen



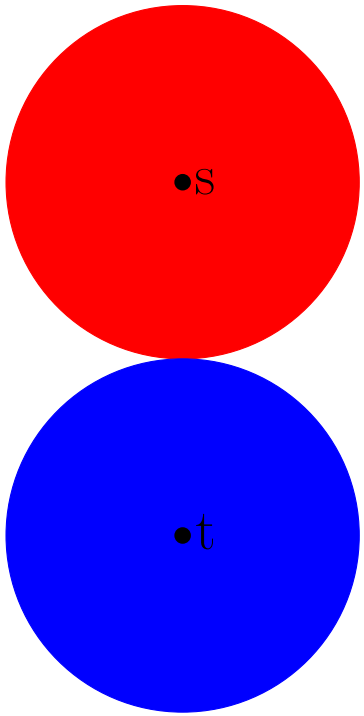
Lokale Anfragen



TNR+AF

Landmarken

Bidirektionale Suche



Kontraktion

Arc-Flags

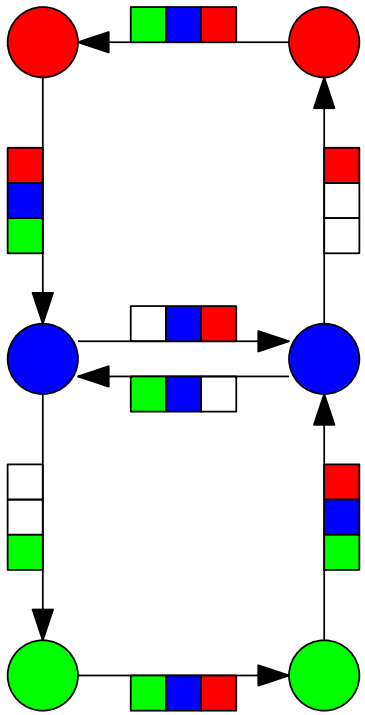
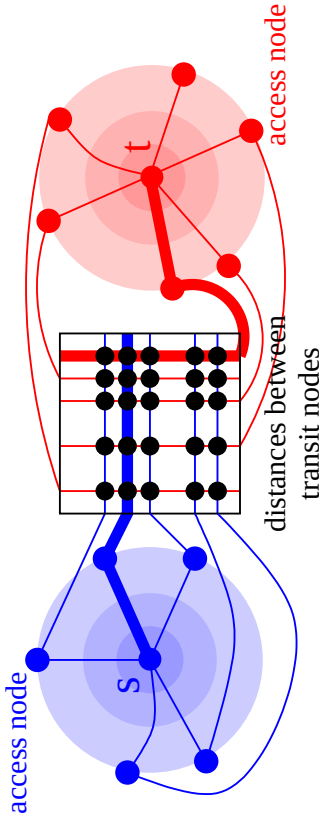


Table-Lookups



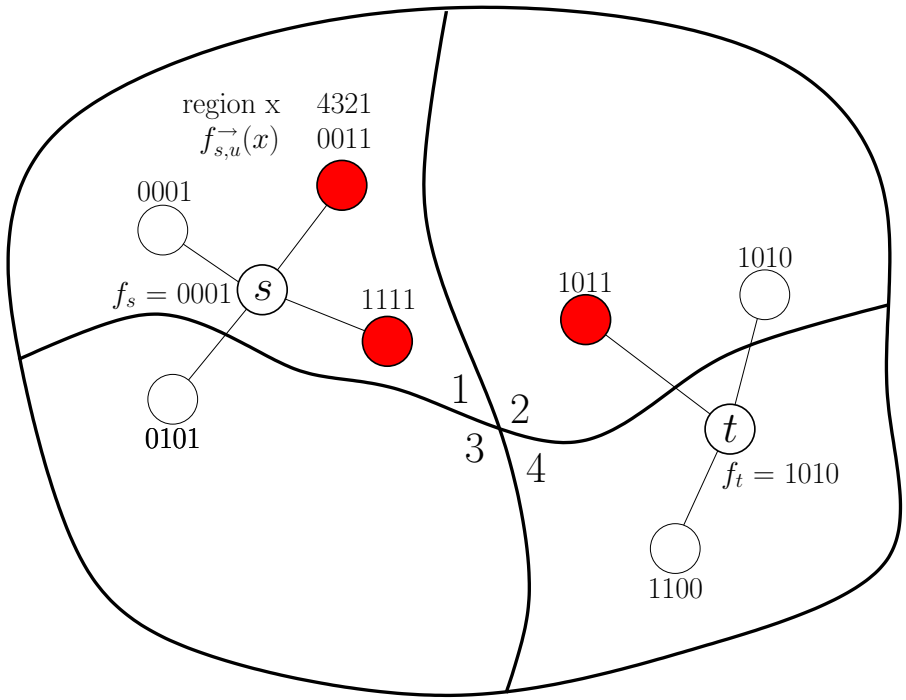
TNR + Arc-Flags

Beobachtung:

- table-lookups in Distanztabelle dauern "lange"

Idee:

- partitioniere Graphe induziert von transit Knoten
- berechne welche Transit Knoten für welche Regionen wichtig sind



Anfragen:

- evaluiere nur Tabelleneinträge mit gesetzter Flagge

Results

	Preprocessing		Query	
	[h:m]	[B/n]	#settled	[μs]
bidirectional Arc-Flags	17:08	19	2 369	1 600
Transit-Node Routing	1:52	204	N/A	3.4
gen. CHASE	1:39	12	45	17.3
Goal-Directed TNR	3:49	321	N/A	1.9

Beobachtung:

- milder speedup gegenüber puren TNR
- aber: $>$ 3 Mio. mal schneller als Dijktsra

Zusammenfassung Kombinationen

- Basismodule:
  - bidirektionale Suche
  - landmarken
  - reach
  - arc-flags
  - Kontraktion
  - Table-Lookups
- beste Kombinationen: hierarchisch + zielgerichtet
- CH + Arc-Flags sehr effizient
- TNR + Arc-Flags schnellstes Verfahren: < 2 μs Anfragezeit

Literatur

SHARC:

- Bauer/Delling 09

Kombinationen:

- Bauer et al. 09

Anmerkung:

- wird auf der Homepage verlinkt