

5. Übungsblatt

Ausgabe: 22. Juni 2009

Besprechung: 30. Juni 2009, Raum 131, 9:45 Uhr

Aufgabe 1

Konstruieren Sie, falls möglich, eine Sichtbarkeitsrepräsentation (für die Definition einer Sichtbarkeitsrepräsentation vgl. Übungsblatt 4) für die folgenden Graphen. Gibt es jeweils auch eine sogenannte *starke* Sichtbarkeitsrepräsentation, bei der alle Knoten, die sich sehen, auch durch eine Kante verbunden sind?

- (a) Würfel
- (b) K_4
- (c) $K_5 - e$ (d.h. eine Kante fehlt)
- (d) K_5

Aufgabe 2

In einer Bibliothek ist ein wertvolles Buch abhanden gekommen. Sechs Besucher waren an dem Tag im Lesesaal. Jeder von ihnen ist einmal hineingegangen, blieb dort eine Weile und ging wieder hinaus. Waren zwei gleichzeitig in der Bibliothek, so hat mindestens einer von beiden den anderen gesehen. Polizisten befragten die Besucher und erhielten folgende Aussagen:

Anja sagte, sie habe Boris und Emil gesehen; Boris sagte, er habe Anja und Franz gesehen; Charlotte behauptete, Doris und Franz gesehen zu haben; Doris sagte, sie habe Anja und Franz gesehen; Emil bezeugte, Boris und Charlotte gesehen zu haben; Franz sagte, dass er Charlotte und Emil gesehen habe.

Ein Besucher hat gelogen, überführen Sie ihn!

Aufgabe 3

- (a) Sei $\pi : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, n\}$ eine Permutation. Ein Paar (i, j) mit $1 \leq i < j \leq n$ heißt Inversion, wenn $\pi(i) > \pi(j)$. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der die Anzahl der Inversionen einer Permutation von n Elementen in $O(n \log n)$ Zeit berechnet

Hinweis: Denken Sie an Sortieralgorithmen wie Mergesort.

bitte umblättern

- (b) Gegeben sei ein einfacher, bipartiter Graph $G = (V, E)$, dessen Knoten gemäß der Bipartition auf zwei parallele Geraden verteilt sind. Die Knoten seien disjunkt und die Kanten geradlinig gezeichnet. Entwerfen Sie einen Algorithmus, der die Anzahl der Kreuzungen in einer Laufzeit $O(|E| \log |V|)$ bestimmt. Begründen Sie, warum es nicht möglich ist, in dieser worst-case-Laufzeit alle Kreuzungen (d.h. die Paare betroffener Kanten) *auszugeben*.